

Unisda Journal of

pISSN : 2460 - 3333

# Mathematics and Computer

Science

Volume 11 | No 02 2025



Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Darul 'Ulum Lamongan

*Unisda Journal of Mathematics and Computer Science (UJMC)*, jurnal penelitian terbit dua kali setahun yang dipublikasikan oleh Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Darul ‘ulum Lamongan dengan ruang lingkup matematika terapan, pendidikan, statistik dan ilmu komputer. Saat ini UJMC telah terakreditasi **Sinta 5** melalui Surat Keputusan Menteri Riset dan Teknologi/Badan Riset dan Inovasi Nasional **Nomor 10/C/C3/DT.05.00/2025**.

## EDITORIAL CHIEF

- \* Mohammad Syaiful Pradana - *Universitas Islam Darul Ulum - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID: 6032274, Scopus ID: 57195982199)

## EDITORIAL TEAM

- \* Awawin Mustana Rohmah - *Universitas Islam Darul Ulum - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : 6076826, Scopus ID : 57218938698)
- \* Sri Rahmawati Fitriatien - *Universitas Adibiana Surabaya - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : 5985521, Scopus ID : 57214155434)
- \* Yuni Listiana - *Universitas Dr. Soetomo Surabaya - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : 6001000)
- \* Dian Anggraini - *Institut Teknologi Sumatera - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : 6686312)
- \* Desy Purnami Singgih Putri - *Universitas Udayana - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : 6198854)
- \* Mohammad Iqbal - Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
(Google Scholar, Sinta ID : , Scopus ID : 24764478100)

## REVIEWER

- \* Alvida Mustika Rukmi - *Institut Teknologi Sepuluh Nopember - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : 5998515, Scopus ID : 55988051000)
- \* Christina Kartika Sari - *Universitas Muhammadiyah Surakarta - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : 5982159, Scopus ID : 57200725343)
- \* Teguh Herlambang - *Universitas Nahdlatul Ulama Surabaya - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : 167729, Scopus ID : 56013271700)
- \* Tubagus Mohammad Akhriza - *STMIK PPKIA Pradnya Paramita - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : 172386, Scopus ID : 55268071000)
- \* Dinita Rahmalia - *Universitas Islam Darul Ulum - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : 6661160, Scopus ID : 57195415217)
- \* Heni Widayani – *UIN Maulana Malik Ibrahim Malang - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : , Scopus ID : 56646420900)
- \* Indira Anggriani - *Institut Teknologi Kalimantan - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : 6106541, Scopus ID : 57190222149)
- \* Moh. Hafiyusholeh - *Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya - Indonesia*  
(Google Scholar, Sinta ID : , Scopus ID : 57190126146)

Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Darul ‘Ulum Lamongan Jl. Airlangga No.03 Sukodadi Lamongan, Web: <http://ejurnal.unisda.ac.id/index.php/ujmc>. Email: [ujmc@unisda.ac.id](mailto:ujmc@unisda.ac.id)

## KATA PENGANTAR

*Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Alhamdulillahi Robbil 'Alamin dengan ridho Allah SWT, *Unisda Journal of Mathematis and Computer Science* (UJMC) Volume 11 Nomor 02 Desember 2025 dapat diterbitkan. Jurnal ini adalah buah dari kerja keras segenap civitas akademika Program Studi Matematika Universitas Islam Darul 'ulum Lamongan dalam membuat wadah untuk menampung informasi dari berbagai hasil penelitian di bidang matematika dan ilmu komputer. Sehingga perkembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika dan ilmu komputer dapat disebarluaskan kepada sesama matematikawan di seluruh Indonesia. *Unisda Journal of Mathematis and Computer Science* (UJMC) menyajikan beberapa topik yang berkaitan dengan matematika seperti Analisis, Aljabar, Matematika Terapan, Pendidikan Matematika, Statistika dan Ilmu komputer. Sebagai penutup, penyunting memberikan apresiasi yang tinggi kepada para penulis, penyunting dan segenap pihak yang ikut membantu hingga jurnal UJMC Volume 11 Nomor 02 Desember 20225 bisa dapat diterbitkan. Mudah-mudahan dapat semakin membesarkan jurnal UJMC di masa mendatang.

*Wassalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

*Penyunting*

## DAFTAR ISI

Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari <i>Diana Putri Prahasti, Nur Hamid</i> (Universitas Nurul Jadid)	1 – 7
Teorema Polya pada Graf Sederhana yang Tidak Saling Isomorfis Sembilan Simpul <i>Risang Narendra, Novia Ibnu Wulansari, Rizka Rizqi Robby, Galuh Tyasing Swastika</i> (Universitas Nahdlatul Ulama Blitar)	8 – 16
Pemodelan Keputusan Graduasi Mandiri Keluarga Penerima Manfaat Program Keluarga Harapan (Studi Kasus Desa Pesanggrahan Kec Montong Gading Kab.Lombok Timur) <i>Ratna Yuniarti, Harmaeniza</i> (Institut Teknologi Sosial dan Kesehatan Muhammadiyah Selong)	17 – 26
Analisis Faktor Acute Flaccid Paralysis di Provinsi Jawa Timur Menggunakan Regresi Poisson Inverse Gaussian <i>Ma'rifatul Julviana, Rizka Rizqi Robby, Galuh Tyasing Swastika, Ewing Rudita Arini</i> (Universitas Nahdlatul Ulama Blitar)	27 – 33
Peramalan Produksi Gula Indonesia dengan Model ARIMA(2,2,0) Serta Bagaimana Strategi Swasembada Gula Terjadi Pada tahun 2030 <i>Wigid Hariadi, Sulantari, Adi Mustika</i> (Universitas PGRI Argopuro Jember)	34 – 43
Analisis Perilaku Swamedikasi Batuk Berdasarkan Tingkat Pengetahuan Menggunakan Regresi Logistik Multinomial pada Mahasiswa Non Kesehatan <i>Dian Mustofani, Hariyani, Ahmad Afif, Krisnita Dwi Jayanti</i> (Institut Ilmu Kesehatan Bhakti Wiyata Kediri)	44 – 52
Pemodelan Run Up Tsunami Selat Sunda Menggunakan <i>Smoothed Particle Hydrodynamics</i> (SPH) <i>Ananda Nur Izza, Desy Nur Fitriani, Thalia Anindya Ardine, Dian Candra Rini Novitasari</i> (UIN Sunan Ampel Surabaya)	53 – 65
Penentuan Fase dan Waktu Siklus Optimum Simpang Bersinyal dengan Graf Kompatibel dan Webster Modifikasi (Studi Kasus: Persimpangan Sokaraja, Banyumas) <i>Dian Pratama, Kukuh Rahayu, Ambar Winarni</i> (Universitas Nahdlatul Ulama Purwokerto)	66 – 82

Analisis dan Simulasi Model Matematika SIRC pada Dinamika Penyakit 83 – 91  
Diabetes Mellitus dengan Komplikasi

*Awawin Mustana Rohmah, Alvina Wiliyanti, Mohammad Syaiful  
Pradana, Siti Alfiatur Rohmaniah, Rifky Ardhana Kisno Saputra  
(Universitas Islam Darul 'ulum Lamongan)*

# Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari

Diana Putri Prahasti<sup>1</sup>, Nur Hamid<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universitas Nurul Jadid, dianaprahasti@gmail.com

<sup>2</sup>Universitas Nurul Jadid, nurhamid@unuja.ac.id

**Abstract.** This paper presents the explicit forms of complete weight enumerators (CWEs) for ternary self-dual codes of lengths 4, 8, 12, 16, and 20. Complete weight enumerators polynomials describe the distribution of the symbols 0, 1, and 2 in each codeword, making them essential for analyzing non-binary codes. The results focus on the complete weight enumerators polynomials that form a basis for each code. This documentation serves as a concrete reference for further research in ternary code theory.

**Keywords:** ternary code, self-dual, complete weight enumerator

**Abstrak.** Penelitian ini menyajikan bentuk eksplisit dari basis pencacah bobot lengkap (Complete Weight Enumerator/CWE) untuk kode ternari swa-dual dengan panjang 4, 8, 12, 16, dan 20. Polinomial dari pencacah bobot lengkap menggambarkan distribusi simbol 0, 1, dan 2 dalam setiap kata kode, sehingga penting dalam analisis kode non-biner. Hasil yang ditampilkan adalah pencacah bobot lengkap yang membentuk basis dari masing-masing kode. Dokumentasi ini dapat menjadi referensi konkret bagi penelitian lebih lanjut dalam teori kode ternari.

**Kata Kunci:** kode ternari, swa-dual, pencacah bobot lengkap

## 1. Pendahuluan

Kode linier adalah suatu metode pengkodean pesan digital yang digunakan untuk mendeteksi dan memperbaiki kesalahan dalam proses transmisi melalui saluran komunikasi yang bising [1]. Kode linier banyak digunakan dalam sistem komunikasi digital agar data tetap akurat meskipun terjadi gangguan saat pengiriman.

Pencacah bobot lengkap adalah sebuah polinomial yang menghitung jumlah dan jenis distribusi simbol dalam setiap kata kode dari kode linier. Pencacah bobot lengkap tidak hanya menghitung berapa banyak posisi yang bukan nol seperti pada pencacah bobot biasa, tapi juga menghitung berapa banyak setiap simbol dari alfabet muncul di semua kata kode [2]. Oleh karena itu, pencacah bobot lengkap sangat berguna untuk kode non-biner, seperti kode ternari yang terdiri dari lapangan hingga  $\mathbb{F}_3 = \{0,1,2\}$ .

Pencacah bobot lengkap tidak hanya digunakan untuk menganalisis distribusi simbol dalam kata kode, tetapi juga memainkan peran penting dalam berbagai bidang aplikasi. Pencacah bobot lengkap telah diterapkan dalam konstruksi skema berbagi rahasia dengan struktur akses tertentu [3], serta dalam pengembangan kode autentikasi sistematis yang efisien [2]. Selain itu, pencacah bobot lengkap juga digunakan untuk menghitung transformasi Walsh dari fungsi

monomial dan fungsi bentuk kuadratik pada medan hingga [4], serta dalam konstruksi kode torsion atas gelanggang hingga yang mendukung aplikasi pada kode komposisi konstan dan autentikasi [5].

Dalam penelitian ini, kami menyajikan bentuk eksplisit pencacah bobot lengkap dari kode ternari swa-dual dengan panjang 4, 8, 12, 16, dan 20. Namun tidak semua pencacah bobot lengkap yang akan kami sajikan, hanya pencacah bobot lengkap yang merupakan basis data dari kode saja. Data kode diambil dari basis data kode ternari swa-dual [6]. Tujuan utama penelitian ini adalah mendokumentasikan bentuk basis dari pencacah bobot lengkap secara eksplisit dan menyediakan referensi konkret bagi pengkaji lanjutan dalam bidang teori kode, khususnya untuk kode ternari. Komputasi dilakukan dengan menggunakan SageMath untuk memudahkan pengerjaan[7]. Dengan menggunakan SageMath, diperoleh bentuk eksplisit basis dari pencacah bobot lengkap dari kode ternari swa dual dengan panjang 4, 8, 12, 16, dan 20.

## 2 Dasar Kode

### 2.1 Kode Linear dari Kode Ternari

Kode linear ternari adalah subruang dari  $\mathbb{F}_3$ , yaitu vektor berdimensi n atas medan hingga  $\mathbb{F}_3 = \{0, 1, 2\}$ . Suatu kode linear dikatakan memiliki parameter  $[n, k, d]$  jika merupakan subruang berdimensi k dan memiliki jarak minimum d. Kode disebut swa dual jika kode tersebut sama dengan dual-nya, yaitu  $C = C^\perp$ , di mana  $C^\perp$  adalah himpunan semua vektor yang ortogonal terhadap semua vektor dalam C berdasarkan hasil kali dalam standar.

### 2.2. Pencacah Bobot Lengkap

Pencacah bobot lengkap dari kode ternari C didefinisikan sebagai berikut

$$CW_C(x, y, z) = \sum_{c \in C} x^{n_0(c)} y^{n_1(c)} z^{n_2(c)} \quad (1)$$

di mana  $n_i(c)$  menyatakan banyaknya komponen dari c yang kongruen dengan mod 3. Penjelasan terkait kode linier dan pencacah bobot lengkap untuk kode ternari dapat dilihat pada [8]. Pencacah bobot lengkap yang akan disajikan hanya yang merupakan suatu basis dari setiap panjang kode swa dual dari kode ternari.

## 3 Hasil dan Pembahasan

Pada bagian ini, akan disajikan bentuk eksplisit dari pencacah bobot lengkap dari kode ternari swa dual dengan panjang 4, 8, 12, 16, dan 20 yang di ambil dari [6]. Pencacah bobot lengkap dituliskan dalam bentuk polinomial multivariat terhadap variabel x, y, z yang masing-masing mempresentasikan simbol 0, 1, 2 dari  $\mathbb{F}_3$ .

### 3.1 Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari dengan Panjang 4

Pencacah boot lengkap dengan panjang 4 ada satu polinomial yang juga merupakan basis dari kode, disajikan sebagai berikut:

$$p_4 = x^4 + xy^3 + 3xy^2z + 3xyz^2 + xz^3$$

### 3.2 Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari dengan Panjang 8

Pencacah boot lengkap dengan panjang 8 ada satu polinomial yang juga merupakan basis dari kode, disajikan sebagai berikut:

$$p_8 = x^8 + 2x^5y^3 + x^2y^6 + 6x^5y^2z + 6x^2y^5z + 6x^5yz^2 + 15x^2y^4z^2 + 2x^5z^3 + 20x^2y^3z^3 \\ + 15x^2y^2z^4 + 6x^2yz^5 + x^2z^6$$

### 3.3 Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari dengan Panjang 12

Pencacah boot lengkap dengan panjang 12 ada 3 polinomial namun yang menjadi basis hanya ada 2 polinomial yang disajikan sebagai berikut:

$$p_{12a} = x^{12} + 22x^6y^6 + y^{12} + 220x^6y^3z^3 + 220x^3y^6z^3 + 22x^6z^6 + 220x^3y^3z^6 + 22y^6z^6 + z^{12} \\ p_{12b} = x^{12} + 3x^9y^3 + 3x^6y^6 + x^3y^9 + 9x^9y^2z + 18x^6y^5z + 9x^3y^8z + 9x^9yz^2 + 45x^6y^4z^2 \\ + 36x^3y^7z^2 + 3x^9z^3 + 60x^6y^3z^3 + 84x^3y^6z^3 + 45x^6y^2z^4 + 126x^3y^5z^4 + 18x^6yz^5 \\ + 126x^3y^4z^5 + 3x^6z^6 + 84x^3y^3z^6 + 36x^3y^2z^7 + 9x^3yz^8 + x^3z^9$$

### 3.4 Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari dengan Panjang 16

Pencacah boot lengkap dengan panjang 16 ada 7 polinomial yang semua polinomialnya merupakan basis dari kode, disajikan sebagai berikut:

$$p_{16a} = x^{16} + 4x^{13}y^3 + 6x^{10}y^6 + 4x^7y^9 + x^4y^{12} + 12x^{13}y^2z + 36x^{10}y^5z + 36x^7y^8z + 12x^4y^{11}z \\ + 12x^{13}yz^2 + 90x^{10}y^4z^2 + 144x^7y^7z^2 + 66x^4y^{10}z^2 + 4x^{13}z^3 + 120x^{10}y^3z^3 + 336x^7y^6z^3 \\ + 220x^4y^9z^3 + 90x^{10}y^2z^4 + 504x^7y^5z^4 + 495x^4y^8z^4 + 36x^{10}yz^5 + 504x^7y^4z^5 \\ + 792x^4y^7z^5 + 6x^{10}z^6 + 336x^7y^3z^6 + 924x^4y^6z^6 + 144x^7y^2z^7 + 792x^4y^5z^7 + 36x^7yz^8 \\ + 495x^4y^4z^8 + 4x^7z^9 + 220x^4y^3z^9 + 66x^4y^2z^{10} + 12x^4yz^{11} + x^4z^{12} \\ p_{16b} = x^{16} + 5x^{13}y^3 + 10x^{10}y^6 + 10x^7y^9 + 5x^4y^{12} + xy^{15} + 3x^{13}y^2z + 12x^{10}y^5z + 18x^7y^8z \\ + 12x^4y^{11}z + 3xy^{14}z + 3x^{13}yz^2 + 12x^{10}y^4z^2 + 18x^7y^7z^2 + 12x^4y^{10}z^2 + 3xy^{13}z^2 \\ + 5x^{13}z^3 + 236x^{10}y^3z^3 + 462x^7y^6z^3 + 236x^4y^9z^3 + 5xy^{12}z^3 + 12x^{10}y^2z^4 + 684x^7y^5z^4 \\ + 684x^4y^8z^4 + 12xy^{11}z^4 + 12x^{10}yz^5 + 684x^7y^4z^5 + 684x^4y^7z^5 + 12xy^{10}z^5 + 10x^{10}z^6 \\ + 462x^7y^3z^6 + 462x^4y^6z^6 + 10xy^9z^6 + 18x^7y^2z^7 + 684x^4y^5z^7 + 18xy^8z^7 + 18x^7yz^8 \\ + 684x^4y^4z^8 + 18xy^7z^8 + 10x^7z^9 + 236x^4y^3z^9 + 10xy^6z^9 + 12x^4y^2z^{10} + 12xy^5z^{10} \\ + 12x^4yz^{11} + 12xy^4z^{11} + 5x^4z^{12} + 5xy^3z^{12} + 3xy^2z^{13} + 3xyz^{14} + xz^{15} \\ p_{16c} = x^{16} + x^{13}y^3 + 22x^{10}y^6 + 22x^7y^9 + x^4y^{12} + xy^{15} + 3x^{13}y^2z + 66x^7y^8z + 3xy^{14}z \\ + 3x^{13}yz^2 + 66x^7y^7z^2 + 3xy^{13}z^2 + x^{13}z^3 + 220x^{10}y^3z^3 + 462x^7y^6z^3 + 220x^4y^9z^3 \\ + xy^{12}z^3 + 660x^7y^5z^4 + 660x^4y^8z^4 + 660x^7y^4z^5 + 660x^4y^7z^5 + 22x^{10}z^6 + 462x^7y^3z^6 \\ + 462x^4y^6z^6 + 22xy^9z^6 + 66x^7y^2z^7 + 660x^4y^5z^7 + 66xy^8z^7 + 66x^7yz^8 + 660x^4y^4z^8 \\ + 66xy^7z^8 + 22x^7z^9 + 220x^4y^3z^9 + 22xy^6z^9 + x^4z^{12} + xy^3z^{12} + 3xy^2z^{13} + 3xyz^{14} \\ + xz^{15} \\ p_{16d} = x^{16} + 4x^{13}y^3 + 6x^{10}y^6 + 4x^7y^9 + x^4y^{12} + 66x^{10}y^4z^2 + 144x^7y^7z^2 + 90x^4y^{10}z^2 \\ + 12xy^{13}z^2 + 4x^{13}z^3 + 120x^{10}y^3z^3 + 336x^7y^6z^3 + 220x^4y^9z^3 + 66x^{10}y^2z^4 + 792x^7y^5z^4 \\ + 495x^4y^8z^4 + 12xy^{11}z^4 + 792x^7y^4z^5 + 504x^4y^7z^5 + 36xy^{10}z^5 + 6x^{10}z^6 + 336x^7y^3z^6 \\ + 924x^4y^6z^6 + 144x^7y^2z^7 + 504x^4y^5z^7 + 36xy^8z^7 + 495x^4y^4z^8 + 36xy^7z^8 + 4x^7z^9 \\ + 220x^4y^3z^9 + 90x^4y^2z^{10} + 36xy^5z^{10} + 12xy^4z^{11} + x^4z^{12} + 12xy^2z^{13}$$

$$\begin{aligned}
 p_{16e} = & x^{16} + 2x^{13}y^3 + 6x^{10}y^6 + 10x^7y^9 + 5x^4y^{12} + 15x^{10}y^5z + 15x^7y^8z + 3x^4y^{11}z + 3xy^{14}z \\
 & + 30x^{10}y^4z^2 + 168x^7y^7z^2 + 30x^4y^{10}z^2 + 2x^{13}z^3 + 142x^{10}y^3z^3 + 390x^7y^6z^3 \\
 & + 260x^4y^9z^3 + 10xy^{12}z^3 + 30x^{10}y^2z^4 + 735x^7y^5z^4 + 420x^4y^8z^4 + 3xy^{11}z^4 + 15x^{10}yz^5 \\
 & + 735x^7y^4z^5 + 735x^4y^7z^5 + 15xy^{10}z^5 + 6x^{10}z^6 + 390x^7y^3z^6 + 546x^4y^6z^6 + 66xy^9z^6 \\
 & + 168x^7y^2z^7 + 735x^4y^5z^7 + 15xy^8z^7 + 15x^7yz^8 + 420x^4y^4z^8 + 15xy^7z^8 + 10x^7z^9 \\
 & + 260x^4y^3z^9 + 66xy^6z^9 + 30x^4y^2z^{10} + 15xy^5z^{10} + 3x^4yz^{11} + 3xy^4z^{11} + 5x^4z^{12} \\
 & + 10xy^3z^{12} + 3xyz^{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{16f} = & x^{16} + x^{13}y^3 + 13x^7y^9 + 13x^4y^{12} + 39x^{10}y^5z + 3xy^{14}z + 234x^7y^7z^2 + x^{13}z^3 + 156x^{10}y^3z^3 \\
 & + 390x^7y^6z^3 + 247x^4y^9z^3 + 702x^7y^5z^4 + 468x^4y^8z^4 + 39x^{10}yz^5 + 702x^7y^4z^5 \\
 & + 702x^4y^7z^5 + 39xy^{10}z^5 + 390x^7y^3z^6 + 546x^4y^6z^6 + 78xy^9z^6 + 234x^7y^2z^7 + 702x^4y^5z^7 \\
 & + 468x^4y^4z^8 + 13x^7z^9 + 247x^4y^3z^9 + 78xy^6z^9 + 39xy^5z^{10} + 13x^4z^{12} + 3xyz^{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{16g} = & x^{16} + 7x^{10}y^6 + 8x^7y^9 + 14x^{10}y^5z + 50x^7y^8z + 7x^4y^{11}z + xy^{14}z + 49x^{10}y^4z^2 + 182x^7y^7z^2 \\
 & + 49x^4y^{10}z^2 + 84x^{10}y^3z^3 + 434x^7y^6z^3 + 203x^4y^9z^3 + 7xy^{12}z^3 + 49x^{10}y^2z^4 \\
 & + 686x^7y^5z^4 + 392x^4y^8z^4 + 7xy^{11}z^4 + 14x^{10}yz^5 + 686x^7y^4z^5 + 686x^4y^7z^5 + 14xy^{10}z^5 \\
 & + 7x^{10}z^6 + 434x^7y^3z^6 + 686x^4y^6z^6 + 49xy^9z^6 + 182x^7y^2z^7 + 686x^4y^5z^7 + 50xy^8z^7 \\
 & + 50x^7yz^8 + 392x^4y^4z^8 + 50xy^7z^8 + 8x^7z^9 + 203x^4y^3z^9 + 49xy^6z^9 + 49x^4y^2z^{10} \\
 & + 14xy^5z^{10} + 7x^4yz^{11} + 7xy^3z^{12} + xyz^{14}
 \end{aligned}$$

### 3.5 Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari dengan Panjang 20

Pencacah boot lengkap dengan panjang 20 ada 24 polinomial namun yang menjadi basis hanya ada 7 polinomial yang disajikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 p_{20a} = & x^{20} + 5x^{17}y^3 + 10x^{14}y^6 + 10x^{11}y^9 + 5x^8y^{12} + x^5y^{15} + 15x^{17}y^2z + 60x^{14}y^5z + 90x^{11}y^8z \\
 & + 60x^8y^{11}z + 15x^5y^{14}z + 15x^{17}yz^2 + 150x^{14}y^4z^2 + 360x^{11}y^7z^2 + 330x^8y^{10}z^2 \\
 & + 105x^5y^{13}z^2 + 5x^{17}z^3 + 200x^{14}y^3z^3 + 840x^{11}y^6z^3 + 1100x^8y^9z^3 + 455x^5y^{12}z^3 \\
 & + 150x^{14}y^2z^4 + 1260x^{11}y^5z^4 + 2475x^8y^8z^4 + 1365x^5y^{11}z^4 + 60x^{14}yz^5 + 1260x^{11}y^4z^5 \\
 & + 3960x^8y^7z^5 + 3003x^5y^{10}z^5 + 10x^{14}z^6 + 840x^{11}y^3z^6 + 4620x^8y^6z^6 + 5005x^5y^9z^6 \\
 & + 360x^{11}y^2z^7 + 3960x^8y^5z^7 + 6435x^5y^8z^7 + 90x^{11}yz^8 + 2475x^8y^4z^8 + 6435x^5y^7z^8 \\
 & + 10x^{11}z^9 + 1100x^8y^3z^9 + 5005x^5y^6z^9 + 330x^8y^2z^{10} + 3003x^5y^5z^{10} + 60x^8yz^{11} \\
 & + 1365x^5y^4z^{11} + 5x^8z^{12} + 455x^5y^3z^{12} + 105x^5y^2z^{13} + 15x^5yz^{14} + x^5z^{15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{20b} = & x^{20} + 6x^{17}y^3 + 15x^{14}y^6 + 20x^{11}y^9 + 15x^8y^{12} + 6x^5y^{15} + x^2y^{18} + 6x^{17}y^2z + 30x^{14}y^5z \\
 & + 60x^{11}y^8z + 60x^8y^{11}z + 30x^5y^{14}z + 6x^2y^{17}z + 6x^{17}yz^2 + 39x^{14}y^4z^2 + 96x^{11}y^7z^2 \\
 & + 114x^8y^{10}z^2 + 66x^5y^{13}z^2 + 15x^2y^{16}z^2 + 6x^{17}z^3 + 264x^{14}y^3z^3 + 780x^{11}y^6z^3 \\
 & + 816x^8y^9z^3 + 318x^5y^{12}z^3 + 24x^2y^{15}z^3 + 39x^{14}y^2z^4 + 1452x^{11}y^5z^4 + 2826x^8y^8z^4 \\
 & + 1452x^5y^{11}z^4 + 39x^2y^{14}z^4 + 30x^{14}yz^5 + 1452x^{11}y^4z^5 + 4824x^8y^7z^5 + 3468x^5y^{10}z^5 \\
 & + 66x^2y^{13}z^5 + 15x^{14}z^6 + 780x^{11}y^3z^6 + 5490x^8y^6z^6 + 4812x^5y^9z^6 + 87x^2y^{12}z^6 \\
 & + 96x^{11}y^2z^7 + 4824x^8y^5z^7 + 4824x^5y^8z^7 + 96x^2y^{11}z^7 + 60x^{11}yz^8 + 2826x^8y^4z^8 \\
 & + 4824x^5y^7z^8 + 114x^2y^{10}z^8 + 20x^{11}z^9 + 816x^8y^3z^9 + 4812x^5y^6z^9 + 128x^2y^9z^9 \\
 & + 114x^8y^2z^{10} + 3468x^5y^5z^{10} + 114x^2y^8z^{10} + 60x^8yz^{11} + 1452x^5y^4z^{11} + 96x^2y^7z^{11} \\
 & + 15x^8z^{12} + 318x^5y^3z^{12} + 87x^2y^6z^{12} + 66x^5y^2z^{13} + 66x^2y^5z^{13} + 30x^5yz^{14} \\
 & + 39x^2y^4z^{14} + 6x^5z^{15} + 24x^2y^3z^{15} + 15x^2y^2z^{16} + 6x^2yz^{17} + x^2z^{18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{20c} = & x^{20} + 2x^{17}y^3 + 23x^{14}y^6 + 44x^{11}y^9 + 23x^8y^{12} + 2x^5y^{15} + x^2y^{18} + 6x^{17}y^2z + 6x^{14}y^5z \\
& + 132x^{11}y^8z + 132x^8y^{11}z + 6x^5y^{14}z + 6x^2y^{17}z + 6x^{17}yz^2 + 15x^{14}y^4z^2 + 132x^{11}y^7z^2 \\
& + 330x^8y^{10}z^2 + 6x^5y^{13}z^2 + 15x^2y^{16}z^2 + 2x^{17}z^3 + 240x^{14}y^3z^3 + 704x^{11}y^6z^3 \\
& + 1100x^8y^9z^3 + 222x^5y^{12}z^3 + 20x^2y^{15}z^3 + 15x^{14}y^2z^4 + 1320x^{11}y^5z^4 + 2970x^8y^8z^4 \\
& + 1320x^5y^{11}z^4 + 15x^2y^{14}z^4 + 6x^{14}y^5z^5 + 1320x^{11}y^4z^5 + 4752x^8y^7z^5 + 3300x^5y^{10}z^5 \\
& + 6x^2y^{13}z^5 + 23x^{14}z^6 + 704x^{11}y^3z^6 + 5346x^8y^6z^6 + 4664x^5y^9z^6 + 23x^2y^{12}z^6 \\
& + 132x^{11}y^2z^7 + 4752x^8y^5z^7 + 4752x^5y^8z^7 + 132x^2y^{11}z^7 + 132x^{11}yz^8 + 2970x^8y^4z^8 \\
& + 4752x^5y^7z^8 + 330x^2y^{10}z^8 + 44x^{11}z^9 + 1100x^8y^3z^9 + 4664x^5y^6z^9 + 440x^2y^9z^9 \\
& + 330x^8y^2z^{10} + 3300x^5y^5z^{10} + 330x^2y^8z^{10} + 132x^8yz^{11} + 1320x^5y^4z^{11} + 132x^2y^7z^{11} \\
& + 23x^8z^{12} + 222x^5y^3z^{12} + 23x^2y^6z^{12} + 6x^5y^2z^{13} + 6x^2y^5z^{13} + 6x^5yz^{14} + 15x^2y^4z^{14} \\
& + 2x^5z^{15} + 20x^2y^3z^{15} + 15x^2y^2z^{16} + 6x^2yz^{17} + x^2z^{18} \\
p_{20d} = & x^{20} + 5x^{17}y^3 + 10x^{14}y^6 + 10x^{11}y^9 + 5x^8y^{12} + x^5y^{15} + 3x^{17}y^2z + 12x^{14}y^5z + 18x^{11}y^8z \\
& + 12x^8y^{11}z + 3x^5y^{14}z + 3x^{17}yz^2 + 78x^{14}y^4z^2 + 228x^{11}y^7z^2 + 246x^8y^{10}z^2 + 105x^5y^{13}z^2 \\
& + 12x^2y^{16}z^2 + 5x^{17}z^3 + 128x^{14}y^3z^3 + 660x^{11}y^6z^3 + 992x^8y^9z^3 + 491x^5y^{12}z^3 \\
& + 36x^2y^{15}z^3 + 78x^{14}y^2z^4 + 1416x^{11}y^5z^4 + 2727x^8y^8z^4 + 1437x^5y^{11}z^4 + 48x^2y^{14}z^4 \\
& + 12x^{14}yz^5 + 1416x^{11}y^4z^5 + 4824x^8y^7z^5 + 2775x^5y^{10}z^5 + 84x^2y^{13}z^5 + 10x^{14}z^6 \\
& + 660x^{11}y^3z^6 + 6348x^8y^6z^6 + 4141x^5y^9z^6 + 144x^2y^{12}z^6 + 228x^{11}y^2z^7 + 4824x^8y^5z^7 \\
& + 5319x^5y^8z^7 + 156x^2y^{11}z^7 + 18x^{11}yz^8 + 2727x^8y^4z^8 + 5319x^5y^7z^8 + 180x^2y^{10}z^8 \\
& + 10x^{11}z^9 + 992x^8y^3z^9 + 4141x^5y^6z^9 + 216x^2y^9z^9 + 246x^8y^2z^{10} + 2775x^5y^5z^{10} \\
& + 180x^2y^8z^{10} + 12x^8yz^{11} + 1437x^5y^4z^{11} + 156x^2y^7z^{11} + 5x^8z^{12} + 491x^5y^3z^{12} \\
& + 144x^2y^6z^{12} + 105x^5y^2z^{13} + 84x^2y^5z^{13} + 3x^5yz^{14} + 48x^2y^4z^{14} + x^5z^{15} + 36x^2y^3z^{15} \\
& + 12x^2y^2z^{16} \\
p_{20e} = & x^{20} + 3x^{17}y^3 + 8x^{14}y^6 + 16x^{11}y^9 + 15x^8y^{12} + 5x^5y^{15} + 3x^{17}y^2z + 21x^{14}y^5z + 48x^{11}y^8z \\
& + 48x^8y^{11}z + 21x^5y^{14}z + 3x^2y^{17}z + 3x^{17}yz^2 + 36x^{14}y^4z^2 + 261x^{11}y^7z^2 + 273x^8y^{10}z^2 \\
& + 54x^5y^{13}z^2 + 9x^2y^{16}z^2 + 3x^{17}z^3 + 146x^{14}y^3z^3 + 673x^{11}y^6z^3 + 1209x^8y^9z^3 \\
& + 374x^5y^{12}z^3 + 19x^2y^{15}z^3 + 36x^{14}y^2z^4 + 1296x^{11}y^5z^4 + 2844x^8y^8z^4 + 1296x^5y^{11}z^4 \\
& + 36x^2y^{14}z^4 + 21x^{14}yz^5 + 1296x^{11}y^4z^5 + 5013x^8y^7z^5 + 2820x^5y^{10}z^5 + 54x^2y^{13}z^5 \\
& + 8x^{14}z^6 + 673x^{11}y^3z^6 + 5736x^8y^6z^6 + 4337x^5y^9z^6 + 130x^2y^{12}z^6 + 261x^{11}y^2z^7 \\
& + 5013x^8y^5z^7 + 5013x^5y^8z^7 + 261x^2y^{11}z^7 + 48x^{11}yz^8 + 2844x^8y^4z^8 + 5013x^5y^7z^8 \\
& + 273x^2y^{10}z^8 + 16x^{11}z^9 + 1209x^8y^3z^9 + 4337x^5y^6z^9 + 222x^2y^9z^9 + 273x^8y^2z^{10} \\
& + 2820x^5y^5z^{10} + 273x^2y^8z^{10} + 48x^8yz^{11} + 1296x^5y^4z^{11} + 261x^2y^7z^{11} + 15x^8z^{12} \\
& + 374x^5y^3z^{12} + 130x^2y^6z^{12} + 54x^5y^2z^{13} + 54x^2y^5z^{13} + 21x^5yz^{14} + 36x^2y^4z^{14} \\
& + 5x^5z^{15} + 19x^2y^3z^{15} + 9x^2y^2z^{16} + 3x^2yz^{17} \\
p_{20f} = & x^{20} + 2x^{17}y^3 + x^{14}y^6 + 13x^{11}y^9 + 26x^8y^{12} + 13x^5y^{15} + 3x^{17}y^2z + 42x^{14}y^5z + 39x^{11}y^8z \\
& + 39x^8y^{11}z + 42x^5y^{14}z + 3x^2y^{17}z + 3x^{17}yz^2 + 3x^{14}y^4z^2 + 351x^{11}y^7z^2 + 273x^8y^{10}z^2 \\
& + 39x^5y^{13}z^2 + 9x^2y^{16}z^2 + 2x^{17}z^3 + 158x^{14}y^3z^3 + 663x^{11}y^6z^3 + 1352x^8y^9z^3 \\
& + 260x^5y^{12}z^3 + 9x^2y^{15}z^3 + 3x^{14}y^2z^4 + 1209x^{11}y^5z^4 + 3042x^8y^8z^4 + 1209x^5y^{11}z^4 \\
& + 3x^2y^{14}z^4 + 42x^{14}yz^5 + 1209x^{11}y^4z^5 + 4914x^8y^7z^5 + 2886x^5y^{10}z^5 + 39x^2y^{13}z^5 \\
& + x^{14}z^6 + 663x^{11}y^3z^6 + 5538x^8y^6z^6 + 4381x^5y^9z^6 + 195x^2y^{12}z^6 + 351x^{11}y^2z^7 \\
& + 4914x^8y^5z^7 + 4914x^5y^8z^7 + 351x^2y^{11}z^7 + 39x^{11}yz^8 + 3042x^8y^4z^8 + 4914x^5y^7z^8 \\
& + 273x^2y^{10}z^8 + 13x^{11}z^9 + 1352x^8y^3z^9 + 4381x^5y^6z^9 + 156x^2y^9z^9 + 273x^8y^2z^{10} \\
& + 2886x^5y^5z^{10} + 273x^2y^8z^{10} + 39x^8yz^{11} + 1209x^5y^4z^{11} + 351x^2y^7z^{11} + 26x^8z^{12} \\
& + 260x^5y^3z^{12} + 195x^2y^6z^{12} + 39x^5y^2z^{13} + 39x^2y^5z^{13} + 42x^5yz^{14} + 3x^2y^4z^{14} \\
& + 13x^5z^{15} + 9x^2y^3z^{15} + 9x^2y^2z^{16} + 3x^2yz^{17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{20g} = & x^{20} + x^{17}y^3 + 7x^{14}y^6 + 15x^{11}y^9 + 8x^8y^{12} + 3x^{17}y^2z + 14x^{14}y^5z + 85x^{11}y^8z + 81x^8y^{11}z \\
 & + 8x^5y^{14}z + x^2y^{17}z + 3x^{17}yz^2 + 49x^{14}y^4z^2 + 294x^{11}y^7z^2 + 405x^8y^{10}z^2 \\
 & + 70x^5y^{13}z^2 + 3x^2y^{16}z^2 + x^{17}z^3 + 84x^{14}y^3z^3 + 714x^{11}y^6z^3 + 1341x^8y^9z^3 \\
 & + 378x^5y^{12}z^3 + 10x^2y^{15}z^3 + 49x^{14}y^2z^4 + 1148x^{11}y^5z^4 + 2976x^8y^8z^4 + 1162x^5y^{11}z^4 \\
 & + 29x^2y^{14}z^4 + 14x^{14}yz^5 + 1148x^{11}y^4z^5 + 4914x^8y^7z^5 + 2534x^5y^{10}z^5 + 56x^2y^{13}z^5 \\
 & + 7x^{14}z^6 + 714x^{11}y^3z^6 + 5670x^8y^6z^6 + 4172x^5y^9z^6 + 119x^2y^{12}z^6 + 294x^{11}y^2z^7 \\
 & + 4914x^8y^5z^7 + 5244x^5y^8z^7 + 246x^2y^{11}z^7 + 85x^{11}yz^8 + 2976x^8y^4z^8 + 5244x^5y^7z^8 \\
 & + 361x^2y^{10}z^8 + 15x^{11}z^9 + 1341x^8y^3z^9 + 4172x^5y^6z^9 + 398x^2y^9z^9 + 405x^8y^2z^{10} \\
 & + 2534x^5y^5z^{10} + 361x^2y^8z^{10} + 81x^8yz^{11} + 1162x^5y^4z^{11} + 246x^2y^7z^{11} + 8x^8z^{12} \\
 & + 378x^5y^3z^{12} + 119x^2y^6z^{12} + 70x^5y^2z^{13} + 56x^2y^5z^{13} + 8x^5yz^{14} + 29x^2y^4z^{14} \\
 & + 10x^2y^3z^{15} + 3x^2y^2z^{16} + x^2yz^{17}
 \end{aligned}$$

## 4. Kesimpulan

Pencacah bobot lengkap dari kode ternari swa-dual dengan panjang 4, 8, 12, 16, dan 20 tidak semuanya merupakan basis dari kode tersebut, hanya ada beberapa yang menjadi basis diantaranya:

1. Kode dengan panjang 4 terdapat 1 pencacah bobot lengkap yang juga merupakan basis dari kode tersebut.
2. Kode dengan panjang 8 terdapat 1 pencacah bobot lengkap yang juga merupakan basis dari kode tersebut.
3. Kode dengan panjang 12 terdapat 3 pencacah bobot lengkap namun yang menjadi basis hanya 2 pencacah bobot lengkap saja.
4. Kode dengan panjang 16 terdapat 7 pencacah bobot lengkap yang juga merupakan basis dari kode tersebut.
5. Kode dengan panjang 20 terdapat 24 pencacah bobot lengkap namun yang menjadi basis hanya 7 pencacah bobot lengkap saja.

## 3 Daftar Pustaka

- [1] MacWilliams, F. J. and Sloane, N. J. A., *The Theory of Error-Correcting Codes*, North-Holland Publishing Company, 1977.
- [2] Xu, G., Cao, X., Xu, S., and Ping, J., Complete weight enumerators of a class of linear codes with two weights, *Discrete Mathematics*, Vol. 341, pp. 525–535, 2018.
- [3] Kong, X. and Yang, S., Complete weight enumerators of a class of linear codes with two or three weights, *Discrete Mathematics*, Vol. 342, pp. 3166–3176, 2019.
- [4] Yang, S., Kong, X., and Shi, X., Complete weight enumerators of a class of linear codes over finite fields, *Advances in Mathematics of Communications*, Vol. 15, No. 1, pp. 99–112, 2021.
- [5] Qiu, D., Ma, F., Gao, J., and Li, J., Complete weight enumerator of torsions and their applications, *Mathematics*, Vol. 13, Article 1165, 2025.

- [6] Munemasa, A., Self-Dual Codes over GF(3), Misc, tanpa tahun, tersedia secara daring: \texttt{<https://www.math.is.tohoku.ac.jp/~textasciitilde munemasa/research/codes/sd3.htm>} (diakses 12-Mar-2025).
- [7] The Sage Developers, SageMath, the Sage Mathematics Software System (Version 9.0.0), 2020, tersedia secara daring: \texttt{<https://www.sagemath.org>}
- [8] Hamid, N., Note on E-Polynomials Associated to Z4-Codes, *Nihonkai Mathematical Journal*, Vol. 30, pp. 31–40, 2019.

## Teorema Polya pada Graf Sederhana yang Tidak Saling Isomorfis Sembilan Simpul

Risang Narendra<sup>1</sup>, Novia Ibnu Wulansari<sup>2</sup>, Rizka Rizqi Robby<sup>3</sup>,  
Galuh Tyasing Swastika<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Universitas Nahdlatul Ulama Blitar, risang.narendra@gmail.com

**Abstract.** One of the interesting studies in graph theory to study is about graph that are not mutually isomorphic. The purpose of this research is to find the pattern of the number of graphs that are not mutually isomorphic using the Polya theorem. The Polya theorem is related to the cycle index of a group, because the Polya theorem is used to calculate the number off patterns of a group of permutations that make up the cycle index of the group. The Polya theorem consists of the Polya theorem I and the Polya theorem II. The Polya theorem I is used to determine the number of graph that are not isomorphic, while the Polya theorem II is used to determine the shape of the graph. The number of simple graph that are not mutually isomorphic of  $n = 9$  knot is 114.008.254 is known 1 graph whitout side, and 1 graph with 45 side.

**Keywords:** Simple Graph, Cycle Index, Isomorphic Graph, Polya Theorem

**Abstrak.** Salah satu kajian dalam teori graf yang menarik untuk diteliti adalah tentang graf yang tidak saling isomorfis. Tujuan dalam penelitian ini yaitu mencari pola banyaknya graf yang tidak saling isomorfis menggunakan Teorema Polya. Teorema Polya berkaitan dengan indeks sikel suatu grup, karena Teorema Polya merupakan teorema yang digunakan untuk menghitung banyaknya pola-pola suatu grup permutasi yang membentuk indeks sikel dari grup tersebut. Teorema Polya terdiri dari Teorema Polya I dan Teorema Polya II. Dimana Teorema Polya I digunakan untuk menentukan jumlah banyaknya graf sederhana yang tidak saling isomorfis, sedangkan Teorema Polya II digunakan untuk menentukan bentuk-bentuk dari graf sederhana yang tidak saling isomorfis tersebut. Banyaknya graf sederhana yang tidak saling isomorfis dari  $n = 9$  simpul adalah 114.008.254 dan diketahui ada 1 graf tanpa sisi serta 1 graf dengan 45 sisi.

**Kata Kunci:** Graf Sederhana, Indeks Sikel, Graf Isomorfis, Teorema Polya

## 1 Pendahuluan

Matematika berasal dari bahasa Yunani yakni *mathema* yang berarti pengetahuan, pemikiran, pembelajaran atau sebelumnya disebut ilmu hisab adalah ilmu yang mempelajari hal-hal seperti besaran, struktur, ruang dan perubahan [1]. Matematika adalah ilmu universal yang mendasari ilmu pengetahuan lainnya, seperti dalam ilmu kimia, ilmu fisika serta ilmu biologi. Peran matematika semakin hari semakin penting, karena banyak informasi penting yang disampaikan orang dengan menggunakan Bahasa matematika seperti tabel, diagram, dan grafik. Teori graf adalah cabang ilmu yang memperlajari sifat-sifat graf. Secara informal, suatu graf adalah himpunan benda-benda yang disebut vertex (*node*) yang terhubung oleh garis (*edge*). Dalam kehidupan sehari-hari graf digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada. Tujuannya adalah sebagai visualisasi objek-objek agar lebih mudah dimengerti [2, 3]. Beberapa contoh graf yang sering dijumpai antara lain, struktur organisasi, bagan alir, pengambilan mata kuliah, peta, rangkaian listrik, dan lain-lain [4]. Dengan menggunakan model teori graf yang sesuai, suatu permasalahan menjadi lebih jelas sehingga dapat lebih mudah untuk menganalisisnya. Permasalahan yang dirumuskan dengan menggunakan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-aspek yang diperlukan dan dibuang aspek-aspek lainnya[5].

Teori graf lahir pada tahun 1976 melalui tulisan Euler yang berisi tentang upaya pemecahan masalah Jembatan *Konigsberg* yang sempat terkenal di Eropa. Secara sistematis graf mendefinisikan sebagai pasangan himpunan  $(V, E)$  ditulis dengan notasi  $G = (V, E)$  yang dalam hal ini  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertex* atau *node*) dan  $E$  adalah himpunan sisi (*edge*) yang menghubungkan sepasang simpul [2]. Salah satu alasan perkembangan teori graf yang pesat yakni aplikasinya yang luas dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam berbagai bidang ilmu, seperti ilmu komputer, teknik, sains, serta ilmu sosial [6, 7]. Pada umumnya, enumerasi merupakan pencacahan suatu objek tertentu. Salah satu alat bantu yang dapat digunakan untuk mempermudah menyelesaikan permasalahan enumerasi adalah dengan menggunakan teorema Polya (*Polya's Theorem*).

Pada awalnya teorema Polya digunakan dalam perhitungan banyaknya suatu pola molekul yang terbentuk dari gabungan sejumlah atom-atom penyusunnya. teorema Polya dikenalkan oleh seorang matematikawan yaitu George Polya pada tahun 1936. Teorema Polya terdiri dari Teorema Polya I dan Teorema Polya II. Teorema Polya I menjelaskan banyaknya graf yang tidak isomorfis dan Teorema Polya II menjelaskan bentuk-bentuk graf yang tidak isomorfis tersebut. Teorema Polya berkaitan dengan indeks sikel polynomial suatu grup, karena teorema Polya merupakan teorema yang digunakan untuk menghitung banyaknya pola-pola suatu grup permutasi yang membentuk indeks sikel dari grup tersebut [8–11]. Penelitian [11] melakukan enumerasi graf sederhana dengan enam simpul menggunakan Teorema Polya. Penelitian ini merupakan pengembangan dari penelitian tentang graf yang tidak saling isomorfis. Pada penelitian sebelumnya belum ada yang membahas penentuan banyaknya graf sederhana dengan sembilan simpul yang tidak saling isomorfis menggunakan Teorema Polya.

## 2 Metode Penelitian

### 2.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan adalah studi literatur. Literatur dapat diartikan sebagai sumber ataupun acuan yang digunakan dalam berbagai aktivitas di dunia pendidikan ataupun aktivitas lainnya. Metode studi literatur adalah serangkaian kegiatan yang berkenaan dengan metode pengumpulan data pustaka, membaca, dan mencatat serta mengolah bahan penelitian [11].

### 2.2 Teknik Analisis Data

Teknik analisis data yang digunakan adalah studi literatur dengan mempelajari artikel ilmiah dari berbagai jurnal dan buku-buku yang berkaitan dengan topik penelitian. Adapun langkah-langkah penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut:

- a. Melakukan kajian literatur mengenai Teorema Polya.
- b. Mengkaji karakteristik Teorema Polya.
- c. Menentukan permutasi indeks sikel dengan menggunakan bantuan program *Maple*.
- d. Mengaplikasikan hasil permutasi kedalam Teorema Polya I untuk menentukan banyaknya graf yang tidak saling isomorfis.
- e. Mengaplikasikan hasil permutasi kedalam Teorema Polya II untuk menentukan bentuk graf yang tidak saling isomorfis.

## 3 Hasil dan Pembahasan

### 3.1 Penerapan Teorema Polya Pada Graf 9 Titik

Dalam bagian ini penulis akan membahas uraian untuk menentukan banyaknya graf dan jenis-jenis graf yang tidak saling isomorfik menggunakan teorema Polya dengan order  $n = 9$  titik. Apabila  $n$  titik pada graf  $G$  dikenai permutasi, maka pasangan titik tak berurut (artinya  $ab = ba$ ) dari graf tersebut juga mengalami permutasi. Dalam hal ini pasangan titik tak berurut pada suatu himpunan dapat dipandang sebagai sisi, yang ujung-ujungnya adalah pasangan titik tersebut. Jika himpunan permutasi pada titik-titik suatu graf membentuk suatu grup simetri yaitu  $S_n$ , maka permutasi dari pasangan titik-titik (sisi-sisi) tersebut juga membentuk suatu grup simetri yaitu  $R_n$ . Jadi akan dibentuk indeks sikel dari  $R_n$  (permutasi sisi pada graf) dengan membangkitkan indeks sikel pada  $S_n$  (permutasi titik pada graf).

### 3.2 Perkalian Sikel dengan *Maple* untuk Menentukan Indeks Sikel pada Graf 9 Titik

Diberikan graf  $G$  dengan himpunan titik  $X = \{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$  yang merupakan himpunan titik suatu graf dengan  $n = 9$ . Misal  $S_9$  adalah grup simetri yang terbentuk dari himpunan  $X$ , maka banyaknya anggota dari grup  $S_9$  adalah  $n! = 9! = 362880$ . Dengan bantuan program *Maple* diperoleh bentuk-bentuk hasil kali sikel yang saling asing dari grup  $S_9$  beserta banyak anggota yang sejenis (**Tabel 1**).

**Tabel 1.** Bentuk Hasil Kali Sikel  $S_9$

Bentuk	Banyak Anggota Sejenis
(1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)(8)(9)	1
(12)(3)(4)(5)(6)(7)(8)(9)	36
(123)(4)(5)(6)(7)(8)(9)	168
(1234)(5)(6)(7)(8)(9)	756
(12345)(6)(7)(8)(9)	3024
(123456)(7)(8)(9)	10080
(1234567)(8)(9)	25920
(12345678)(9)	45360
(123456789)	40320
(12)(34)(5)(6)(7)(8)(9)	378
(12)(345)(6)(7)(8)(9)	2520
(12)(3456)(7)(8)(9)	7560
(12)(34567)(8)(9)	18144
(12)(345678)(9)	30240
(12)(3456789)	25920
(123)(456)(7)(8)(9)	3360
(123)(4567)(8)(9)	15120
(123)(45678)(9)	24192
(123)(456789)	20160
(1234)(5678)(9)	11340
(1234)(56789)	18144
(12)(34)(56)(7)(8)(9)	1260
(12)(34)(56)(78)(9)	945
(12)(34)(567)(8)(9)	7560
(12)(34)(5678)(9)	11340
(12)(34)(56789)	9072
(12)(345)(678)(9)	10080
(12)(345)(6789)	15120
(12)(3456)(789)	10760

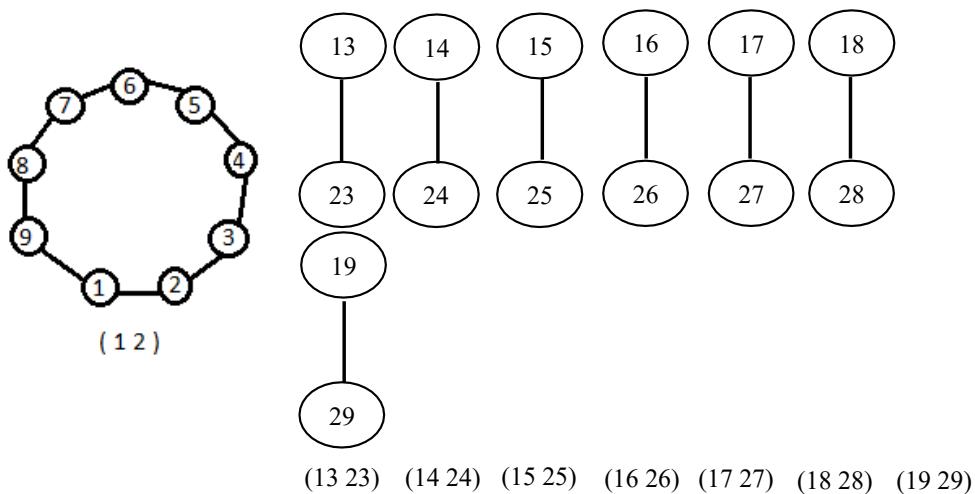
Sehingga tipe untai dan indeks sikel dari bentuk hasil perkalian *cycle* diatas ada 29 yang terlihat pada Tabel 2.

**Tabel 2.** Tipe Untai dan Indeks Sikel

Tipe Untai	Banyak anggota	Indeks siklik
[9,0,0,0,0,0,0,0]	1	$x_1^9$
[7,1,0,0,0,0,0,0]	36	$x_1^7x_2$
[6,0,1,0,0,0,0,0]	168	$x_1^6x_3$
[5,0,0,1,0,0,0,0]	756	$x_1^5x_4$
[4,0,0,0,1,0,0,0]	3024	$x_1^4x_5$
[3,0,0,0,1,0,0,0]	10080	$x_1^3x_6$
[2,0,0,0,0,1,0,0]	25920	$x_1^2x_7$
[1,0,0,0,0,0,1,0]	45360	$x_1x_8$
[0,0,0,0,0,0,0,1]	40320	$x_9$
[5,2,0,0,0,0,0,0]	378	$x_1^5x_2^2$
[4,1,1,0,0,0,0,0]	2520	$x_1^4x_2 x_3$
[3,1,0,1,0,0,0,0]	7560	$x_1^3x_2 x_4$

Tipe Untai	Banyak anggota	Indeks siklik
[ 2,1,0,0,1,0,0,0,0 ]	18144	$x_1^2 x_2 x_5$
[ 1,1,1,0,0,1,0,0,0 ]	30240	$x_1 x_2 x_6$
[ 0,1,0,0,0,0,1,0,0 ]	25920	$x_2 x_7$
[ 3,0,2,0,0,0,0,0,0 ]	3360	$x_1^3 x_3^2$
[ 2,0,1,1,0,0,0,0,0 ]	15120	$x_1^2 x_3 x_4$
[ 1,0,1,0,1,0,0,0,0 ]	24192	$x_1 x_3 x_5$
[ 0,0,1,0,0,1,0,0,0 ]	20160	$x_3 x_6$
[ 1,0,0,2,0,0,0,0,0 ]	11340	$x_1 x_4^2$
[ 0,0,0,1,1,0,0,0,0 ]	18144	$x_4 x_5$
[ 3,3,0,0,0,0,0,0,0 ]	1260	$x_1^3 x_2^3$
[ 1,4,0,0,0,0,0,0,0 ]	945	$x_1 x_1^4$
[ 2,2,1,0,0,0,0,0,0 ]	7560	$x_1^2 x_2^2 x_3$
[ 1,2,0,1,0,0,0,0,0 ]	11340	$x_1 x_2^2 x_4$
[ 0,2,0,0,1,0,0,0,0 ]	9072	$x_2^2 x_5$
[ 1,1,2,0,0,0,0,0,0 ]	10080	$x_1 x_2 x_3^2$
[ 0,1,1,1,0,0,0,0,0 ]	15120	$x_2 x_3 x_4$
[ 0,1,1,1,0,0,0,0,0 ]	10760	$x_2 x_3 x_4$

Jika himpunan permutasi pada simpul-simpul suatu graf membentuk graf yang membentuk suatu grup simetri ( $S_n$ ), maka permutasi dari pasangan terurut simpul tersebut juga membentuk suatu grup permutasi ( $R_n$ ). Maka akan terbentuk indeks sikel  $R_n$  (permutasi sisi pada graf) dengan membengkitkan indeks sikel pada  $S_9$  yang sudah diperoleh. Karena terdapat empat puluh lima sisi pada graf awal yang kemudian menjadi simpul pada graf yang baru, maka permutasi pada  $P'$  terdapat 29 sikel dengan panjang satu, dan delapan sikel dengan panjang dua. Sehingga dapat dikatakan,  $P'$  mempunyai indeks sikel  $x_1^{29} x_2^8$ . Berikut sebagai ilustrasinya:



**Gambar 1.** Ilustrasi Perubahan Indeks Sikel

Keseluruhan perbahan indeks sikel  $S_9$  menjadi indeks sikel  $R_6$  dinyatakan dalam Tabel 3.

Tabel 3. Perubahan Indeks Sikel

No	$S_n$	$R_n$	No	$S_n$	$R_n$
1	$x_1^9$	$x_1^{45}$	17	$x_1^2 x_3 x_4$	$x_1^3 x_2^2 x_3$
2	$x_1^7 x_2$	$x_1^{29} x_2^8$			$^4 x_4^4 x_{12}$
3	$x_1^6 x_3$	$x_1^{21} x_3^8$	18	$x_1 x_3 x_5$	$x_1 x_3^3 x_5^4 x_{15}$
4	$x_1^5 x_4$	$x_1^{15} x_2 x_3^7$	19	$x_3 x_6$	$x_3^3 x_6^5$
5	$x_1^4 x_5$	$x_1^{10} x_5^7$	20	$x_1 x_4^2$	$x_1 x_2^2 x_4^{10}$
6	$x_1^3 x_6$	$x_1^6 x_3 x_6^6$	21	$x_4 x_5$	$x_2 x_4^2 x_5^3 x_{20}$
7	$x_1^2 x_7$	$x_1^3 x_7^7$	22	$x_1^3 x_2^3$	$x_1^9 x_2^{18}$
8	$x_1 x_8$	$x_1 x_4 x_8^4$	23	$x_1 x_1^4$	$x_1^5 x_2^{20}$
9	$x_9$	$x_9^5$	24	$x_1^2 x_2^2 x_3$	$x_1^5 x_2^8 x_3^3 x_6^6$
10	$x_1^5 x_2^2$	$x_1^{17} x_2^{14}$	25	$x_1 x_2^2 x_4$	$x_1^3 x_2^6 x_4^7$
11	$x_1^4 x_2 x_3$	$x_1^{11} x_2^8 x_3^6$	26	$x_2^2 x_5$	$x_1^2 x_2^4 x_5^3 x_{10}^2$
12	$x_1^3 x_2 x_4$	$x_1^7 x_2^9 x_4^5$	27	$x_1 x_2 x_3^2$	$x_1^2 x_2^2 x_3^9 x_6^2$
13	$x_1^2 x_2 x_5$	$x_1^4 x_2^3 x_5^5 x_{10}$	28	$x_2 x_3 x_4$	$x_1 x_2^2 x_3^2 x_4^4 x_6$
14	$x_1 x_2 x_6$	$x_1^2 x_2^2 x_3 x_6^6$			$x_{12}$
15	$x_2 x_7$	$x_1 x_2 x_7^4 x_{14}$	29	$x_2 x_3 x_4$	$x_1 x_2^2 x_3^2$
16	$x_1^3 x_3^2$	$x_1^6 x_3^{13}$			$x_4^4 x_6 x_{12}$

Sehingga dengan menggunakan Teorema Polya I diperoleh :

$$\begin{aligned}
 Z(S_9: x_1, x_2, \dots, x_9) = & \frac{1}{362880} [x_1^{45} + 36x_1^{29}x_2^8 + 168x_1^{21}x_3^8 + 756x_1^{15}x_2x_3^7 \\
 & + 3024x_1^{10}x_5^7 + 10080x_1^6x_3x_6^6 + 25920x_1^3x_7^7 + 45360x_1x_4x_8^4 + 40320x_9^5 \\
 & + 378x_1^{17}x_2^{14} + 2520x_1^{11}x_2^8x_3^6 + 2520x_1^7x_2^9x_4^5 + 18144x_1^4x_2^3x_5^5x_{10} \\
 & + 2520x_1^2x_2^2x_3x_6^6 + 25920x_1x_2x_7^4x_{14} + 3360x_1^6x_3^{13} \\
 & + 15120x_1^3x_2^2x_3^4x_4^4x_{12} + 24192x_1x_3^3x_5^4x_{15} + 20160x_3^3x_6^5 \\
 & + 18144x_2x_4^2x_5^3x_{20} + 1260x_1^9x_2^{18} + 945x_1^5x_2^{20} + 7560x_1^5x_2^8x_3^3x_6^6 \\
 & + 11340x_1^3x_2^6x_4^7 + 9072x_1^2x_2^4x_5^3x_{10}^2 + 10080x_1^2x_2^2x_3^9x_6^2 \\
 & + 15120x_1x_2^2x_3^2x_4^4x_6x_{12} + 10760x_1x_2^2x_3^2x_4^4x_6x_{12}]
 \end{aligned} \quad \dots (1)$$

Diberikan  $f: X \rightarrow Y$  dengan  $|Y| = r$ . Pada graf sederhana hanya trdapat dua keadaan pada himpunan  $Y$ , yaitu ada himpunan sisi pada himunan simpul dan tidak ada sisi pada himpunan simpul, sehingga  $r = 2$  maka menyebabkan  $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = x_9 = 2$ , dengan memasukkan nilai tersebut pada persamaan (1) diperoleh:

$$\begin{aligned}
 Z(S_9: x_1, x_2, \dots, x_9) = & \frac{1}{362880} [24^5 + 3^6 \cdot 2^{29} \cdot 2^8 + 168 \cdot 2^{21} \cdot 2^8 + \\
 & 756 \cdot 2^{15} \cdot 2 \cdot 2^7 + 3024 \cdot 2^{10} \cdot 2^7 + 10080 \cdot 2^6 \cdot 2 \cdot 2^6 + 25920 \cdot 2^3 \cdot 2^7 + \\
 & 45360 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2^4 + 40320 \cdot 2^5 + 378 \cdot 2^{17} \cdot 2^{14} + 2520 \cdot 2^{11} \cdot 2^8 \cdot 2^6 + \\
 & 2520 \cdot 2^7 \cdot 2^9 \cdot 2^5 + 18144 \cdot 2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2 + 2520 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2^6 + 
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 25920 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2^4 \cdot 2 + 3360 \cdot 2^6 \cdot 2^{13} + 15120 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2 + \\
 & 24192 \cdot 2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2 + 20160 \cdot 2^3 \cdot 2^5 + 11340 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 2^{10} + 18144 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2 + \\
 & 1260 \cdot 2^9 \cdot 2^{18} + 945 \cdot 2^5 \cdot 2^{20} + 7560 \cdot 2^5 \cdot 2^8 \cdot 2^3 \cdot 2^6 + 11340 \cdot 2^3 \cdot 2^6 \cdot 2^7 + \\
 & 9072 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^{10} + 10080 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^9 \cdot 2^2 + 15120 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 2 \cdot 2 + \\
 & 10760 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 2 \cdot 2 ] \quad \dots(2)
 \end{aligned}$$

Jadi, untuk graf sederhana dengan Sembilan simpul, maka akan terdapat 114.008.254 graf yang tidak saling isomorfis.

Ambil dua pola pada himpunan  $Y$ , misalkan  $T =$  tidak mempunyai sisi dan  $A =$  mempunyai sisi, kemudian substitusikan :

$x_1 = T + A, x_2 = T^2 + A^2, x_3 = T^3 + A^3, x_4 = T^4 + A^4, x_5 = T^5 + A^5, x_6 = T^6 + A^6, x_7 = T^7 + A^7, x_8 = T^8 + A^8, \text{ dan } x_9 = T^9 + A^9$  pada persamaan (1), sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned}
 Z(S_9; x_1, x_2, \dots, x_9) = & \frac{1}{362880} [(T + A)^{45} + 36(T + A)^{29}(T^2 + A^2)^8 \\
 & + 168(T + A)^{21}(T^3 + A^3)^8 + 756(T + A)^{15}(T^2 + A^2)(T^3 + A^3)^7 \\
 & + 3024(T + A)^{10}(T^5 + A^5)^7 + 10080(T + A)^6(T^3 + A^3)(T^6 + A^6)^6 \\
 & + 25920(T + A)^3(T^7 + A^7)^7 + 45360(T + A)(T^4 + A^4)(T^8 + A^8)^4 \\
 & + 40320(T^9 + A^9)^5 + 378(T + A)^{17}(T^2 + A^2)^{14} + 2520(T + A)^{11} \\
 & (T^2 + A^2)^8(T^3 + A^3)^6 + 2520(T + A)^7(T^2 + A^2)^9(T^4 + A^4)^5 \\
 & + 18144(T + A)^4(T^2 + A^2)^3(T^5 + A^5)^5(T^{10} + A^{10}) + 2520(T + A)^2(T^2 + A^2)^2 \\
 & (T^3 + A^3)(T^6 + A^6)^6 + 25920(T + A)(T^2 + A^2)(T^7 + A^7)^4(T^{14} + A^{14}) \\
 & + 3360(T + A)^6(T^3 + A^3)^{13} + 15120(T + A)^3(T^2 + A^2)^2(T^3 + A^3)^4 \\
 & (T^4 + A^4)^4(T^{12} + A^{12}) + 24192(T + A)(T^3 + A^3)^3(T^5 + A^5)^4(T^{15} + A^{15}) \\
 & + 20160(T^3 + A^3)^3(T^6 + A^6)^5 + 11340(T + A)(T^2 + A^2)^2(T^4 + A^4)^{10} \\
 & + 18144(T^2 + A^2)(T^4 + A^4)^2(T^5 + A^5)^3(T^{20} + A^{20}) + 1260(T + A)^9(T^2 + A^2)^{18} \\
 & + 945(T + A)^5(T^2 + A^2)^{20} + 7560(T + A)^5(T^2 + A^2)^8(T^3 + A^3)^3(T^6 + A^6)^6 \\
 & + 11340(T + A)^3(T^2 + A^2)^6(T^4 + A^4)^7 + 9072(T + A)^2(T^2 + A^2)^4(T^5 + A^5)^3 \\
 & (T^{10} + A^{10})^2 + 10080(T + A)^2(T^2 + A^2)^2(T^3 + A^3)^9(T^6 + A^6)^2 + 15120(T + A) \\
 & (T^2 + A^2)^2(T^3 + A^3)^2(T^4 + A^4)^4(T^6 + A^6)(T^{12} + A^{12}) + 10760(T + A) \\
 & (T^2 + A^2)^2(T^3 + A^3)^2(T^4 + A^4)^4(T^6 + A^6)(T^{12} + A^{12})]
 \end{aligned}$$

Dilakukan perkalian pada setiap suku di ruas kanan kemudian sederhanakan, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
 Z(S_9; x_1, x_2, \dots, x_9) = & T^{45} + T^{44}A + 2T^{43}A^2 + 6T^{42}A^3 + 19T^{41}A^4 + 67T^{40}A^5 \\
 & + 188T^{39}A^6 + 504T^{38}A^7 + 1.904T^{37}A^8 + 5.916T^{36}A^9 + \\
 & 19.652T^{35}A^{10} + 50.134T^{34}A^{11} + 129.054T^{33}A^{12} + 296.629T^{32}A^{13} + \\
 & 630.089T^{31}A^{14} + 2.745.367T^{30}A^{15} + 22.219.218T^{29}A^{16} + \\
 & 4.699.873T^{28}A^{17} + 5.600.886T^{27}A^{18} + 68.461T^{26}A^{19} + \\
 & 10.076.755T^{25}A^{20} + 11.915T^{24}A^{21} + 11.588.332T^{23}A^{22} + \\
 & 12.955.566T^{22}A^{23} + 13.667.296T^{21}A^{24} + 9.058.277T^{20}A^{25} + \\
 & 8.855.577T^{19}A^{26} + 8.887.873T^{18}A^{27} + 6.679.979T^{17}A^{28} + \\
 & 829.627T^{16}A^{29} + 2.707.507T^{15}A^{30} + 603.586T^{14}A^{31} + \\
 & 296.629T^{13}A^{32} + 127.284T^{12}A^{33} + 51.016T^{11}A^{34} + 19.652T^{10}A^{35} +
 \end{aligned}$$

$$7.837T^9A^{36} + 2.340T^8A^{37} + 784T^7A^{38} + 228T^6A^{39} + 67T^5A^{40} + \\ 19T^4A^{41} + 6T^3A^{42} + 2T^2A^{43} + TA^{44} + A^{45}$$

Dengan kata lain untuk graf yang terdiri dari 9 himpunan titik akan terdapat graf-graf yang tidak saling isomorfik yang memenuhi rincian sebagai berikut :

1 graf tanpa sisi, 1 graf dengan 1 sisi, 2 graf dengan 2 sisi, 6 graf dengan 3 sisi, 19 graf dengan 4 sisi, 67 graf dengan 5 sisi, 188 graf dengan 6 sisi, 504 graf dengan 7 sisi, 1.904 graf dengan 8 sisi, 5.916 graf dengan 9 sisi, 19.652 graf dengan 10 sisi, 50.134 graf dengan 11 sisi, 129.054 graf dengan 12 sisi, 296.629 graf dengan 13 sisi, 630.089 graf dengan 14 sisi, 2.745.367 graf dengan 15 sisi, 22.219.218 graf dengan 16 sisi, 4.699.873 graf dengan 17 sisi, 5.600.886 graf dengan 18 sisi, 68.461 graf dengan 19 sisi, 10.076.755 graf dengan 20 sisi, 11.915 graf dengan 21 sisi, 11.588.332 graf dengan 22 sisi, 12.955.566 graf dengan 23 sisi, 13.667.296 dengan 24 sisi, 9.058.277 graf dengan 25 sisi, 8.855.577 graf dengan 26 sisi, 8.887.873 graf dengan 27 sisi, 6.679.979 graf dengan 28 sisi, 829.627 graf dengan 29 sisi, 2.707.507 graf dengan 30 sisi, 603.686 graf dengan 31 sisi, 296.629 graf dengan 32 sisi, 127.284 dengan 33 sisi, 51.016 graf dengan 34 sisi, 19.652 graf dengan 35 sisi, 7.873 graf dengan 36 sisi, 2.340 graf dengan 37 sisi, 784 graf dengan 38 sisi, 228 graf dengan 39 sisi, 67 graf dengan 40 sisi, 19 graf dengan 41 sisi, 6 graf dengan 42 sisi, 2 graf dengan 43 sisi, 1 graf dengan 44 sisi, dan 1 graf dengan 45 sisi.

Berdasarkan teorema Polya II diperoleh bentuk-bentuk graf yang tidak isomorfik dengan bantuan software Maple, berikut beberapa sampel untuk gambar graf yang tidak saling isomorfik (Tabel 2).

Tabel 4 Contoh Graf Yang Tidak Saling Isomorfis 9 Simpul

Banyaknya Sisi	Contoh Gambar
19 graf dengan 4 sisi	
504 graf dengan 7 sisi	
22.219.218 graf dengan 16 sisi	
12.955.566 graf dengan 23 sisi	
19 graf dengan 41 sisi	
6 graf dengan 42 sisi	

## 4 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh kesimpulan yaitu terdapat 45 jenis graf yang tidak saling isomorfis yang dapat dibuat dari titik sebanyak  $n$ , dengan  $n = 9$  simpul serta banyaknya graf yang tidak isomorfis yang terbentuk dari Sembilan simpul ada 114.008.254 buah graf.

Penelitian mengenai Teorema Polya tidak hanya dapat dilakukan pada graf sederhana yang tidak saling isomorfik, namun masih dapat dikembangkan lagi pada pewarnaan graf dan enumerasi pada graf berarah.

## 5 Daftar Pustaka

- [1] Siang, J.J. *Matematika diskrit dan aplikasinya pada ilmu komputer*. Yogyakarta: ANDI, 2009.
- [2] Marsudi. *Teori Graf*. Malang, Indonesia: Universitas Brawijaya Press, 2016.
- [3] Wilson, R.J. *Pengantar Teori Graf*. Jakarta: Erlangga, <https://perpustakaan.binadarma.ac.id/opac/detail-opac?id=6952> (2010, accessed 25 December 2025).
- [4] Hidayat, N. *Cara Mudah Memahami Struktur Aljabar: Teori, Latihan Soal dan Bukti lengkap*. Malang, Indonesia: Universitas Brawijaya Press, 2017.
- [5] Munir, R. *Matematika Diskrit Revisi Kelima*. Bandung, Indonesia: Indformatika, 2012.
- [6] Purnomo, W.L. *Penggunaan Teorema Polya Dalam Enumerasi Graf*. Universitas Negeri Semarang, <https://lib.unnes.ac.id/752/> (2011, accessed 25 December 2025).
- [7] Suryanti, S. *Teori grup (Struktur aljabar 1)*. 1st ed. Gresik, Indonesia: UMG Press, <http://118.97.240.83:8026/inlislite3/opac/detail-opac?id=82187> (2017, accessed 25 December 2025).
- [8] Hamidah, I.N. *Pola Banyaknya Graf Yang Tidak Saling Isomorfik Menggunakan Teorema Polya*. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim, 2018.
- [9] Kartasasmita, B.G, Ansjar, M, Martono, K, dkk. *Kamus Matematika : matematika dasar*. Jakarta: Pusat Pembinaan dan Pengembangan Bahasa, <https://repositori.kemendikdasmen.go.id/2938/> (1993, accessed 25 December 2025).
- [10] Purwanto. *Matematika Diskrit*. Malang, Indonesia: IKIP Malang, 1998.
- [11] Rosalianti, V.T., Suhery, C., Kusumastuti, N. Penggunaan Teorema Polya Dalam Menentukan Banyaknya Graf Sederhana Yang Tidak Saling Isomorfis. *BIMASTER : Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*; 2. Epub ahead of print 1 April 2013. DOI: 10.26418/bbimst.v2i1.1631.
- [12] Soleha, M.S., Usadh, I.G.N.R., Jamil, A. Enumerasi Graf Sederhana dengan Enam Simpul Menggunakan Teorema Polya. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications* 2017; 14: 37–44.

# Pemodelan Keputusan Graduasi Mandiri Keluarga Penerima Manfaat Program Keluarga Harapan

(Studi Kasus Desa Pesanggrahan Kec Montong Gading Kab.Lombok Timur)

Ratna Yuniarti<sup>1</sup>, Harmaeniza<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Institut Teknologi Sosial dan Kesehatan Muhammadiyah Selong, ratna.matika@gmail.com

**Abstract.** Modeling the Independent Graduation Decision of *Conditional Cash Transfer* (CCT) Beneficiary Families aims to explain the relationship between several independent variables and the dependent variable. This model is a multiple linear regression equation. In this study, we model the factors influencing the graduation decision of *Conditional Cash Transfer* (CCT) beneficiaries in Pesanggrahan Village, Montong Gading District. The research method used in this study is quantitative, with data collection using a questionnaire. The results of this study indicate that internal factors include self-awareness (79.5%) and entrepreneurship (81.8%), and external factors include the influence of P2K2 activities (82.5%) and family support (79.6%). Based on the results, 86.1% of the variation in the Graduation Decision variable can be explained by variations in the four independent variables (Self-Awareness, Entrepreneurship, P2K2 Activities, and Family Support). The remaining 13.9% is explained by factors outside the research model. In this study, P2K2 activities are the most dominant factor influencing graduation decisions

Keyword: *Conditional Cash Transfer, Graduation, regression model*

**Abstrak.** Pemodelan Keputusan Graduasi Mandiri Keluarga Penerima Manfaat PKH bertujuan menjelaskan hubungan antara beberapa variabel independen dengan variable dependen. Model ini berupa persamaan regresi linier berganda. Pada penelitian ini, akan dimodelkan faktor-faktor apa saja yang mempengaruhi keputusan graduasi penerima manfaat program keluarga harapan di Desa Pesanggrahan Kecamatan Montong Gading. Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah kuantitatif dengan teknik pengumpulan data menggunakan kuesioner. Hasil dari penelitian ini ialah pada faktor internal yaitu kesadaran diri (79,5%) dan kewirausahaan (81,8%), serta faktor eksternal yaitu pengaruh kegiatan P2K2 (82,5%) dan dukungan keluarga(79,6%). Berdasarkan hasil penelitian diperoleh 86,1% variasi pada variabel Keputusan Graduasi dapat dijelaskan oleh variasi dari keempat variabel bebas (Kesadaran Diri, Kewirausahaan, Kegiatan P2K2 Dan Dukungan Keluarga). Sementara sisanya 13,9 % dijelaskan oleh faktor-faktor diluar model penelitian ini. Adapun dalam penelitian ini kegiatan P2K2 menjadi faktor paling dominan dalam pengaruh keputusan graduasi.

Kata Kunci : *Program Keluarga Harapan, Graduasi, Pemodelan, Regresi.*

## 1 Pendahuluan

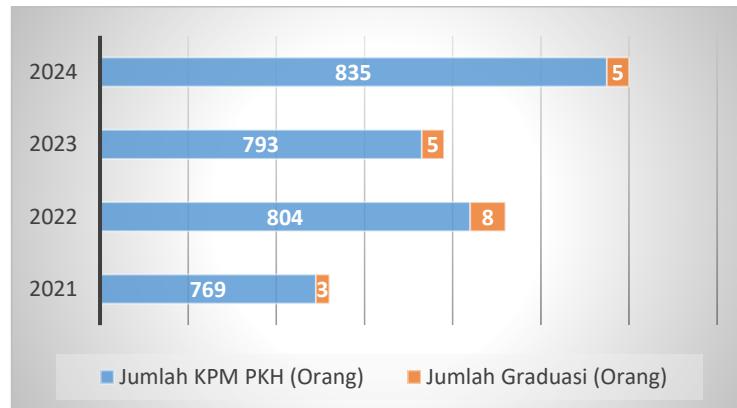
Ketidakmampuan ekonomi masih menjadi permasalahan mendasar yang dihadapi oleh berbagai negara di dunia, termasuk Indonesia. Pemerintah secara berkelanjutan telah mengimplementasikan berbagai strategi dan kebijakan untuk mengurangi tingkat ketidakmampuan ekonomi melalui program-program yang bersifat langsung maupun tidak langsung. Program bantuan sosial nasional antara lain mencakup Bantuan Biaya Pendidikan (PIP), Jaminan Kesehatan (JKN-KIS), Bantuan pemberdayaan keluarga (PKH), serta Bantuan dalam bentuk pangan[1,2].

Program Keluarga Harapan (PKH) merupakan salah satu bentuk intervensi berbasis tunai bersyarat (*Conditional Cash Transfer* atau CCT) yang disasar kepada keluarga kurang mampu sebagai penerima bantuan. Sejak diluncurkan pada tahun 2007 PKH telah diformulasikan sebagai strategi percepatan penanggulangan kemiskinan melalui pemenuhan kewajiban di biaya pendidikan, kesehatan ibu dan anak, serta layanan sosial fundamental lainnya[3]. Maksud dari program ini adalah untuk peningkatan kualitas hidup manusia, menurunkan beban ekonomi keluarga penerima bantuan (KPM), mendorong inklusi keuangan, serta menciptakan perubahan perilaku dan kemandirian, selain itu juga bertujuan untuk mengurangi kemiskinan dan kesenjangan di masyarakat. Dengan demikian, arah kebijakan PKH tidak hanya memastikan ketepatan sasaran dan efisiensi penyaluran bantuan, tetapi juga berfokus pada pemberdayaan penerima bantuan agar mampu *bergraduasi* yaitu berdaya dan mandiri.

Graduasi kepesertaan PKH diartikan sebagai kondisi ketika suatu rumah tangga penerima manfaat tidak lagi memenuhi kriteria kepesertaan program, baik karena perubahan status sosial ekonomi maupun tidak adanya komponen penerima bantuan yang relevan. Perubahan tersebut biasanya teridentifikasi melalui proses pemutakhiran data yang dilakukan secara berkala. Dengan demikian, apabila keluarga penerima manfaat telah mengalami peningkatan kesejahteraan atau tidak lagi memenuhi indikator kemiskinan sebagaimana standar yang ditetapkan oleh pemerintah, maka keluarga tersebut dinyatakan lulus atau keluar dari keanggotaan PKH (graduasi). Salah satu urgensi dari graduasi adalah membuka kesempatan bagi mantan KPM PKH untuk menjangkau bentuk intervensi sosial atau program pemberdayaan lainnya [4].

Di Desa Pesanggrahan, Kecamatan Montong Gading, masih ditemukan sejumlah keluarga penerima bantuan (KPM) PKH yang menunjukkan keengganan untuk digraduasi. Kondisi ini umumnya disebabkan oleh rasa nyaman yang terbentuk akibat ketergantungan terhadap bantuan sosial yang diterima secara rutin. Selain itu, terdapat pula kecenderungan sebagian KPM untuk tidak bersikap transparan dalam menyampaikan kondisi sosial ekonomi sebenarnya kepada pendamping sosial. Persepsi bahwa bantuan pemerintah merupakan hak yang harus terus dinikmati turut memperkuat pola pikir ketergantungan dan mentalitas kemiskinan di kalangan penerima manfaat. Fenomena tersebut semakin kompleks dengan adanya pro dari pihak-pihak tertentu yang menolak usulan graduasi mandiri di desa tersebut. Data pada table berikut mendeskripsikan bahwa empat tahun terakhir (2021-2024) jumlah KPM PKH cukup fluktuatif. Pada Tahun 2021 sejumlah 769 orang KPM dan jumlah graduasi 3 KPM, Tahun 2022 sejumlah 804 KPM dengan jumlah graduasi 8 orang Ditahun 2023 sejumlah 793 KPM dengan 5 KPM graduasi, serta tahun 2024 sejumlah 835 KPM dengan 5 KPM graduasi. Di

tahun 2024 terjadi peningkatan tertinggi jumlah penerima KPM. Namun jumlah KPM graduasi masih rendah.



**Gambar 1.** Data Penerima PKH  
(Sumber: *Pendamping PKH Desa Pesanggrahan (2025)*)

Secara umum, proses graduasi alamiah terjadi ketika peserta tidak lagi memenuhi syarat kepesertaan karena perubahan kondisi objektif, sedangkan graduasi mandiri dilakukan atas inisiatif sendiri atau dorongan dari pendamping social[6]. Inovasi pendampingan melalui Pertemuan Peningkatan Kemampuan Keluarga diketahui memiliki pengaruh signifikan terhadap keberhasilan pelaksanaan Graduasi Sejahtera Mandiri (GSM) [8].

Keputusan untuk memilih graduasi secara mandiri dipengaruhi oleh faktor yang bervariasi antara lain Kesadaran Diri [7], Kewirausahaan [10], Kegiatan Pertemuan (P2KP)[8], dan Dukungan Keluarga [9]. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan faktor-faktor yang mempengaruhi graduasi mandiri peserta Program Keluarga Harapan. Pemodelan tersebut menggunakan pendekatan analisis regresi linier berganda. Pendekatan ini memungkinkan peneliti untuk mengidentifikasi determinan kunci yang berkontribusi pada kesiapan keluarga penerima manfaat dalam mencapai kemandirian ekonomi. Dengan demikian penelitian ini menawarkan kontribusi empiris yang dibutuhkan untuk memperkuat basis data kebijakan pemberdayaan social khususnya dalam memperkuat strategi pendampingan dan optimalisasi program bantuan sosial agar lebih tepat sasaran dan berorientasi pada kemandirian penerima manfaat.

## 2 Landasan Teori

### 2.1 Graduasi KPM PKH

Secara umum, graduasi merupakan proses berakhirnya status kepesertaan seseorang dalam program bantuan sosial PKH. Peserta yang memutuskan untuk keluar atau melakukan graduasi mandiri menunjukkan partisipasi aktif dalam mendukung fungsi kebijakan sosial, khususnya fungsi pengembangan yang berfokus pada peningkatan kesejahteraan masyarakat melalui pembangunan di tingkat pedesaan. Salah satu mekanisme yang digunakan oleh pembuat kebijakan untuk menentukan akhir kepesertaan adalah melalui proses pemutakhiran data. Pemutakhiran data ini dilakukan untuk memperbarui informasi terkini mengenai kondisi penerima bantuan, yang dilaksanakan oleh pendamping sosial

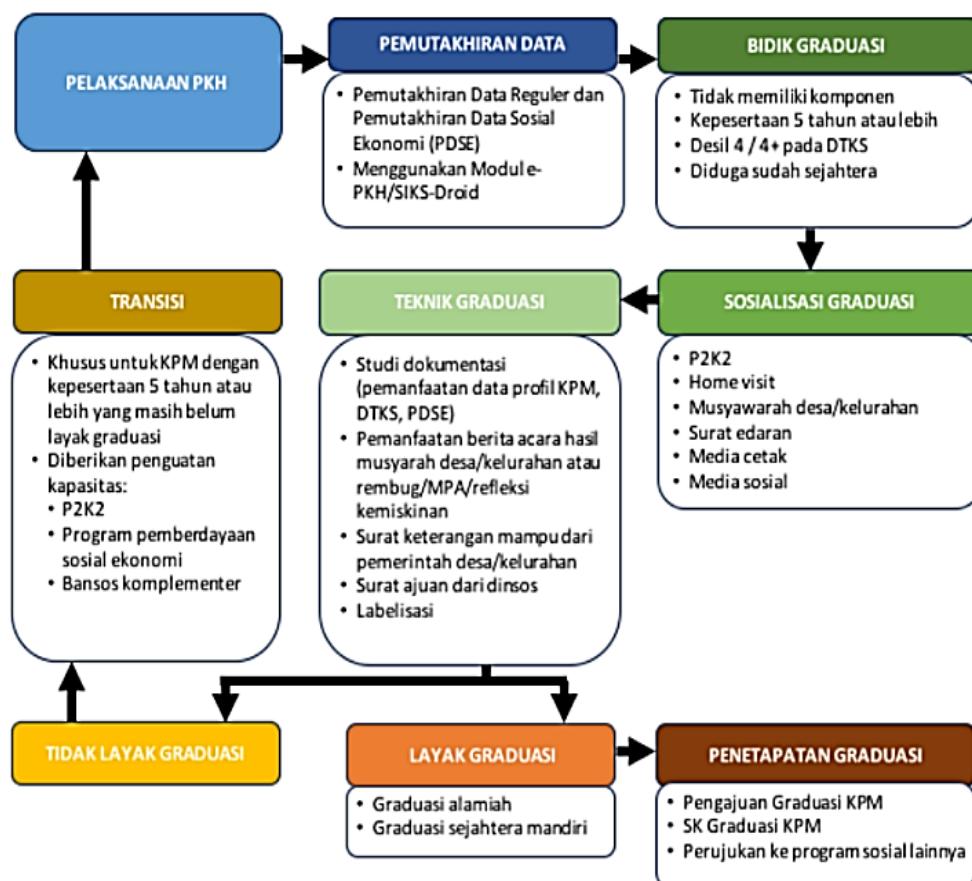
menggunakan aplikasi e-PKH atau SIKS-Droid [11] yang berfungsi memperbarui informasi sosial ekonomi peserta agar sesuai dengan kondisi aktual.

Hasil pemutakhiran data tersebut menjadi dasar dalam menentukan apakah seorang KPM layak untuk tetap menerima bantuan, dipindahkan ke program lain, atau dinyatakan lulus (*graduasi*). Penilaian ini berpedoman pada sejumlah indikator kesejahteraan yang ditetapkan pemerintah [12], antara lain:

- Anggota KPM PKH merupakan ASN, TNI/ POLRI, staf kelurahan/kecamatan dan atau sebutan lainnya.
- Memiliki daya beli yang lebih tinggi dibandingkan tingkat ketidakmampuan ekonomi yang ada di setiap wilayah sesuai dengan Badan Pusat Statistik Nasional.
- Masuk ke dalam klaster 4 desil atau 4+ pada informasi terpadu kesejahteraan sosial

## 2.2 Alur Graduasi

Pada gambar di bawah ini merupakan alur pelaksanaan graduasi. Mulai dari pemutakhiran data. Dari pemutakhiran data pendamping mendapat gambaran PKM yang menjadi bidikan graduasi, kemudian melakukan sosialisasi graduasi. Teknik graduasi dilakukan dengan beberapa tahap.



**Gambar 2.** Alur Graduasi PKH  
Sumber: Juknis Graduasi tahun 2020

### 3 Metode Penelitian

#### 3.1 Sumber Data

Dalam penelitian ini, data yang digunakan adalah data primer diperoleh melalui menyebarkan kuesioner ke masyarakat Keluarga Penerima Manfaat PKH yang masih dan sudah graduasi di Desa Pesanggrahan Kecamatan Montong Gading sebagai responden. Metode yang digunakan untuk menentukan jumlah responden adalah dengan menggunakan Slovin dengan teknik acak sederhana, Jumlah responden yang telah bersedia mengisi kuesioner sebanyak 89 orang.

#### 3.2 Variabel Penelitian

Beberapa variable pada penelitian ini ditunjukkan pada tabel 1 berikut.

**Tabel 1.** Kisi-Kisi Instrumen

Variabel	Deskripsi	Jumlah Item
Kesadaran diri (X <sub>1</sub> )	Memahami perasaan, situasi, penilaian terhadap diri serta pikiran	5
Kewirausahaan (X <sub>2</sub> )	Memiliki ide baru, inovatif dan kreatif, pendapat yang lebih baik, berorientasi di masa depan, serta kepuasan melaksanakan aktivitas usaha	5
Kegiatan P2K2 (X <sub>3</sub> )	Penyadaran dan pembentukan prilaku, transformasi kemampuan dan kecakapan keterampilan (mendorong keterbukaan pola pikir), serta peningkatan kemampuan dan kecakapan keterampilan lanjutan yaitu membentuk inisiatif, berinovasi dan bekreasi	5
Dukungan Keluarga (X <sub>4</sub> )	Adanya dukungan moral, pemahaman terhadap tuntutan dalam mengelola rumah tangga, kepuasan dan keterikatan yang kuat dengan organisasi, serta keseimbangan hidup yang sehat	5
Keputusan Graduasi (Y)	Fenomena berakhirnya kepesertaan PKH karena sudah tidak memiliki komponen seperti komponen pendidikan, komponen kesehatan dan komponen kesejahteraan.	5

#### 3.3 Analisis Regresi Linier

Analisis regresi dengan pendekatan parametrik digunakan apabila formulasi hubungan antara variabel prediktor X dan variabel respon Y diketahui [12]. Jika dalam pengamatan yang dilakukan terdapat satu variable predictor dapat menggunakan regresi linier sederhana. Sementara jika pengamatan variable predictor lebih dari satu maka dapat menggunakan regresi berganda. Secara umum, model regresi linier menyatakan bahwa hubungan antara variabel dependen Y dan variabel independen X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, ..., X<sub>k</sub> bersifat linier dan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \quad (1)$$

Keterangan:

Y<sub>i</sub> = variabel dependen (respon yang diprediksi),

X<sub>1i</sub>, X<sub>2i</sub>, ..., X<sub>ki</sub> = variabel independen,

$\beta_0$  = konstanta (intersep),

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  = koefisien regresi yang menunjukkan besarnya perubahan Y akibat perubahan satu satuan pada X<sub>j</sub>,

$\varepsilon_i$  = komponen galat (error term) yang bersifat acak dan berdistribusi normal dengan rataan nol dan varians konstan  $\sigma^2$

## 4 Hasil Penelitian dan Pembahasan

Statistik deskriptif digunakan untuk memberikan gambaran data pada penelitian ini. Adapun pengkategorian data menggunakan pedoman berikut

$$M_i \text{ (Mean Ideal)} = \frac{1}{2} (Skor Max + skor Min) \quad (3)$$

$$Sd_i \text{ (Standar Deviasi Ideal)} = \frac{1}{6} (Skor Max - skor Min) \quad (4)$$

**Tabel 2.** Pedoman Pengkategorian Data

Rentang Skor	Kategori Penilaian	Hasil Rentang
$X > M_i + 1.5 Sd_i$	Sangat baik	$X > 19,99$
$M_i + 0.5 Sd_i < X \leq M_i + 1.5 Sd_i$	Baik	$16,66 < X \leq 19,99$
$M_i - 0.5 Sd_i \leq X \leq M_i + 0.5 Sd_i$	Cukup baik	$13,33 \leq X \leq 16,66$

Didapatkan mean dan standar deviasi masing-masing Variabel yaitu Kesadaran diri ( $X_1$ ) sebesar 17,08 dan 3,874 menunjukkan bahwa adanya kesadaran diri penerima manfaat untuk melakukan graduasi mandiri dalam kategori baik. Variable Kewirausahaan ( $X_2$ ) yaitu mean 17,25 dan std deviasi 4,057 memperlihatkan bahwa adanya motivasi untuk berwirausaha dan menyadari bahwa dana PKH bukan sumber pendapatan. Variable Kegiatan P2K2 ( $X_3$ ) yaitu mean 17,21 dan std deviasi 3,947 menunjukkan pertemuan rutin kelompok kategori baik. Serta variable Dukungan Keluarga ( $X_4$ ) yaitu mean 17,24 dan std deviasi 3,980 menunjukkan kategori baik. Sedangkan variable Y (Keputusan Graduasi diperoleh mean 17,13 dan standar deviasi 3,969 menunjukkan kategori baik. Adapun ringkasan statistik deskriptif dapat dilihat pada tabel 3 berikut.

**Table 3.** Ringkasan Statistik Deskriptif

Variabel	Mean	Std. Deviation	Kategori
Kesadaran diri ( $X_1$ )	17,08	3,874	Baik
Kewirausahaan ( $X_2$ )	17,25	4,057	Baik
Kegiatan P2K2 ( $X_3$ )	17,21	3,947	Baik
Dukungan Keluarga ( $X_4$ )	17,24	3,980	Baik
Keputusan Graduasi (Y)	17,13	3,969	Baik

### 4.1 Uji Validitas dan Reliabilitas

Semua pernyataan untuk setiap variabel memiliki nilai r-hitung yang melebihi r-tabel (0,175). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa semua item instrumen penelitian adalah valid dengan tingkat signifikansi 10% dapat dilihat pada tabel 4 berikut.

**Tabel 4.** Hasil Uji Validitas Instrumen

<b>Variabel</b>	<b>No. Item</b>	<b>r-hitung</b>	<b>r-tabel</b>	<b>Keterangan</b>
Kesadaran Diri (X <sub>1</sub> )	X1.1	0,735	0,175	Valid
	X1.2	0,775	0,175	Valid
	X1.3	0,786	0,175	Valid
	X1.4	0,728	0,175	Valid
	X1.5	0,692	0,175	Valid
Kewirausahaan (X <sub>2</sub> )	X2.1	0,800	0,175	Valid
	X2.2	0,756	0,175	Valid
	X2.3	0,730	0,175	Valid
	X2.4	0,764	0,175	Valid
	X2.5	0,775	0,175	Valid
Kegiatan P2K2 (X <sub>3</sub> )	X3.1	0,711	0,175	Valid
	X3.2	0,787	0,175	Valid
	X3.3	0,721	0,175	Valid
	X3.4	0,740	0,175	Valid
	X3.5	0,809	0,175	Valid
Dukungan Keluarga (X <sub>4</sub> )	X4.1	0,722	0,175	Valid
	X4.2	0,710	0,175	Valid
	X4.3	0,739	0,175	Valid
	X4.4	0,822	0,175	Valid
	X4.5	0,798	0,175	Valid
Keputusan Graduasi (Y)	Y.1	0,849	0,175	Valid

Instrumen dianggap reliabel jika nilai Cronbach's Alpha melebihi 0,60. Semua item penelitian memperoleh nilai Cronbach's Alpha yang melebihi 0,60. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa semua item pertanyaan dalam penelitian ini adalah reliabel.

#### 4.2 Analisis Regresi Linear Berganda

Analisis ini digunakan untuk mengetahui arah dan besarnya pengaruh variabel bebas (X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, X<sub>3</sub>, X<sub>4</sub>) terhadap variabel terikat (Y). Regresi linier berganda diterapkan apabila asumsi normalitas terpenuhi. Data dianggap berdistribusi normal jika nilai signifikansi lebih besar dari 0,1.

**Tabel 5.** Uji Normalitas One-Sample Kolmogorov-Smirnov

		Unstandardized
		Residual
N		89
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	.0000000
	Std. Deviation	1.44433209
	Absolute	.062
Most Extreme Differences	Positive	.035
	Negative	-.062
Kolmogorov-Smirnov Z		.589
Asymp. Sig. (2-tailed)		.878

Pada tabel 5, hasil uji normalitas menunjukkan nilai Asymp. Sig. (2-tailed) sebesar 0,878, yang mana lebih besar dari 0,1. Ini berarti data residual berdistribusi normal, dan model regresi memenuhi asumsi normalitas. Sehingga regresi linier berganda dapat digunakan. Adapun hasil analisis dengan regresi linier berganda dapat dilihat pada tabel 6 berikut:

**Tabel 6.** Hasil Analisis Regresi Linear Berganda

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	T	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	.570	.728	.783	.436
	Kesadaran diri X1	.222	.112	.217	.050
	Kewirausahaan X2	.257	.122	.262	.038
	Kegiatan P2K2 X3	.293	.128	.292	.025
	Dukungan keluarga X4	.191	.113	.192	.096

Berdasarkan tabel 4 diperoleh nilai signifikansi masing-masing variabel sebagai berikut:  $X_1 = 0,050 < 0,1$ ;  $X_2 = 0,038 < 0,1$ ;  $X_3 = 0,025 < 0,1$ ; dan  $X_4 = 0,096 < 0,1$ . Nilai-nilai tersebut menunjukkan bahwa seluruh variabel independen memiliki pengaruh yang signifikan terhadap variabel dependen pada taraf kepercayaan 90%. Selain itu, hasil uji simultan menunjukkan bahwa keempat variabel secara bersama-sama berpengaruh signifikan terhadap keputusan graduasi, dengan nilai signifikansi  $0,000 < 0,1$ . Model regresi yang dihasilkan dari penelitian ini dapat dituliskan dalam bentuk persamaan sebagai berikut:

$$Y=0,570+0,222X_1+0,257X_2+0,293X_3+0,191X_4+e \quad (2)$$

Persamaan (2) tersebut menunjukkan bahwa setiap peningkatan pada variabel independen akan diikuti oleh kenaikan nilai keputusan graduasi. Nilai koefisien masing-masing variabel menggambarkan seberapa besar kontribusi setiap faktor terhadap keputusan keluarga penerima manfaat untuk bergraduasi secara mandiri. Selanjutnya, untuk mengetahui besar kontribusi masing-masing variabel terhadap keputusan graduasi, digunakan nilai koefisien determinasi ( $R^2$ ). Pada table 7 dibawah ini menunjukkan hasil pengujian, variabel Kesadaran Diri berkontribusi sebesar 79,5%, kewirausahaan sebesar 81,8%, Kegiatan P2K2 sebesar 82,5%, dan Dukungan Keluarga sebesar 79,6% terhadap variabel Keputusan Graduasi. Dari keempat variabel tersebut, Kegiatan P2K2 menunjukkan pengaruh paling dominan terhadap keputusan graduasi, dengan nilai kontribusi tertinggi yaitu 82,5%. Hal ini mengindikasikan bahwa pelaksanaan kegiatan P2K2 memiliki peran penting dalam meningkatkan peluang peserta PKH untuk melakukan graduasi mandiri.

**Tabel 7.** Ringkasan koefisien Determinasi

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
Kesadaran Diri (X1)	.893 <sup>a</sup>	.797	.795	1.79768
Kewirausahaan (X2)	.905 <sup>a</sup>	.820	.818	1.69503
Kegiatan P2K2 (X3)	.909 <sup>a</sup>	.827	.825	1.66222
Dukungan Keluarga (X4)	.894 <sup>a</sup>	.798	.796	1.79252

Pada tabel 8 Nilai *Adjusted R Square* adalah 0,861. Hal ini berarti 86,1% variasi pada variabel Keputusan Graduasi (Y) dapat dijelaskan oleh variasi dari keempat variabel bebas (Kesadaran Diri, kewirausahaan, Kegiatan P2K2, dan Dukungan Keluarga). Sementara sisanya sebesar 13,9% dijelaskan oleh faktor-faktor lain di luar model penelitian ini.

**Tabel 8.** Ringkasan

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.931 <sup>a</sup>	.868	.861	1.478	1.913

## 5 Kesimpulan

Dari hasil analisis data dapat disimpulkan Kesadaran Diri (X<sub>1</sub>), Kewirausahaan (X<sub>2</sub>), Kegiatan P2K2 (X<sub>3</sub>) dan Dukungan Keluarga(X<sub>4</sub>) secara parsial terbukti memiliki pengaruh yang positif dan signifikan terhadap Keputusan Graduasi (Y) keluarga penerima bantuan PKH di Desa Pesanggrahan dengan model regresi  $Y=0,570+0,222X_1+0,257X_2+0,293X_3+0,191X_4$ . Kegiatan P2K2 menjadi faktor dengan pengaruh paling dominan, yang dibuktikan dengan nilai koefisien 82,5%

## 6 Daftar Pustaka

- [1]Anggraeni AP, Nugroho AA. Evaluasi Kebijakan Pkh (Program Keluarga Harapan) Di Indonesia. *Journal of Public Policy and Applied Administration*. 2022 Dec 9. <https://jurnal.stialan.ac.id/index.php/jplan/article/view/529>
- [2]Khoiriyah A, Rizky R, Kartika V, Helmy I, Sukmawati E. Evaluasi Pelaksanaan Program Keluarga Harapan (PKH) dalam Meningkatkan Graduasi Mandiri Keluarga Penerima Manfaat. *Arus Jurnal Sosial dan Humaniora*. 2025 Jul 28;5(2):946-54.  
<https://www.jurnal.ardenjaya.com/index.php/ajsh/article/view/1287>
- [3]Ramadhani OD, Novarianti WD. Efektivitas dan Evaluasi Kerja Program Keluarga Harapan dalam Pengentasan Kemiskinan oleh Dinas Sosial Kota Semarang. *Jurnal Ilmiah Wahana Pendidikan*. 2024 Jun 27;10(12):689-700.  
<https://jurnal.peneliti.net/index.php/JIWP/article/view/7286>
- [4]Puteri GC. Pentingnya Penguatan Mekanisme dan Instrumen Resertifikasi/Graduasi KPM PKH. *Jurnal Sosial Humaniora Terapan*. 2021;3(2):6. <https://scholarhub.ui.ac.id/jsh/vol3/iss2/6/>
- [5] Syamsulhakim E, Khadijah N. Graduasi dari Program Bantuan Tunai Bersyarat di Indonesia: Hasil dari survei rumah tangga graduasi sejahtera mandiri Program Keluarga Harapan (PKH) pada tahun 2020 [Internet]. 2021
- [6]Rahma P, Ikhwan I. Motivasi KPM PKH Melakukan Graduasi Mandiri di Kenagarian Seberang Kenaikan Kecamatan Gunung Tuleh Kabupaten Pasaman Barat. *Jurnal Perspektif*. 2024 Feb 12;7(1):55-65.  
<https://perspektif.ppj.unp.ac.id/index.php/perspektif/article/view/870>
- [7]Ferizone F, Rianto F, Febryanti Y, Dwiniati D. Graduasi Mandiri Kelurga Penerima Manfaat Program Keluarga Harapan Di Kecamatan Tanjungpinang Timur. *Jurnal Trias Politika*. 2023 Oct 18; 7(2):244-61.  
<https://www.journal.unrika.ac.id/index.php/jurnaltriaspolitika/article/view/552>

- [8] Harras H. Dampak Dukungan Pimpinan, Dukungan Rekan Kerja, dan Dukungan Keluarga terhadap Motivasi Kerja Pegawai Bank Panin. AKADEMIK: Jurnal Mahasiswa Humanis. 2024 May 1;4(2):638-49. <https://ojs.pseb.or.id/index.php/jmh/article/view/984>
- [9] Kusumaningrum R. Faktor-Faktor Keberhasilan Keluarga Penerima Manfaat Untuk Graduasi dari Program Keluarga Harapan (PKH). Jurnal Penelitian Kesejahteraan Sosial. 2020 Dec 30;19(3). <https://ejournal.kemensos.go.id/index.php/jpks/article/view/2178>
- [10] Nazarudin P. Pedoman Pelaksanaan Program Keluarga Harapan 2021. Jakarta: Direktur Jaminan Sosial Keluarga Direktorat Jendral Perlindungan Dan Jaminan Sosial Kementerian Sosial RI. 2021:7. <https://kemensos.go.id/unduh/buku/pedoman-pelaksanaan-program-keluarga-harapan-tahun-2021>
- [11] Yuniarti R, Hartati W. Regresi Nonparametrik Menggunakan Metode Robust dan Cross-Validation (Studi Kasus Mahasiswa STIA Muhammadiyah Selong). UJMC (Unisda Journal of Mathematics and Computer Science). 2017 Dec 30;3(2):9-16. <https://e-jurnal.unisda.ac.id/index.php/ujmc/article/view/462>

## Analisis Faktor *Acute Flaccid Paralysis* di Provinsi Jawa Timur Menggunakan Regresi *Poisson Inverse Gaussian*

Ma'rifatul Julviana<sup>1</sup>, Rizka Rizqi Robby<sup>2</sup>, Galuh Tyasing Swastika<sup>3</sup>,  
Ewing Rudita Arini<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Universitas Nahdlatul Ulama Blitar, ifajulvi321@gmail.com

<sup>2</sup>Universitas Nahdlatul Ulama Blitar, rizka.ertiga@gmail.com

<sup>3</sup>Universitas Nahdlatul Ulama Blitar, galuhyasings@gmail.com

<sup>4</sup>Universitas Nahdlatul Ulama Blitar, ewingrarini@gmail.com

**Abstract.** *Acute Flaccid Paralysis (AFP)* is a paralysis condition that occurs suddenly and is weak, usually experienced by children under 15 years of age and is not caused by an accident. In 2005, Indonesia experienced its first case of the polio virus, when it almost received an international polio-free certificate. East Java Province, as one of the provinces with the largest population in Indonesia, has big challenges in controlling AFP cases. In this study there were 7 variables used including 1 dependent variable, namely the number of cases of Acute Flaccid Paralysis (AFP), and 6 independent variables including Population Density ( $X_1$ ), Percentage of Polio Immunization ( $X_2$ ), Number of Health Workers ( $X_3$ ), Percentage of Clean Water Availability ( $X_4$ ), Number of Poor Population ( $X_5$ ), and Human Development Index (HDI) ( $X_6$ ). In this research data, the variance value is much greater than the average (overdispersion), so to handle this, the Poisson inverse Gaussian regression method is used because it is very suitable for dealing with count data that experiences overdispersion. The best modeling form of Poisson inverse Gaussian regression for the number of AFP cases in East Java Province is as follows:  $\hat{\mu} = \exp(4,761050 - 0,035957X_2 + 0,005969X_3 + 0,002463X_5)$ . Based on hypothesis testing, the factors that have the most influence on the best model of AFP cases in East Java Province using Poisson inverse Gaussian (PIG) regression are the Percentage of Polio Immunization ( $X_2$ ), and the Number of Health Workers ( $X_3$ ).

**Keywords:** *Acute Flaccid Paralysis (AFP)*, Regresi Poisson Inverse Gaussian, Overdispersi.

**Abstrak.** *Acute Flaccid Paralysis (AFP)* adalah kondisi kelumpuhan yang terjadi secara tiba-tiba dan bersifat lemas, biasanya dialami oleh anak-anak di bawah usia 15 tahun dan bukan disebabkan oleh kecelakaan. Pada tahun 2005, Indonesia pertama kali mengalami kasus Virus polio, ketika hampir mendapatkan sertifikat bebas Polio secara internasional. Provinsi Jawa Timur, sebagai salah satu provinsi dengan populasi terbesar di Indonesia, memiliki tantangan besar dalam pengendalian kasus AFP. Pada penelitian ini ada 7 variabel yang digunakan meliputi 1 Variabel dependen yaitu jumlah kasus Acute Flaccid Paralysis (AFP), dan 6 variabel independen meliputi Jumlah Kepadatan Penduduk ( $X_1$ ), Persentase Imunisasi Polio ( $X_2$ ), Jumlah Tenaga Kesehatan ( $X_3$ ), Persentase Ketersediaan Air Bersih ( $X_4$ ), Jumlah Penduduk Miskin ( $X_5$ ), dan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) ( $X_6$ ). Pada data penelitian ini nilai varians jauh lebih besar daripada rata-ratanya (*overdispersi*), maka untuk menangani hal tersebut digunakan metode regresi *poisson inverse gaussian* karena sangat cocok digunakan untuk mengatasi data *count* (hitung) yang mengalami *overdispersi*. Bentuk pemodelan terbaik regresi *poisson inverse gaussian* untuk jumlah kasus AFP di Provinsi Jawa Timur adalah sebagai berikut:  $\hat{\mu} = \exp(4,761050 - 0,035957X_2 +$

$0,005969X_3 + 0,002463X_5$ . Berdasarkan uji hipotesis, faktor-faktor yang paling berpengaruh pada model terbaik kasus AFP di Provinsi Jawa Timur dengan regresi *Poisson inverse gaussian* (PIG) adalah Persentase Imunisasi Polio ( $X_2$ ), dan Jumlah Tenaga Kesehatan ( $X_3$ ).

**Kata Kunci:** *Acute Flaccid Paralysis (AFP), Regresi Poisson Inverse Gaussian, Overdispersi*

## 1 Latar Belakang

*Acute Flaccid Paralysis* (AFP) atau lumpuh layuh adalah kelumpuhan mendadak yang menyerang anak-anak di bawah 15 tahun, ditandai dengan kelemahan otot tanpa sebab kecelakaan [1]. Salah satu penyebab utama AFP adalah virus polio, yang menular melalui makanan atau minuman yang terkontaminasi feses penderita [2]. Pada 2005, Indonesia kembali mencatat kasus polio setelah 10 tahun bebas, dengan 295 kasus tercatat hingga akhir tahun, menempatkan Indonesia pada peringkat ketiga kasus terbanyak secara global [3]. Kejadian ini meningkatkan kesadaran terhadap setiap kasus kelumpuhan dan mendorong komitmen nasional untuk eradikasi polio [4].

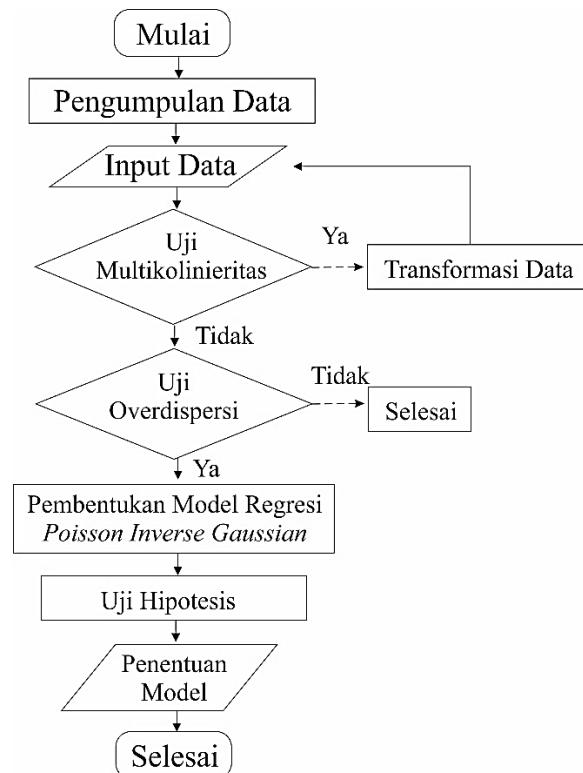
Provinsi Jawa Timur, dengan populasi besar, menghadapi tantangan besar dalam pengendalian AFP. Data fluktuasi kasus AFP yang signifikan selama 2019–2023 [5], menunjukkan perlunya penelitian lebih lanjut. Karena data AFP bersifat cacahan, digunakan regresi *Poisson*. Namun, ketika terjadi *overdispersi* (varians lebih besar dari rata-rata), model alternatif seperti regresi *Poisson Inverse Gaussian* (PIG) lebih sesuai [6]. Penelitian sebelumnya oleh Durrofiq (2023) dan Alvionita (2022) menunjukkan efektivitas regresi PIG dalam menganalisis faktor-faktor DBD di beberapa provinsi.

Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini berjudul “Analisis Faktor yang Kasus *Acute Flaccid Paralysis* (AFP) di Provinsi Jawa Timur Menggunakan Regresi *Poisson Inverse Gaussian*.” Tujuannya adalah untuk mengetahui faktor-faktor yang memengaruhi kasus AFP menggunakan enam variabel independen meliputi Jumlah Kepadatan Penduduk ( $X_1$ ), Persentase Imunisasi Polio ( $X_2$ ), Jumlah Tenaga Kesehatan ( $X_3$ ), Persentase Ketersediaan Air Bersih ( $X_4$ ), Jumlah Penduduk Miskin ( $X_5$ ), dan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) ( $X_6$ ). Hasil penelitian diharapkan menjadi dasar penyusunan kebijakan kesehatan, seperti peningkatan cakupan imunisasi, perbaikan sanitasi, dan penguatan sistem deteksi dini AFP.

## 2 Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif yang bersifat observasional analitik, karena bertujuan untuk mengetahui faktor-faktor yang memengaruhi jumlah kasus *Acute Flaccid Paralysis* (AFP) di Provinsi Jawa Timur. Metode yang digunakan adalah regresi *Poisson Inverse Gaussian* (PIG), yang cocok untuk data dengan *overdispersi*. Pada penelitian ini menggunakan data sekunder yang mana diambil dari web resmi Badan Pusat Statistik (BPS) tahun 2023.

Adapun tahapan analisis data penelitian pada Gambar 1 sebagai berikut.



**Gambar 1.** Flowchart Penelitian

### 3 Hasil dan Pembahasan

#### 3.1 Uji Multikolinearitas

**Tabel 1.** Hasil Analisis Korelasi

Korelasi	X1	X2	X3	X4	X5
X2	0.10397				
X3	0.40702	0.08045			
X4	0.62279	0.16406	0.08374		
X5	-0.5070	-0.25325	0.27389	-0.35256	
X6	0.80079	0.41465	0.322267	0.63196	-0.62008

Dikatakan multikolinearitas Apabila terdapat korelasi yang sangat kuat antar variabel independen biasanya  $> 0,9$  [7]. Hasil yang tercantum pada Tabel 1 menunjukkan bahwa seluruh nilai korelasi lebih kecil dari 0,9. Dengan demikian, dapat disimpulkan tidak terjadi multikolinearitas antar variabel bebas, maka pemodelan dengan analisis regresi *Poisson Inverse Gaussian* dapat dilakukan.

#### 3.2 Uji Overdispersi

Berdasarkan perhitungan menggunakan *software* R-studio, diperoleh  $\phi = 2.056415 > 1$ . Dikatakan *overdispersi* jika nilai  $\phi > 1$  maka artinya terjadi *overdispersi* pada data penelitian [8]. Sehingga agar overdispersi data tidak berdampak pada model, pemodelan akan menggunakan regresi *Poisson Inverse Gaussian*.

### 3.3 Model Regresi Poisson Inverse Gaussian

Hasil analisis yang dilakukan menggunakan software R-studio, diperoleh empat model yang konvergen sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \exp(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \beta_6 X_6) \quad \dots(1)$$

$$\hat{\mu} = \exp(\beta_0 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \beta_6 X_6) \quad \dots(2)$$

$$\hat{\mu} = \exp(\beta_0 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5) \quad \dots(3)$$

$$\hat{\mu} = \exp(\beta_0 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_5 X_5) \quad \dots(4)$$

Sebelum menentukan model terbaiknya, maka perlu dilakukan estimasi parameter dan pengujian parameter terlebih dahulu. Pada tabel 2 adalah estimasi parameter dari model-model regresi *Poisson Inverse Gaussian*:

**Tabel 2.** Estimasi Parameter Model

Variabel dari Model	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$
$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$	3,553e+00	-3,788e-05	-4,187e-02	5,917e-03	3,533e-03	3,006e-03	2,065e-02
$X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$	3,733544	-	-0,038751	0,005201	0,002478	0,003487	0,014436
$X_2, X_3, X_4, X_5$	4,595840	-	-0,0336986	0,005711	0,003608	0,002931	-
$X_2, X_3, X_5$	4,761050	-	-0,035957	0,005969	-	0,002463	-

### 3.4 Pengujian Hipotesis

Langkah berikutnya setelah estimasi parameter adalah melaksanakan pengujian hipotesis untuk mengetahui tingkat signifikansi masing-masing variabel bebas.

- Tolak  $H_0$ , jika nilai  $p\_value < (\alpha = 0,05)$
- Terima  $H_0$ , jika nilai  $p\_value \geq (\alpha = 0,05)$

Berdasarkan hasil pengujian yang telah dilakukan maka diperoleh hasil pada tabel 3 sebagai berikut:

**Tabel 3.** Hasil Uji Hipotesis

<b>Model 1 (<math>X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6</math>)</b>					
Variabel	Estimasi Parameter ( $\beta$ )	$p - value$	$\alpha$	Keputusan	Keterangan
$X_1$	-3,788e-05	0,60598	0,05	Terima $H_0$	Tidak Signifikan
$X_2$	-4,187e-02	0,00641	0,05	Tolak $H_0$	Signifikan
$X_3$	5,917e-03	0,00215	0,05	Tolak $H_0$	Signifikan
$X_4$	3,533e-03	0,48900	0,05	Terima $H_0$	Tidak Signifikan
$X_5$	3,006e-03	0,14343	0,05	Terima $H_0$	Tidak Signifikan
$X_6$	2,065e-02	0,60184	0,05	Terima $H_0$	Tidak Signifikan
<b>Model 2 (<math>X_2, X_3, X_4, X_5, X_6</math>)</b>					
Variabel	Estimasi Parameter ( $\beta$ )	$p - value$	$\alpha$	Keputusan	Keterangan
$X_2$	-0,038751	0,00637	0,05	Tolak $H_0$	Signifikan
$X_3$	0,005201	0,00139	0,05	Tolak $H_0$	Signifikan

$X_4$	0,002478	0,61195	0,05	Terima $H_0$	Tidak Signifikan
$X_5$	0,003487	0,07516	0,05	Terima $H_0$	Tidak Signifikan
$X_6$	0,014436	0,69741	0,05	Terima $H_0$	Tidak Signifikan

**Model 3 ( $X_2, X_3, X_4, X_5$ )**

Variabel	Estimasi Parameter ( $\beta$ )	<i>p</i> – value	$\alpha$	Keputusan	Keterangan
$X_2$	-0,036986	0,004954	0,05	Tolak $H_0$	Signifikan
$X_3$	0,005711	0,0112535	0,05	Tolak $H_0$	Signifikan
$X_4$	0,003608	0,368894	0,05	Terima $H_0$	Tidak Signifikan
$X_5$	0,002931	0,035620	0,05	Tolak $H_0$	Signifikan

**Model 4 ( $X_2, X_3, X_5$ )**

Variabel	Estimasi Parameter ( $\beta$ )	<i>p</i> – value	$\alpha$	Keputusan	Keterangan
$X_2$	-0,035957	0,006656	0,05	Tolak $H_0$	Signifikan
$X_3$	0,005969	0,00374292	0,05	Tolak $H_0$	Signifikan
$X_5$	0,002463	0,056971	0,05	Terima $H_0$	Tidak Signifikan

Hasil pengujian hipotesis untuk keempat model. Model pertama (Model 1), Model Kedua (Model 2), dan Model Keempat (Model 4) variabel bebas yang signifikan mempengaruhi variabel terikat adalah  $X_2$  dan  $X_3$ , sedangkan untuk Model Ketiga (Model 3) variabel bebas yang signifikan mempengaruhi variabel terikat adalah  $X_2, X_3$  dan  $X_5$ .

### 3.5 Pemilihan Model Terbaik

Setelah uji hipotesis untuk setiap model selesai, selanjutnya dilakukan pemilihan model terbaik, pada penelitian ini dilakukan dengan melihat nilai *Akaike Information Critical* (AIC) dengan perhitungan menggunakan *software* R-studio. Model terbaik ditentukan berdasarkan nilai AIC terkecil [9]. Adapun nilai AIC untuk tiap model dapat dilihat pada tabel 4 sebagai berikut:

**Tabel 4. Akaike Information Critical (AIC)**

Model	AIC
Model 1 ( $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ )	236,4271
Model 2 ( $X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ )	234,7303
Model 3 ( $X_2, X_3, X_4, X_5$ )	232,8750
Model 4 ( $X_2, X_3, X_5$ )	231,6988

Berdasarkan Tabel 4, terlihat bahwa model 4 memiliki nilai AIC terkecil, yaitu sebesar 231,6988. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa model 4 merupakan model terbaik dalam penelitian ini. Model tersebut melibatkan variabel Persentase Imunisasi Polio ( $X_2$ ), Jumlah Tenaga Kesehatan ( $X_3$ ), dan Jumlah Penduduk Miskin ( $X_5$ ). Oleh karena itu, diperoleh bentuk model regresi Poisson Inverse Gaussian sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \exp(4,761050 - 0,035957X_2 + 0,005969X_3 + 0,002463X_5) \dots(5)$$

Berdasarkan pada persamaan 5 maka dapat diinterpretasikan bahwa konstanta  $\beta_0$  sebesar 4,761050 menyatakan bahwa jika variabel bebas tidak diperhatikan maka rata-rata kasus AFP adalah sebesar  $\exp(4,761050) = 116,86857$  atau sekitar 117 kasus. Nilai  $\beta_2$  sebesar -0,035957 menyatakan bahwa setiap kenaikan 1% dari persentase yang mendapatkan imunisasi polio maka terjadi penurunan rata-rata kasus AFP sebesar  $\exp(-0,035957) = 0,964682$  kali dari rata-rata semula dari variabel konstan. Nilai  $\beta_3$  sebesar 0,005969 menyatakan bahwa setiap naik 1 jiwa dari jumlah tenaga kesehatan maka terjadi kenaikan rata-rata kasus AFP sebesar  $\exp(0,005969) = 1,00599$  kali dari rata-rata semula dari variabel konstan.

#### 4 Kesimpulan

Bentuk pemodelan terbaik regresi *poisson inverse gaussian* untuk jumlah kasus AFP di Provinsi Jawa Timur adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \exp(4,761050 - 0,035957X_2 + 0,005969X_3 + 0,002463X_5)$$

Berdasarkan uji hipotesis, faktor-faktor yang paling berpengaruh pada model terbaik kasus AFP di Provinsi Jawa Timur dengan regresi *poisson inverse gaussian* (PIG) adalah Persentase Imunisasi Polio ( $X_2$ ), dan Jumlah Tenaga Kesehatan ( $X_3$ ). Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat menjadi dasar untuk penelitian selanjutnya tentang regresi *poisson inverse gaussian* dan faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kasus AFP di Provinsi Jawa Timur. Penelitian ini memiliki beberapa kekurangan yaitu terbatasnya variabel independen, cakupan wilayah yang hanya mencakup Provinsi Jawa Timur, dan penggunaan data tahun 2023. Adapun saran untuk penelitian selanjutnya, yaitu menambah variabel independen lain pada kasus AFP dan menggunakan rentang waktu lebih panjang.

#### 5 Daftar Pustaka

- [1] Rahmadeni, Deliana, S., Yendra, R., & Desvina, A. P. (2018). Analisis Faktor Yang Mempengaruhi Kasus Acute Flaccid Paralysis (AFP) Di Indonesia Dengan Menggunakan Regresi Poisson Tergeneralisasi. 605–612.
- [2] Dinas Kesehatan Kota Salatiga. (2018). Lokakarya Acute Flaccid Paralysis (AFP) [Kesehatan]. Lokakarya Acute Flaccid Paralysis (AFP), Dinas Kesehatan Kota Salatiga. <https://dinkes.salatiga.go.id/lokakarya-acute-flaccid-paralysis-afp/>
- [3] Ardhi, K. Y. (2023). Hubungan Tingkat Pengetahuan Ibu Dengan Pemberian Imunisasi Polio Pada Anak Di Wilayah Kerja Puskesmas Kandang Kota Lhokseumawe Tahun 2023. Skripsi. Universitas Malikussaleh.
- [4] Kemenkes RI. (2007). Pedoman Surveilans Acute Flaccid Paralysis (AFP). Jakarta Pusat Data dan Informasi, Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.
- [5] Dinas Kesehatan Jawa Timur. (2019). Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur [Dataset].
- [6] Herindrawati, A. Y. (2017). Pemodelan Regresi Poisson Inverse Gaussian Studi Kasus: Jumlah Kasus Baru HIV di Provinsi Jawa Tengah Tahun 2015.

Skripsi. Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

- [7] Effiyaldi, E., Pasaribu, J. P. K., Suratno, E., Kadar, M., Gunardi, Naibaho, R., Hati, S. K., & Aryati, V. A. (2022). Penerapan Uji Multikolinieritas Dalam Penelitian Manajemen Sumber Daya Manusia. *Jurnal Ilmiah Manajemen dan Kewirausahaan (JUMANAGE)*, 1(2), 94–102. <https://doi.org/10.33998/jumanage.2022.1.2.89>
- [8] Sundari, M., & Sihombing, P. R. (2021). PENANGANAN OVERDISPERSI PADA REGRESI POISSON (Studi Kasus: Pengaruh Faktor Iklim Terhadap Jumlah Penderita Penyakit Demam Berdarah di Kota Bogor). *Jurnal Lebesgue : Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika*, 2(1), 1–9
- [9] Alvionita, V. (2022). Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Jumlah Kasus DBD Diprovinsi Riau Dengan Menggunakan Regresi Poisson Inverse Gaussian. Skripsi. Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
- [10] Durrofiq, I. (2023). Analisis Regresi Poisson Inverse Gaussian Pada Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Jumlah Penderita DBD Di Provinsi Jawa Timur. Skripsi. Universitas Nahdlatul Ulama Blitar.

# Peramalan Produksi Gula Indonesia dengan Model ARIMA(2,2,0) Serta Bagaimana Strategi Swasembada Gula Terjadi Pada tahun 2030

Wigid Hariadi<sup>1</sup>, Sulantari<sup>2\*</sup>, Adi Mustika<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Prodi Statistik, Universitas PGRI Argopuro Jember, wigid.hariadi@gmail.com

<sup>2</sup>Prodi Statistik, Universitas PGRI Argopuro Jember, sulantari68@gmail.com

<sup>3</sup>Prodi Teknik Lingkungan, Universitas PGRI Argopuro Jember, adimust@gmail.com

**Abstract.** Indonesia is an agrarian country with the agricultural sector playing a vital role in meeting basic needs and boosting the social, economic, and trade sectors. One of the widely cultivated crops is sugar cane, which is the raw material for sugar. Sugar is a strategic commodity and plays a vital role in the economy and community food security. The demand for sugar is enormous, but sugar production is still unable to meet all of this demand. Indonesia continues to strive to achieve sugar self-sufficiency. Therefore, the author is interested in conducting research related to how to forecast Indonesian sugar production for 2025-2030 using the ARIMA method? And what strategies are there to achieve Indonesian sugar self-sufficiency in 2030? The results obtained are: forecasting Indonesian sugar production can be done using the ARIMA (2,2,0), with an Sun Square Residuals value of 0.210136. Indonesia's sugar production forecasts from 2025 to 2030 are: 2.497 million tons, 2.450 million tons, 2.601 million tons, 2.635 million tons, 2.646 million tons, and 2.755 million tons, respectively. To achieve sugar self-sufficiency in Indonesia by 2030, the Indonesian government needs to add 1.19 million hectares of new land for sugarcane farming.

**Keywords:** Forecasting, ARIMA, Sugar Production, Indonesia.

**Abstrak.** Indonesia adalah Negara agraris dengan sector pertanian berperan penting dalam pemenuhan kebutuhan pokok, pendongkrak sector social, ekonomi dan perdagangan. Salah satu tanaman yang banyak di budidayakan adakah tebu yang menjadi bahan baku gula. Gula merupakan salah satu komoditas strategis dan berperan penting bagi ekonomi serta ketahanan pangan masyarakat. Kebutuhan gula sangat besar, namun produksi gula masih belum mampu memenuhi seluruh kebutuhan tersebut. Negara Indonesia senantiasa mencanangkan untuk mencapai swasembada Gula. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk melakukan penelitian terkait bagaimana peramalan produksi gula Indonesia untuk 2025 – 2030 dengan metode ARIMA? Serta bagaimana strategi untuk mencapai swasembada gula Indonesia di tahun 2030? Hasil yang diperoleh adalah: peramalan produksi gula Indonesia dapat dilakukan dengan model ARIMA (2,2,0), nilai Sum Square Residual sebesar 0,210136. peramalan produksi gula Indonesia dari tahun 2025 sampai 2030 secara berturut-turut adalah: 2,497 juta ton, 2,450 juta ton, 2,601 juta ton, 2,635 juta ton, 2,646 juta ton, 2,755 juta ton. Serta agar tercapai swasembada gula di Indonesia pada tahun 2030, maka pemerintah Indonesia perlu menambah lahan baru untuk pertanian tebu seluas 1,19 juta hektar.

**Kata kunci:** Peramalan, ARIMA, Produksi Gula, Indonesia.

## 1. Pendahuluan

Indonesia merupakan Negara agraris karena sebagian penduduknya adalah petani [1]. Tahun 2023, sebanyak 29% angkatan kerja Indonesia bekerja di sektor pertanian dan sektor pertanian menyumbang 13% terhadap PDB [2]. Pertanian berperan penting dalam pemenuhan kebutuhan pokok, pendongkrak sektor sosial, ekonomi dan perdagangan [3]. Banyak tanaman yang dibudidayakan oleh petani Indonesia, seperti Padi, Jagung, Tebu, dan aneka sayuran lainnya. Diantara tanaman tersebut, tebu merupakan salah satu hasil pertanian yang sangat penting bagi Indonesia. Karena tebu menjadi sumber terbesar gula bagi Indonesia.

Industri gula berperan penting bagi ekonomi masyarakat Indonesia [4]. Permintaan gula oleh masyarakat terus mengalami kenaikan dari tahun ketahun. Banyak aspek kehidupan masyarakat Indonesia tidak lepas dari peran gula, baik minuman, makanan, ataupun industri. Gula merupakan salah satu komoditas strategis yang mendukung ketahanan pangan [5]. Negara Indonesia senantiasa mencanangkan untuk mencapai swasembada Gula, namun sampai saat ini produksi gula tahunan masih jauh dibawah kebutuhan total gula pertahun [6]. Gula merupakan komoditas yang strategis sehingga perlu adanya analisis prediksi untuk meramalkan produksi gula pada tahun-tahun kedepan. Dengan demikian, akan diketahui proyeksi produksi gula serta dapat di rencanakan strategi agar swasembada gula dapat terjadi.

Salah satu analisis data statistik untuk peramalan data adalah metode ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) [7]. Dimana metode ini merupakan kombinasi antara metode AR (*Autoregressive*) dengan MA (*Moving average*). Metode ARIMA dapat dilakukan untuk data *time series*, yakni data yang dikumpulkan sesuai dengan urutan waktu tertentu (harian, mingguan, bulanan, tahunan,dll). Metode ARIMA cocok digunakan untuk data *time series* yang mengandung unsur trend. Metode ARMA (1,1,2) mampu memodelkan peramalan harga produksi karet perkilo di provinsi Riau selama tahun 2023 sebesar Rp. 7454,02 hingga Rp. 7541,33 [8]. Metode ARIMA telah mampu meramalkan kebutuhan energi listrik di kota makasar, dengan hasil ramalan kebutuhan energi listrik bulan Desember 2023 sebesar 172834293 kwh [9]. Metode ARIMA model ARIMA(0,2,1) mampu meramalkan harga saham BCA sebanyak 60 periode kedepan, sejak periode 1 Maret 2021 sampai 24 Mei 2021 yang diramalkan harga saham BCA mengalami penurunan dan nilai ramalan pada 24 Mei 2021 sebesar 21.179,9 rupiah perlembar saham [10]. Metode ARIMA terbukti cocok digunakan untuk meramalkan data beberapa periode kedepan pada berbagai bidang permasalahan (bisnis, ekonomi, sosial, pertanian, dll) [11].

Berdasarkan uraian diatas, maka perlu dilakukan kajian atau penelitian terkait peramalan produksi gula di Indonesia untuk beberapa tahun kedepan. Sehingga hasil kajian atau penelitian tersebut dapat menjadi gambaran dan *insight* bagi pemerintah dalam menentukan kebijakan yang tepat untuk kebutuhan gula dan menuju swasembada gula di Indonesia. Dengan demikian, tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui bagaimana peramalan produksi gula Indonesia untuk 2025 – 2030 dengan metode ARIMA, serta bagaimana strategi untuk mencapai swasembada gula Indonesia di tahun 2030. Analisis data dengan metode ARIMA dilakukan dengan bantuan *software* Eviews.

## 2. Tinjauan Pustaka

### 2.1. *Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)*

Metode ARIMA atau sering juga ditulis sebagai ARIMA (p,d,q). Model ARIMA merupakan salah satu model statistik yang bertujuan untuk melakukan peramalan data

(forecasting) untuk beberapa periode mendatang melalui gabungan antara metode AR (*Autoregressive*) dan MA (*Moving average*). Penulisan model ARIMA dilakukan dengan menggunakan orde. Orde untuk AR ditulis sebagai  $p$ , orde untuk differencing ditulis dengan  $d$ , dan orde MA ditulis dengan  $q$ . Model ARIMA dilakukan melalui beberapa tahap, yakni identifikasi model, estimasi parameter, *diagnostic check*, dan peramalan data (*forecasting*). Secara matematis, model ARIMA( $p,d,q$ ) dapat ditulis sebagai berikut [12]:

$$\Phi_P(B)(1 - B)^d X_t = \theta_0 + \theta_q(B)a_t \quad \dots (1)$$

$$\Phi_P(B) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p \quad \dots (2)$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad \dots (3)$$

Dengan :

$p$  : orde proses AR (*Autoregressive*)

$d$  : orde differencing

$q$  : orde proses MA (*Moving Average*)

$\theta_0$  : intercept model ARIMA

Untuk tahapan estimasi parameter, dilakukan dengan melakukan uji hipotesis. Uji ini dilakukan untuk mengetahui apakah parameter model ARIMA yang diuji telah signifikan dalam model atau tidak. Model ARIMA yang baik adalah model ARIMA yang semua parameternya telah signifikan semua. Adapun hipotesisnya adalah sebagai berikut:

$H_0$  : Parameter tidak signifikan dalam model

$H_1$  : Parameter signifikan dalam model

Daerah kritis Tolak  $H_0$  jika nilai p-value (sig) < alfa ( $\alpha$ )

## 2.2. Uji Asumsi (*Diagnostic Check*)

Terdapat 3 jenis uji asumsi yang diterapkan pada analisis *time series* metode ARIMA( $p,d,q$ ). ketiga uji ini yakni, uji normalitas residual, uji autokorelasi, dan uji homoskedastisitas [13]. Jika menggunakan software eviews, Uji asumsi autokorelasi dan homoskedastisitas dapat dilakukan dengan melihat lag yang tersaji pada output. Jika tidak terdapat lag yang keluar batas signifikansi, maka dapat dikatakan tidak terdapat autokorelasi dan telah bersifat homoskedastik. Namun jika terdapat lag yang keluar batas signifikansi, maka dapat dikatakan terdapat masalah autokorelasi atau heteroskedastik. Untuk uji asumsi normalitas residual dapat dilakukan menggunakan uji hipotesis sebagai berikut:

Uji asumsi normalitas residual menggunakan uji hipotesis:

$H_0$  : residual data berdistribusi normal

$H_1$  : residual data tidak berdistribusi normal

Dengan daerah kritis yakni, tolak  $H_0$  jika p-value (signifikansi) <  $\alpha$

## 2.3. Uji Kebaikan Model

Model ARIMA terbaik adalah model yang memenuhi kriteria:

- Parameter model telah signifikan semua
- Terpenuhi asumsi normalitas residual, autokorelasi, dan homoskedastisitas
- Memiliki nilai error terkecil.

Salah satu ukuran error yang dapat digunakan yakni SSR (*Sum Square Residual*), secara matematis ditulis sebagai berikut:

$$SSR = \sum_{i=1}^t (y_i - \bar{y})^2 \quad \dots (4)$$

### 3. Metodologi Penelitian

Penelitian ini menggunakan data sekunder, berupa jumlah produksi gula di Indonesia yang berasal dari sumber utama BPS, dan dilengkapi oleh data dari berbagai sumber lainnya. Dimana data ini dikumpulkan sejak tahun 2000 sampai tahun 2024. Selain menggunakan data produksi gula di Indonesia, peneliti juga menggunakan data kebutuhan total gula di Indonesia tahun 2024, dan luas lahan tebu di Indonesia tahun 2024. Dimana peramalan data produksi gula di Indonesia akan menggunakan metode ARIMA (p,d,q). sedangkan untuk analisis potensi swasembada gula Indonesia akan dilakukan menggunakan statistik deskriptif. Analisis data menggunakan software Eviews-12.

### 4. Pembahasan

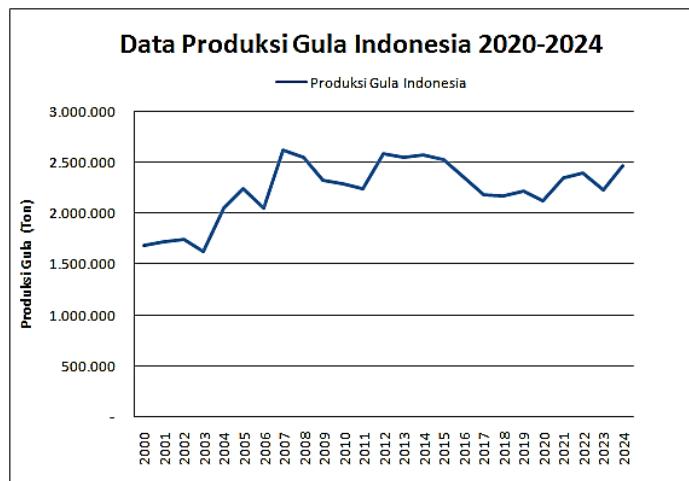
Gula menjadi salah satu hal yang penting bagi masyarakat Indonesia. Banyak sekali olahan makanan atau minuman di Indonesia menggunakan gula sebagai bahan pemanisnya. Selain untuk kebutuhan konsumsi, gula juga digunakan dalam kebutuhan industri. Selain itu, Indonesia merupakan Negara peringkat ke-empat dari segi jumlah penduduk. Dengan banyaknya penduduk tersebut, maka berdampak juga kepada kebutuhan gula yang besar. Tahun 2024, kebutuhan total Gula Indonesia mencapai 8,1 juta ton. Sementara produksi gula Indonesia masih belum mencukupi jumlah kebutuhan tersebut. Berikut ini disajikan data produksi gula Indonesia sejak tahun 2000 sampai tahun 2024.

**Tabel 1.** Data Produksi Tahunan Gula Indonesia (Ton)

Th	Produksi Gula Indonesia (Ton)	Th	Produksi Gula Indonesia (Ton)
2000	1690004	2012	2592561
2001	1725467	2013	2553551
2002	1755354	2014	2575392
2003	1631918	2015	2534872
2004	2051644	2017	2363042
2005	2241742	2018	2190979
2006	2051644	2019	2171726
2007	2623786	2020	2123405
2008	2551513	2021	2348331
2009	2333885	2022	2402648
2010	2288735	2023	2234241
2011	2244154	2024	2465515

(Sumber: BPS, dan sumber lainnya)

Tabel 1 menunjukkan bahwa produksi gula Inodnesia secara bertahap mengalami kenaikan produksi. Terlihat juga tahun 2023, produksi gula Indonesia mencapai 2.23 Juta ton [14]. Selain itu, terlihat juga bahwa tahun 2024 produksi gula Indonesia mengalami peningkatan, yakni menjadi 2.46 juta ton. Data produksi gula Indonesia lebih jelas dapat terlihat pada Gambar 1 dibawah ini:



**Gambar 1.** Grafik Time Series Produksi Gula Indonesia Tahun 2000 - 2024

Pada Gambar 1 tersebut memperlihatkan grafik perkembangan produksi gula di Indonesia sejak tahun 2000 sampai tahun 2024. Dimana produksi gula mengalami fluktuatif naik turun. Namun secara umum, produksi gula mengalami *trend* naik. Karena grafik datanya berpola *trend*, maka metode peramalan data yang cocok digunakan adalah metode ARIMA(p,d,q). Dalam tahap awal untuk melakukan peramalan data, dilakukan pengecekan statsioneritas data menggunakan uji ADF (*Augmented Dickey-Fuller Test*).

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.305032	0.1785
Test critical values:		
1% level	-3.737853	
5% level	-2.991878	
10% level	-2.635542	

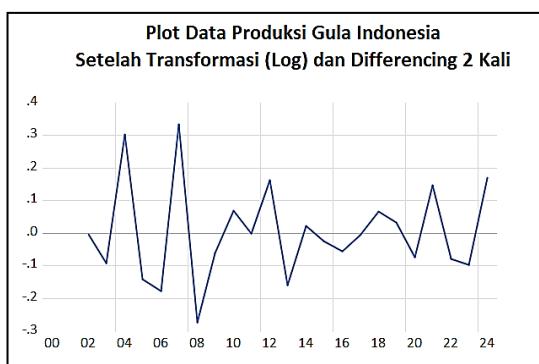
\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**Gambar 2.** Uji ADF Untuk Menguji Statsioneritas Data

Dari Gambar 2, memperlihatkan output uji ADF test. Dengan hasil *t-statistic* sebesar -2.305 dan p-value sebesar 0.1785. dengan menggunakan hipotesis:

$H_0$ : data belum stasioner dalam mean dan variansi, dan  
 $H_1$  : data sudah stasioner dalam mean dan variansi

Dengan tingkat signifikansi 10%, diperoleh keputusan gagal tolak  $H_0$ , yang berarti bahwa data belum stasioner dalam mean dan variansi. Sehingga data ini perlu dilakukan transformasi dan differencing terlebih dahulu. Menggunakan transformasi Log dan differencing 2 kali dengan formula *equation* adalah  $d(\log(\text{data}), 2)$ , diperoleh hasil sebagai berikut:



**Gambar 3.** Plot Data Hasil Transformasi Log dan Differencing 2 kali

Dari Gambar 3, terlihat bahwa pola data sudah bergerak disekitar rata-rata. Hal ini mengindikasikan bahwa data sudah cukup stasioner dalam mean dan variansi. Namun untuk lebih jelasnya, harus diuji menggunakan uji ADF.

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.788368	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.788030	
5% level	-3.012363	
10% level	-2.646119	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

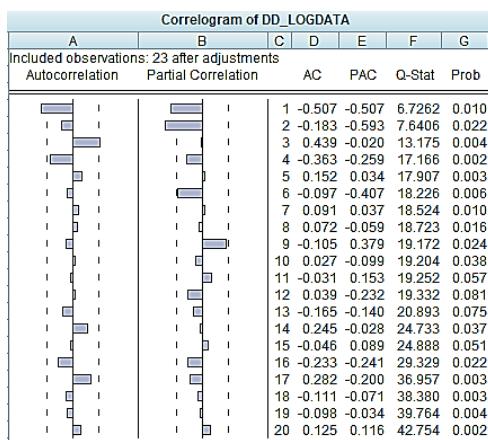
**Gambar 4.** Uji ADF Untuk Menguji Stasioneritas Data Produksi Gula Indonesia Hasil Transformasi (log) dan Differencing 2 kali

Dari Gambar 4, memperlihatkan output uji ADF test. Dengan hasil t-statistic sebesar -7.788 dan p-value sebesar 0.000. dengan menggunakan hipotesis:

Ho: data belum stasioner dalam mean dan variansi, dan

H1 : data sudah stasioner dalam mean dan variansi

Dengan tingkat signifikansi 10%, diperoleh keputusan tolak Ho, yang berarti bahwa data sudah stasioner dalam mean dan variansi. Sehingga data ini sudah dapat digunakan untuk proses lebih lanjut. Kemudian akan dilakukan pengecekan ACF dan PACF untuk mengetahui model ARIMA yang cocok:



**Gambar 5.** Plot ACF dan PACF

Gambar 5 menunjukkan output plot ACF dan PACF dari data yang telah stasioner dalam mean dan variansi. Dari plot ACF, terlihat bahwa ada lag yang keluar batas signifikansi sampai lag ke-3, hal ini mengindikasikan bahwa terdapat model MA orde 3 (MA(3)). Dari plot PACF, terlihat bahwa ada lag yang keluar batas signifikansi sampai lag ke-2, hal ini mengindikasikan bahwa terdapat model AR orde 2 (AR(2)). Dengan differencing sebanyak 2 kali, maka model awal ARIMA yang terbentuk adalah ARIMA(2,2,3).

Kemudian akan dilakukan estimasi model ARIMA menggunakan *software* Eviews12 terhadap model awal dan beberapa model *overfittingnya*. Berikut beberapa model yang akan dilakukan estimasi model ARIMA, yakni model ARIMA (2,2,3), model ARIMA (0,2,3), model ARIMA (1,2,0), model ARIMA (1,2,3), model ARIMA (2,2,0), dan model ARIMA (3,2,0). Keenam model tersebut akan dilakukan uji estimasi model berupa uji estimasi parameter, uji asumsi normalitas, uji asumsi autokorelasi, dan uji

asumsi homoskedastisitas. Dengan menggunakan tingkat signifikansi ( $\alpha$ ) sebesar 10%. Dengan menggunakan *software Eviews*, diperoleh ringkasan hasil analisis data nya adalah tersaji dalam Tabel 2 berikut ini:

**Tabel 2.** Rangkuman Uji Estimasi Parameter Model ARIMA(p,d,q)

Uji		Model ARIMA					
		ARIMA (2,2,3)	ARIMA (0,2,3)	ARIMA (1,2,0)	ARIMA (1,2,3)	ARIMA (2,2,0)	ARIMA (3,2,0)
Uji Signifikansi Parameter ( $\alpha = 0,1$ )	C	p (0,690) no sig					
	AR(1)	p (0,002) signifikan		p (0,005) signifikan	p (0,062) signifikan	p (0,0001) signifikan	p (0,0285) signifikan
	AR(2)	p (0,033) signifikan				p (0,0004) signifikan	
	AR(3)						p (0,005) signifikan
	MA(1)	p (0,999) no sig					
	MA(2)	p (0,999) no sig					
	MA(3)	p (1) no sig	p (0,029) signifikan		p (0,059) signifikan		
	Keputusan	Model ARIMA tdk Signifikan	Model ARIMA Signifikan	Model ARIMA Signifikan	Model ARIMA Signifikan	Model ARIMA Signifikan	Model ARIMA Signifikan
	Uji Asumsi	Normalitas	p (0,5490) Normal	p (0,9161) Normal	p (0,5103) Normal	p (0,3898) Normal	p (0,5970) Normal
		Autokorelasi	Ada lag keluar	Ada lag keluar	Ada lag keluar	No Autokorelasi	Ada lag keluar
		Homoskedastisitas	Homos kedastik	Ada lag keluar	Homos kedastik	Homos kedastik	Homos kedastik
<b>SSR (Sum Square Residual)</b>		0,106996	0,309625	0,348319	0,275042	0,210136	0,260324
<b>Keputusan Model</b>		Model ARIMA tdk layak	Model ARIMA tdk layak	Model ARIMA tdk layak	Model ARIMA tdk layak	Model ARIMA layak	Model ARIMA tdk layak
						Model Terbaik	

Dari Tabel 2 diatas, terlihat bahwa dari enam model ARIMA yang diuji, hanya ada satu model ARIMA yang signifikan dan memenuhi seluruh uji asumsi. Sehingga model tersebut dapat disimpulkan sebagai model terbaik, yakni model ARIMA(2,2,0) dengan nilai *SSR (sum square residual)* sebesar 0,210136. lebih jelasnya, *output* estimasi parameter model ARIMA(2,2,0) dapat tersaji pada Gambar 6 dibawah ini:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.837645	0.173738	-4.821312	0.0001
AR(2)	-0.605913	0.141403	-4.285008	0.0004
R-squared	0.561731	Mean dependent var		0.003380
Adjusted R-squared	0.517904	S.D. dependent var		0.147628
S.E. of regression	0.102503	Akaike info criterion		-1.543158
Sum squared resid	0.210136	Schwarz criterion		-1.395050
Log likelihood	20.74632	Hannan-Quinn criter.		-1.505910
Durbin-Watson stat	2.033746			
Inverted AR Roots	-42+.66i	-42-.66i		

**Gambar 6.** Output Estimasi Parameter model ARIMA(2,2,0)

Dari Gambar 6, terlihat bahwa nilai *p-value* parameter yang diuji sangat kecil, yakni

0.0001 dan 0.0004, sehingga nilai *p-value* tersebut akan lebih kecil dari nilai  $\alpha = 10\%$ . Hal ini bermakna bahwa model ARIMA(2,2,0) sudah signifikan. Selanjutnya dapat dituliskan model matematis dari model ARIMA(2,2,0) berdasarkan output pada Gambar 6. Secara matematis, Model ARIMA(2,2,0) dapat dituliskan sebagai berikut:

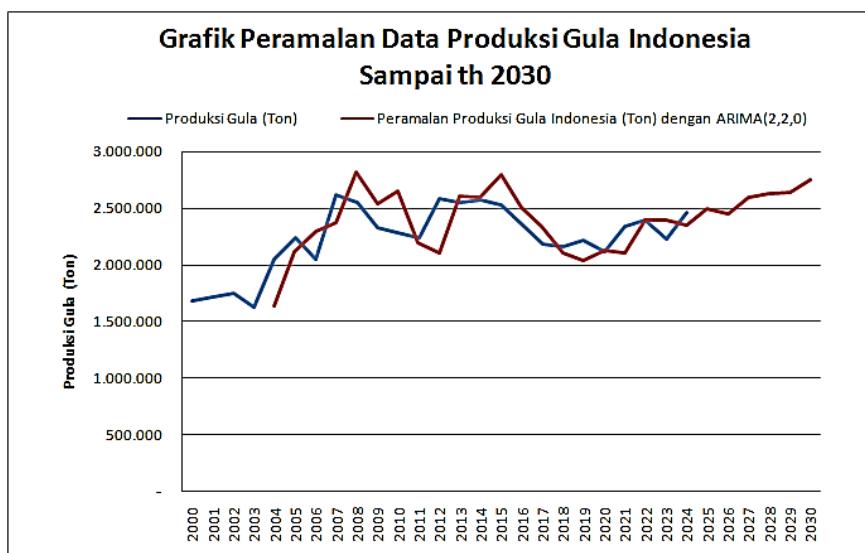
$$\begin{aligned}\phi_2(B)(1 - B)^2 X_t &= \theta_0 + \theta_0(B)a_t \\ (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)(1 - B)^2 X_t &= 0 + 0(B)a_t \\ (1 - (-0.837645)B - (-0.605913)B^2)(1 - B)^2 X_t &= a_t \\ (1 + 0.837645 B + 0.605913 B^2)(1 - B)^2 X_t &= a_t\end{aligned}$$

Setelah diperoleh model ARIMA terbaik, yakni model ARIMA(2,2,0), selanjutnya model tersebut yang akan digunakan dalam peramalan data produksi gula Indonesia untuk beberapa periode kedepan. Hasil peramalan data produksi gula Indonesia dengan model ARIMA(2,2,0) untuk tahun 2025 sampai tahun 2030, tersaji dalam Tabel 3 dibawah ini:

**Tabel 3.** Hasil peramalan data Produksi Gula Indonesia tahun 2025 sampai 2030

Th	Model ARIMA(2,2,0)	
	Hasil Peramalan Produksi Gula (Ton)	
2025		2.497.793,51
2026		2.450.021,35
2027		2.601.414,92
2028		2.635.495,41
2029		2.646.051,99
2030		2.755.213,81

Dari Tabel 3 terlihat nilai peramalan data produksi gula Indonesia secara berturut-turut yakni: tahun 2025 sebesar 2,49 juta ton, tahun 2026 sebesar 2,45 juta ton, tahun 2027 sebesar 2,60 juta ton, tahun 2028 sebesar 2,64 juta ton, tahun 2029 sebesar 2,65 juta ton dan tahun 2030 sebesar 2,76 juta ton. Dari peramalan tersebut, terlihat bahwa produksi gula Indonesia di ramalkan akan mangalami peningkatan sejak tahun 2025 sampai tahun 2030. Secara lebih jelas, perbandingan data aktual dan data hasil peramalan dengan model ARIMA(2,2,0) dapat terlihat pada Gambar 7.



**Gambar 7.** Grafik Perbandingan Data Aktual dan Hasil Peramalan Produksi Gula Indonesia dengan Model ARIMA(2,2,0)

Gambar 7 diatas terlihat jelas bahwa model ARIMA(2,2,0) dapat meramalkan produksi gula Indonesia dengan cukup baik. Hal ini terlihat dari pergerakan grafik peramalan data bergerak disekitar data aktual. Dapat terlihat juga bahwa produksi gula Indonesia untuk 5 tahun kedepan mengalami kenaikan. Selanjutnya, akan dilakukan analisis potensi swasembada gula Indonesia. Diketahui bahwa tahun 2024 kebutuhan gula Indonesia adalah sebesar 8,10 juta ton. Tahun 2024 diketahui produksi gula Indonesia sebesar 2,47 juta ton, sehingga terdapat kekurangan produksi gula sebesar 5,63 juta ton untuk tahun 2024. dengan demikian, maka jika tidak ada penambahan jumlah produksi gula atau penambahan luas lahan tebu, maka Indonesia tidak akan mencapai swasembada gula.

### Potensi Swasembada Gula Indonesia di tahun 2030

Secara matematis, penambahan lahan tebu baru untuk mencapai swasembada gula dapat dihitung sebagai berikut: Menggunakan asumsi perhitungan menggunakan dasar tahun 2024, dimana :

$$a = \text{produksi gula Indonesia tahun 2025 diprediksi sebesar 2,50 juta ton}$$

$$b = \text{kebutuhan total gula Indonesia (dengan asumsi th 2024) sebesar 8,1 juta ton}$$

Maka kekurangan produksi gula Indonesia (  $c$  ):

$$c = b - a = 8,1 - 2,50 = 5,60 \text{ juta ton}$$

Dengan kondisi luas lahan tebu Indonesia(asumsi kondisi tahun 2024) sebesar 520.824 hektar. maka dapat dihitung rata-rata produktifitas gula per hektar (  $e$  ):

$$e = (a * 1000000) / 520.824 = 4,73 \text{ ton gula perhektar.}$$

Dari perhitungan diatas, diketahui bahwa rata-rata produksi gula Indonesia perhektar di tahun 2024 sebesar 4,79 ton per hektar. Sehingga untuk menghitung luas lahan tebu baru yang diperlukan agar swasembada gula tercapai ditahun 2030 dapat dihitung dengan:

Luas lahan tebu baru yang diperlukan (  $f$  ):

$$f = (c * 1000000) / e$$

$$f = 1.190.274,84 \text{ hektar atau setara 1,19 juta hektar}$$

Jika kondisi tahun 2025 sampai 2030 tidak ada perubahan yang signifikan, maka untuk mencapai swasembada gula dapat terjadi dengan cara meningkatkan produktifitas gula Indonesia dengan melalui program penambahan luas lahan tebu Indonesia sebesar 1,19 juta hektar lahan baru.

## 5. Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh adalah: untuk menghitung peramalan produksi gula di Indonesia, dapat digunakan model ARIMA (2,2,0) dengan nilai error (SSR) sebesar 0,210136. Hasil peramalan produksi gula Indonesia dari tahun 2025 sampai 2030 secara berturut-turut adalah: 2,497 juta ton, 2,450 juta ton, 2,601 juta ton, 2,635 juta ton, 2,646 juta ton, 2,755 juta ton. Agar tercapai swasembada gula di Indonesia pada tahun 2030, maka pemerintah Indonesia perlu menambah lahan baru untuk pertanian tebu seluas 1,19 juta hektar.

## 6. Daftar Pustaka

- [1] Maulana, A W., Rochdiani, D., dan Sudrajat. *Analisis Agroindustri Tahu (Studi*

*kasus Desa Cisadap). Jurnal Ilmiah Mahasiswa AGROINFO GALUH. Vol 7 No 1. Hal237 – 248. 2020.*

- [2] Sihite, M., Hsb, A M., Syahputra, R., Amri, M R., Alwi, R., dan Sakuntala, D. *Peran Sektor Pertanian dan Distribusi Pendapatan di Indonesia : Analisis Model Faktor Spesifik Ricardian*. Jurnal Media Akademika (JMA). Vol 3 No 1. Hal 1-12. 2025.
- [3] Manaroinsong, G., Pangkey, M S., dan Mambo, R. *Pemberdayaan Masyarakat Petani Sayur di Desa Palelon Kecamatan Modoinding*. Jurnal Administrasi Publik (JAP). Vol IX No 3. Hal 223-235. 2023.
- [4] Heryanto, M A., Suryatmana, E R. *Dinamika Agroindustri Gula Indonesia: Tinjauan Analisis Sistem*. Jurnal Agricore. Vol 5, No 2. Hal 194 – 210. 2020.
- [5] Silalahi, A V. *Kebijakan Pengembangan Tebu Menuju Swasembada Gula Konsumsi*. Jurnal Perencanaan Pembangunan Pertanian. Vol 1 No 1. Hal 75-86. 2024.
- [6] Amalia, A., Supriono, A., Yanuarti, R., Aji, J M M., Ridjal, J A., Soejono, D., dan Ibanah, I. *Proyeksi Produksi dan Konsumsi Gula Pasir di Indonesia 2022-2025 serta Implikasinya terhadap Target Swasembada Nasional*. Jurnal JASE. Vol 5, No 1. Hal 73-85. 2025.
- [7] Hariadi, W., and Sulantari. *Application of ARIMA Model for Forecasting Additional Positive Case of Covid-19 in Jember Regency*. Journal Enthusiastic. Vol 1 No 1. Page 20-27. 2021.
- [8] Fauzani, S P., Rahmi, D. Penerapan Metode ARIMA Dalam Peramalan Harga Produksi Karet di Provinsi Riau. Jurnal JIMII. Vol 2 No 4. Hal 269-277. 2023.
- [9] Wahyuni, M S., Zaki, A., Hidayat, S., dan Pratama, M I. Penerapan Metode ARIMA Dalam Meramalkan Kebutuhan Energi Listrik di Kota Makasar. Jurnal JMATHCOS. Vol 7 No 2. Hal 323 -331. 2024.
- [10] Wulandari, S S., Sufri., dan Yurinanda, S. Penerapan Metode ARIMA Dalam Memprediksi Fluktuasi Harga Saham PT Bank Central Asia Tbk. Jurnal Buana Matematika. Vol 11 No 1. Hal 53-68. 2021.
- [11] Setiyowati, E. Rusgiyono, A. dan Tarno. *Model Kombinasi Arima Dalam Peramalan Harga Minyak Mentah Dunia*. Jurnal Gaussian. Vol. 7, No. 1. Hal 64 – 63. 2018.
- [12] Hariadi, W., Sulantari. *Pemodelan Autoregressive Integrated Moving Average Ensemble (ARIMA ENSEMBLE) Averaging Method Dalam Peramalan Produksi Padi di Provinsi Jawa Timur*. Jurnal Estimator. Vol 2 No 1. Hal 44-55.2024.
- [13] Sulantari, Hariadi, W., Sulisawati, D N., Purwandari, A R., dan Fatimah, F. *Pemodelan Analisis Regresi Linier Sederhana dan Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) dalam Memodelkan Luas Kebakaran Hutan Indonesia*. Jurnal Estimator. Vol 3 No 1. Hal 25-36.2025.
- [14] BPS. Statistik Tanaman Perkebunan Semusim Indonesia (Tebu dan Tembakau) 2024 volume 1. Badan Pusat Statistik Indonesia. 2025.

# Analisis Perilaku Swamedikasi Batuk Berdasarkan Tingkat Pengetahuan Menggunakan Regresi Logistik Multinomial pada Mahasiswa Non Kesehatan

Dian Mustofani<sup>1</sup>, Hariyani<sup>2</sup>, Ahmad Afif<sup>3</sup>, Krisnita Dwi Jayanti<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Institut Ilmu Kesehatan Bhakti Wiyata Kediri

<sup>1</sup>dian.mustofani@iik.ac.id, <sup>2</sup>hariyani\_iik@yahoo.com, <sup>3</sup>ahmad.afif@iik.ac.id

<sup>4</sup>krisnita.jayanti@iik.ac.id

**Abstract.** Self-medication for cough is a common practice among non-health students. Inappropriate self-medication behavior may increase the risk of medication errors, highlighting the need for a statistical approach capable of modeling behavioral categories simultaneously. This study aimed to analyze cough self-medication behavior based on knowledge level using multinomial logistic regression among non-health students. An analytical observational study with a cross-sectional design was conducted involving 233 non-health students. The dependent variable was cough self-medication behavior categorized into several levels, while the independent variable was the level of knowledge. Statistical analysis was performed using multinomial logistic regression with maximum likelihood estimation, with the lowest behavior category set as the reference. Model significance was assessed using the likelihood ratio test, and model performance was evaluated through pseudo R-square values. The results showed that knowledge level was not significantly associated with cough self-medication behavior. The likelihood ratio test yielded a p-value of 0.100, indicating that the overall model was not statistically significant. The pseudo R-square value of 0.012 suggested that knowledge level explained only 1.2% of the variance in cough self-medication behavior. The estimated odds ratios indicated a tendency toward a lower likelihood of inappropriate self-medication behavior among students with higher knowledge levels; however, these associations were not statistically significant ( $p > 0.05$ ). In conclusion, although knowledge level demonstrates a theoretically plausible direction of association, it is not a dominant determinant of cough self-medication behavior among non-health students. Further studies are recommended to include additional variables such as attitudes, prior medication experience, and access to health information to improve the explanatory power of the model.

**Keywords:** *cough self-medication, knowledge level, multinomial logistic regression, self-medication behavior, non-health students*

**Abstrak.** Swamedikasi batuk merupakan praktik pengobatan mandiri yang umum dilakukan oleh mahasiswa non kesehatan. Ketepatan perilaku swamedikasi sangat dipengaruhi oleh tingkat pengetahuan, namun hubungan tersebut perlu dianalisis menggunakan pendekatan statistik yang mampu memodelkan kategori perilaku secara simultan. Penelitian ini bertujuan untuk membangun model prediksi perilaku swamedikasi batuk berdasarkan tingkat pengetahuan menggunakan regresi logistik multinomial. Penelitian menggunakan desain observasional analitik dengan pendekatan potong lintang, melibatkan 233 mahasiswa non kesehatan sebagai responden. Variabel dependen adalah perilaku swamedikasi batuk yang diklasifikasikan ke dalam beberapa kategori, sedangkan variabel independen adalah tingkat pengetahuan. Analisis statistik dilakukan menggunakan regresi logistik multinomial dengan metode Maximum Likelihood Estimation, dengan kategori

perilaku terendah sebagai referensi. Hasil analisis menunjukkan bahwa tingkat pengetahuan tidak berpengaruh signifikan terhadap kategori perilaku swamedikasi batuk. Nilai Likelihood Ratio Test menunjukkan p-value sebesar 0,100, yang mengindikasikan bahwa model secara keseluruhan belum signifikan. Nilai Pseudo R-square sebesar 0,012 menunjukkan bahwa tingkat pengetahuan hanya mampu menjelaskan sekitar 1,2% variasi perilaku swamedikasi batuk. Estimasi odds ratio (OR) menunjukkan kecenderungan penurunan peluang terjadinya perilaku swamedikasi yang kurang tepat pada tingkat pengetahuan yang lebih tinggi, namun hubungan tersebut tidak signifikan secara statistik ( $p > 0,05$ ). Kesimpulannya, meskipun tingkat pengetahuan memiliki arah hubungan yang logis terhadap perilaku swamedikasi batuk, model regresi logistik multinomial menunjukkan bahwa pengetahuan bukan satu-satunya faktor dominan dalam menentukan perilaku swamedikasi pada mahasiswa non kesehatan. Penelitian lanjutan disarankan untuk memasukkan variabel lain seperti sikap, pengalaman penggunaan obat, dan akses informasi kesehatan guna meningkatkan kemampuan prediktif model.

**Kata kunci:** *swamedikasi batuk, regresi logistik multinomial, tingkat pengetahuan, perilaku swamedikasi, pseudo R-square*

## 1 Pendahuluan

Swamedikasi merupakan praktik kesehatan yang lazim dipraktikan oleh masyarakat, terutama di negara-negara yang sedang berkembang, salah satunya adalah Indonesia. Menurut dari Organisasi Kesehatan Dunia (WHO), swamedikasi adalah tindakan yang dilakukan oleh individu untuk memilih dan menggunakan obat-obatan guna menangani gejala atau penyakit yang mereka identifikasi sendiri tanpa adanya pengawasan dari tenaga kesehatan[1]. Apabila dilakukan secara tepat, swamedikasi dapat meningkatkan efisiensi pelayanan kesehatan dan mengurangi beban fasilitas kesehatan. Namun, praktik swamedikasi yang tidak rasional berpotensi menimbulkan berbagai risiko, seperti keterlambatan diagnosis penyakit, interaksi obat, efek samping, serta peningkatan resistensi antimikroba[2].

Batuk merupakan salah satu keluhan yang paling sering mendorong individu untuk melakukan swamedikasi. Batuk umumnya dianggap sebagai keluhan ringan dan bersifat self-limiting, sehingga banyak individu memilih untuk mengatasinya secara mandiri menggunakan obat bebas atau obat bebas terbatas. Studi sebelumnya melaporkan bahwa kelompok dewasa muda, termasuk mahasiswa, memiliki kecenderungan tinggi dalam melakukan swamedikasi untuk keluhan batuk[3]. Di Indonesia, hasil Riset Kesehatan Dasar mengungkapkan bahwa obat-obatan yang paling sering digunakan dalam swamedikasi mencakup analgesic, antihistamin, antipiretik, dan obat untuk batuk serta pilek[4]. Akses yang mudah terhadap obat bebas, promosi iklan, serta pengaruh teman sebaya turut meningkatkan kecenderungan swamedikasi pada mahasiswa, terutama yang tidak berlatar belakang pendidikan kesehatan.

Salah satu faktor yang sering dikaitkan dengan ketepatan perilaku swamedikasi adalah tingkat pengetahuan. Pemahaman tentang indikasi obat, dosis yang tepat, aturan konsumsi, kontraindikasi, dan kemungkinan efek samping sangat penting dalam pengambilan keputusan terkait penggunaan obat yang bijaksana. Beberapa riset mengungkapkan bahwa kurangnya pengetahuan dapat memperbesar risiko kesalahan dalam memilih dan menggunakan obat yang dijual bebas, termasuk obat batuk yang kerap mengandung campuran beberapa zat aktif[5]. Mahasiswa non kesehatan merupakan kelompok yang rentan karena umumnya belum memperoleh

pembelajaran formal mengenai farmakoterapi, sehingga berpotensi melakukan swamedikasi yang kurang tepat.

Walaupun begitu, temuan penelitian yang membahas hubungan antara tingkat pengetahuan dan perilaku swamedikasi memperlihatkan hasil yang berbeda-beda. Sebagian besar penelitian sebelumnya menggunakan pendekatan deskriptif atau analitik sederhana, seperti uji korelasi atau chi-square, yang hanya mampu menggambarkan adanya hubungan statistik tanpa mempertimbangkan kompleksitas kategori perilaku swamedikasi[6]. Pendekatan tersebut belum dapat menjelaskan bagaimana tingkat pengetahuan memengaruhi peluang individu berada pada kategori perilaku tertentu secara simultan. Metode statistik yang dikenal sebagai regresi logistic multinomial adalah Teknik yang ideal untuk menganalisis variabel dependen yang memiliki kategori nominal lebih dari dua. Dengan menggunakan metode ini, peneliti dapat menilai bagaimana variabel predictor memengaruhi peluang relative dari masing-masing kategori perilaku dibandingkan dengan kategori acuan[7]. Melalui pendekatan ini, hubungan antara tingkat pengetahuan dan perilaku swamedikasi dapat dianalisis secara lebih komprehensif, tidak hanya dari sisi keberadaan hubungan, tetapi juga dari arah dan kecenderungan peluang antar kategori perilaku.

Hingga saat ini, penelitian di Indonesia yang secara khusus menganalisis perilaku swamedikasi batuk pada mahasiswa non kesehatan menggunakan pendekatan regresi logistik multinomial masih terbatas. Batasan ini mengakibatkan pemahaman tentang seberapa jauh tingkat pengetahuan mempengaruhi variasi perilaku swamedikasi menjadi kurang mendalam, terutama ketika konteks analisis kategorik yang lebih rumit dipertimbangkan.

Sehubungan dengan latar belakang tersebut, tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis perilaku swamedikasi untuk batuk dengan mempertimbangkan tingkat pengetahuan menggunakan regresi logistic multinomial pada mahasiswa yang bukan dari bidang Kesehatan. Diharapkan hasil penelitian ini akan memberikan gambaran nyata tentang bagaimana tingkat pengetahuan mempengaruhi variasi dalam perilaku swamedikasi batuk sekaligus menjadi dasar untuk mengembangkan strategi edukasi Kesehatan yang lebih menyeluruh dan didukung oleh bukti-bukti.

## 2. Metode Penelitian

Penelitian ini memakai desain analitik observasional dengan metode cross-sectional ini mengukur variabel bebas dan terikat secara serentak untuk menggambarkan hubungan serta mengembangkan model prediktif menggunakan data populasi pada satu waktu. Desain cross-sectional ini adalah pendekatan yang lazim dan cocok untuk penelitian terkait perilaku Kesehatan, terutama ketika tujuan penelitian adalah untuk mengevaluasi pengaruh variabel predictor terhadap kategori perilaku [8] [9].

Populasi penelitian adalah seluruh mahasiswa non kesehatan di suatu universitas di Kota Kediri. Kelompok ini dipilih karena mahasiswa non kesehatan memiliki kecenderungan lebih tinggi melakukan swamedikasi tanpa dasar pengetahuan yang memadai sehingga rentan terhadap kesalahan penggunaan obat [10]. Sebanyak 233 responden dilibatkan sebagai sampel penelitian, dengan distribusi kategori perilaku swamedikasi batuk sebagai berikut: 158 responden kategori baik, 59 kategori cukup,

dan 16 kategori kurang. Metode pengambilan sampel yang diterapkan adalah accidental sampling, dimana sampel dipilih berdasarkan pada siapa saja yang tersedia dan mudah dijangkau sebagai responden. Teknik ini sering diterapkan dalam penelitian survei tentang perilaku dan dianggap efektif ketika populasi bersifat besar dan beragam, meski terdapat Batasan dalam kemampuan menggeneralisasi hasilnya [11].

Instrumen penelitian terdiri dari dua komponen, yaitu instrumen pengetahuan dan instrumen perilaku swamedikasi batuk. Kuesioner pengetahuan menggunakan skala Guttman (benar–salah), sesuai dengan karakteristik pengukuran pengetahuan faktual [12]. Sementara itu, kuesioner perilaku menggunakan skala Likert lima poin, yang terbukti valid dan sensitif untuk menilai perilaku kesehatan [13]. Kedua instrumen dihitung skor totalnya, setelah itu dikelompokkan ke dalam tiga kategori: baik (76–100%), cukup (56–75%), serta kurang ( $\leq 55\%$ ), sesuai dengan pedoman untuk mengkategorikan perilaku dan pengetahuan kesehatan [14]. Semua item dalam instrumen telah melewati pengujian validitas melalui korelasi antara total item dan diuji reliabilitasnya dengan mengaplikasikan Cronbach's Alpha. Jika nilai  $\alpha$  mencapai atau melebihi  $\geq 0,70$ , ini mencerminkan reliabilitas internal yang memadai [15].

Pengumpulan informasi dilakukan secara langsung dengan memakai kuesioner dalam bentuk tertulis. Sebelum mengisi kuesioner, setiap peserta diberikan penjelasan tentang tujuan penelitian dan diminta untuk menandatangani persetujuan yang telah diinformasikan. Kerahasiaan data dijamin sepenuhnya, dan semua prosedur penelitian dijalankan dengan mengikuti prinsip etika yang ditetapkan oleh Deklarasi Helsinki [16].

Data dianalisis beberapa tahap yaitu penyuntingan, pemberian kode, pemasukan data, pembersihan, dan kemudian dianalisis menggunakan IBM SPSS Statistics. Untuk menggambarkan karakteristik para responden, distribusi tingkat pengetahuan, serta kategori swamedikasi, dilakukan analisis deskriptif. Analisis utama dilakukan dengan regresi logistic multinomial karena variabel dependen yang digunakan memiliki tiga kategori nominal (baik, cukup, dan kurang) tanpa urutan hierarkis. Regresi logistik multinomial lebih sesuai dibanding regresi ordinal karena kategori perilaku swamedikasi tidak memiliki tingkatan yang jelas dan tidak linear secara psikometrik.

Secara matematis, regresi logistik multinomial memodelkan peluang setiap kategori perilaku dibandingkan kategori referensi. Jika  $Y$  memiliki  $k$  kategori, maka dibentuk  $(k - 1)$  persamaan logit. Dalam penelitian ini, kategori referensi adalah *baik*, sehingga SPSS membentuk dua persamaan logit: (1) *cukup vs baik*, dan (2) *kurang vs baik*. Model ini mengikuti pendekatan baseline-category logit model [7]. Secara umum, persamaan logit multinomial berbentuk:

$$\log \left( \frac{P(Y = j)}{P(Y = r)} \right) = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_1 + \beta_{2j}X_2 + \dots + \beta_{pj}X_p \quad (1)$$

dengan:

$r$  = kategori referensi (baik),

$j$  = kategori pembanding (cukup, kurang),

$\beta$  = koefisien regresi,

$X$  = variabel independen (tingkat pengetahuan).

Untuk mengonversi nilai logit menjadi probabilitas, dilakukan transformasi eksponensial:

$$P(Y = j) = \frac{\exp(\eta_j)}{1 + \sum_{l \neq r} \exp(\eta_l)} \quad (2)$$

$$P(Y = r) = \frac{1}{1 + \sum_{l \neq r} \exp(\eta_l)} \quad (3)$$

$$\eta_j = \beta_{0j} + \beta X.$$

dengan

Parameter estimasi dilakukan dengan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE), yaitu sebuah Teknik untuk menentukan parameter dengan cara memaksimalkan probabilitas munculkan data observasi [17]. SPSS memperkirakan parameter dengan cara iterasi memakai algoritma Newton-Raphson sampai tercapainya titik konvergensi. Interpretasi utama model adalah *odds ratio (OR)*, dihitung dari:

$$OR = \exp(B) \quad (4)$$

yang menunjukkan rasio peluang responden masuk dalam kategori perilaku tertentu dibanding kategori referensi berdasarkan perubahan tingkat pengetahuan. Pada regresi multinomial, OR berbeda untuk masing-masing pasangan kategori sehingga interpretasinya bersifat relatif, bukan mutlak. Kelayakan model diuji menggunakan beberapa indikator:

1. **Model Fitting Information** (perbandingan  $-2 \log \text{Likelihood}$  yang dilakukan antara model awal juga model final).
2. **Likelihood Ratio Test** untuk menilai signifikansi prediktor.
3. **Goodness of Fit** (Pearson serta Deviance Chi-square), di mana  $p > 0,05$  menunjukkan model sesuai.
4. **Pseudo R-Square** (Cox dan Snell, Nagelkerke, McFadden) untuk melihat proporsi untuk menunjukkan variasi yang bisa dijelaskan oleh model, dengan Nagelkerke paling banyak digunakan karena skalanya 0–1.
5. **Classification Accuracy**, yaitu kemampuan model memprediksi kategori perilaku secara benar.

Asumsi dasar regresi logistik multinomial yang diperiksa meliputi: (1) independensi observasi, secara alami terpenuhi karena responden adalah individu berbeda; (2) tidak adanya multikolinearitas antar prediktor, diperiksa dengan Variance Inflation Factor (VIF) dan dinyatakan aman jika  $<5$ ; (3) kecukupan sampel, dengan minimal  $\geq 10$  outcome per variabel; serta (4) independensi antarkategori (Independence of Irrelevant Alternatives/IIA), yaitu asumsi bahwa peluang memilih satu kategori tidak bergantung pada keberadaan kategori lain.

Model regresi logistik multinomial dalam penelitian ini digunakan untuk menganalisis kecenderungan dan variasi peluang kategori perilaku swamedikasi batuk berdasarkan tingkat pengetahuan, bukan untuk menghasilkan prediksi deterministik yang bersifat absolut. Dengan demikian, hasil analisis diinterpretasikan secara hati-hati sebagai temuan empiris yang menggambarkan pola hubungan statistik dalam populasi penelitian.

### 3. Hasil dan Pembahasan

Penelitian ini melibatkan 233 mahasiswa non kesehatan sebagai responden. Hasil analisis deskriptif mengungkapkan bahwa mayoritas responden, mencapai 70,4% memiliki pengetahuan yang baik tentang praktik swamedikasi batuk, diikuti oleh kategori pengetahuan cukup sebesar 23,6% dan kurang sebesar 6,0%. Distribusi kategori perilaku swamedikasi batuk menunjukkan pola yang relatif serupa, di mana 67,8% responden termasuk dalam kategori perilaku baik, 25,3% dalam kategori cukup, dan 6,9% dalam kategori kurang.

Dengan deskripsi yang diberikan, tampak bahwa responden dengan pengetahuan yang lebih tinggi cenderung menunjukkan perilaku swamedikasi yang lebih baik. Akan tetapi, temuan ini masih berupa deskripsi dan belum menunjukkan adanya hubungan statistic yang signifikan. Oleh karena itu, diperlukan analisis inferensial menggunakan regresi logistik multinomial untuk mengevaluasi secara lebih lanjut apakah tingkat pengetahuan berpengaruh terhadap peluang responden berada pada masing-masing kategori perilaku swamedikasi batuk.

#### 3.1 Hasil Regresi Logistik Multinomial

Analisis yang dilakukan dengan regresi logistik multinomial dapat digunakan karena variabel dependen (perilaku swamedikasi) terdiri dari tiga kategori nominal: baik, cukup, dan kurang. Kategori referensi ditetapkan pada perilaku baik.

**Tabel 1.** Model Fitting Information

Model	-2 log Likelihood	Chi-Square	df	Sig.
Intercept Only	183,92	-	-	-
Final	181,62	2,30	2	0,100

Tabel 1, Uji *Likelihood Ratio* memperlihatkan hasil signifikansi  $p = 0,100$  ( $p > 0,05$ ), dimana memiliki arti model regresi logistik multinomial secara keseluruhan tidak signifikan. Dengan kata lain, penambahan variabel tingkat pengetahuan belum mampu meningkatkan kecocokan model secara bermakna dibandingkan model tanpa prediktor.

**Tabel 2.** Pseudo R-Square

Jenis Pseudo R <sup>2</sup>	Nilai
Cox & Snell	0,010
Nagelkerke	0,012
McFadden	0,006

Nilai Nagelkerke R<sup>2</sup> sebesar 0,012 menunjukkan bahwa tingkat pengetahuan hanya mampu menjelaskan sekitar 1,2% variasi perilaku swamedikasi batuk, seperti terlihat dalam Tabel 2. Hal ini mengindikasikan bahwa sebagian besar variasi perilaku dipengaruhi oleh faktor lain di luar pengetahuan, seperti sikap, pengalaman penggunaan obat, atau akses informasi kesehatan.

**Tabel 3.** Parameter Estimates

**a. Kategori *Cukup* dibandingkan *Baik***

Variabel	B	Std. Error	Wald	Sig.	Exp(B)
Tingkat Pengetahuan	-0,77	-	-	>0,05	0,46

**b. Kategori *Kurang* dibandingkan *Baik***

Variabel	B	Std. Error	Wald	Sig.	Exp(B)
Tingkat Pengetahuan	-0,76	-	-	>0,05	0,47

Tabel 3, Nilai odds ratio (OR) < 1 menunjukkan bahwa peningkatan tingkat pengetahuan cenderung menurunkan peluang mahasiswa berada pada kategori perilaku swamedikasi “cukup” dan “kurang” dibandingkan “baik”. Namun, karena nilai signifikansi p lebih besar dari 0,05, kecenderungan tersebut dianggap tidak signifikan secara statistic dan tidak dapat diinterpretasikan sebagai hubungan sebab-akibat.

Dalam hasil SPSS, uji Pearson dan Deviance Chi-Square memperlihatkan bahwa nilai signifikansi p lebih dari 0,05. Ini menandakan bahwa model masih sesuai dengan data (fit), meskipun daya jelaskannya rendah. Model tidak mengalami *lack of fit*, namun kecocokan model yang baik tidak selalu berarti model kuat secara prediktif, terutama ketika nilai pseudo R<sup>2</sup> rendah.

Berdasarkan hasil analisis regresi logistik multinomial mengenai perilaku swamedikasi batuk berdasarkan tingkat pengetahuan pada mahasiswa non kesehatan, dapat disimpulkan bahwa tingkat pengetahuan **tidak menunjukkan pengaruh signifikan secara statistik** terhadap kategori perilaku swamedikasi batuk. Uji *likelihood ratio* menyatakan bahwa model secara keseluruhan tidak signifikan (p = 0,100), yang menandakan bahwa menambahkan variabel tingkat pengetahuan belum secara substansial meningkatkan kemampuan model untuk menjelaskan variasi dalam perilaku swamedikasi batuk.

*Pseudo R-square* Nagelkerke dengan nilai 0,012 mengindikasikan bahwa tingkat pengetahuan hanya menjelaskan sekitar 1,2% dari variasi perilaku swamedikasi batuk pada mahasiswa non kesehatan. Temuan ini mengonfirmasi bahwa perilaku swamedikasi batuk merupakan fenomena yang rumit yang dipengaruhi oleh berbagai faktor lainnya, seperti sikap terhadap obat, pengalaman penggunaan obat yang lalu, pengaruh sosial, serta akses terhadap obat bebas.

Walaupun estimasi *odds ratio* menunjukkan bahwa mahasiswa dengan tingkat pengetahuan yang lebih tinggi cenderung memiliki kemungkinan lebih rendah untuk berada dalam kategori perilaku swamedikasi yang kurang tepat dibandingkan kategori perilaku yang baik, hubungan tersebut tidak signifikan secara statistik (p > 0,05). Oleh karena itu, kecenderungan ini tidak dapat diartikan sebagai hubungan yang kuat atau determinan utama dalam perilaku swamedikasi batuk.

Secara metodologis, penggunaan regresi logistik multinomial dalam penelitian ini telah memberikan gambaran yang lebih komprehensif mengenai variasi peluang kategori perilaku swamedikasi batuk. Namun, hasil analisis menunjukkan bahwa model dengan satu prediktor, yaitu tingkat pengetahuan, memiliki daya jelaskan yang terbatas. Hal ini mengindikasikan perlunya pengembangan model analisis

yang memasukkan variabel tambahan agar pemahaman terhadap perilaku swamedikasi batuk menjadi lebih utuh.

#### 4. Kesimpulan

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa tingkat pengetahuan bukan merupakan faktor dominan dalam menentukan perilaku swamedikasi batuk pada mahasiswa non kesehatan. Upaya peningkatan penggunaan obat batuk yang rasional tidak cukup hanya berfokus pada peningkatan pengetahuan, tetapi juga perlu mempertimbangkan intervensi yang menyasar aspek sikap, pengalaman, dan lingkungan sosial mahasiswa.

#### 5. Daftar Pustaka

- [1] WHO, Self-Care Interventions for Health and Well-being. World Health Organization., 2023.
- [2] WHO, Self-Care Interventions for Health: Guideline. World Health Organization., 2022.
- [3] James et al., "Evaluation of the knowledge, attitude and practice of self-medication among first-year medical students.," *Medical Principles and Practice*, 15(4), p. 270–275., 2006.
- [4] Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan , Laporan Nasional Riskesdas 2018., Kementerian Kesehatan Republik Indonesia., 2018.
- [5] Widayati et al., "Self-medication with antibiotics in Yogyakarta City," *BMC Research Notes*, pp. 4, 491, 2011.
- [6] Sisay et al., "Evaluation of self-medication practice in Ethiopia," *Frontiers in Pharmacology*, pp. 9, 105., 2018.
- [7] Pratama & Suryawati, "Self-medication behavior and associated factors in university students," *Jurnal Farmasi Indonesia*, pp. 14(2), 102–109, 2019.
- [8] Khantzian et al, "Self-medication practices among university students: A cross-sectional study," *International Journal of Pharmacy Practice*, pp. 28(4), 356–362, 2020.
- [9] Agresti, "Statistical Methods for the Social Sciences. Pearson," 2018.
- [10] Setia, M. S., "Methodology series: Cross-sectional studies," *Indian Journal of Dermatology*, pp. 61(3), 261–264, 2016.
- [11] Auta, A., Banwat, S. B., Dayom, D. W., & Shalkur, D., "Prevalence of self-medication among university students in Nigeria," *Journal of Public Health and Epidemiology*, pp. 4(3), 86–89, 2012.
- [12] Creswell, J. W., & Creswell, J. D., Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches (5th ed.), Sage Publications, 2018.
- [13] I. M. S. A. & A. R. S. Etikan, "Comparison of Convenience Sampling and Purposive Sampling," *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*, pp. 5(1), 1–4., 2016.

- [14] A. & S. Y. Kanjee, In *Handbook of International Large-Scale Assessment* (pp. 11–28), *Assessment in Sub-Saharan Africa: Challenges and Opportunities.* . : Springer., 2013.
- [15] A. K. S. C. S. & P. D. K. Joshi, "Likert Scale: Explored and Explained.," *British Journal of Applied Science & Technology*,, pp. 7(4), 396–403., 2015.
- [16] S. Notoatmodjo, *Promosi Kesehatan dan Perilaku Kesehatan.*, Jakarta: Rineka Cipta., 2018.
- [17] M. & D. R. Tavakol, "Making Sense of Cronbach's Alpha.," *International Journal of Medical Education*,, pp. 2, 53–55., 2011.

## Pemodelan *Run Up* Tsunami Selat Sunda Menggunakan *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH)

Ananda Nur Izza<sup>1</sup>, Desy Nur Fitriani<sup>2</sup>, Thalia Anindya Ardine<sup>3</sup>,  
Dian Candra Rini Novitasari<sup>4\*</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>UIN Sunan Ampel Surabaya  
izzaharianto3001@gmail.com<sup>1</sup>, desynf34@gmail.com<sup>2</sup>, thaliaardine10@gmail.com<sup>3</sup>,  
diancrini@uinsa.ac.id<sup>4\*</sup>

**Abstract.** The tsunami that occurred in the Sunda Strait in December 2018 caused extensive damage in the coastal areas of Banten and Lampung. This event was triggered by the collapse of Mount Anak Krakatau, which suddenly displaced water masses without being preceded by a tectonic earthquake, so its generation mechanism differs from that of a typical tsunami. In this study, the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method was used, utilizing Sunda Strait bathymetry data to construct a simulation domain, while the tsunami source was represented by fluid deformation around Mount Anak Krakatau. This study aimed to model the propagation and run-up of the tsunami to understand the distribution of the resulting wave energy. The simulation results showed that the tsunami waves tended to propagate northeast and southeast, with a high energy concentration towards the coasts of Banten and Lampung. Although limitations in particle resolution and numerical parameters made run-up values less accurate, the SPH method was able to qualitatively describe the fluid dynamics at the wave generation and propagation stages. This approach shows potential as a tool for studying the characteristics of non-tectonic tsunamis and supporting disaster mitigation efforts in coastal areas.

**Keywords:** Bathymetry, Propagation, Run Up, Smoothed Particle Hydrodynamics, Sunda Strait Tsunami.

**Abstrak.** Tsunami yang terjadi di Selat Sunda pada Desember 2018 menyebabkan kerusakan besar di wilayah pesisir Banten dan Lampung. Peristiwa ini dipicu oleh runtuhnya tubuh Gunung Anak Krakatau yang memindahkan massa air secara tiba-tiba tanpa didahului gempa tektonik, sehingga mekanisme pembangkitannya berbeda dari tsunami pada umumnya. Dalam penelitian ini digunakan metode Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) dengan memanfaatkan data batimetri Selat Sunda untuk membangun domain simulasi, sementara sumber tsunami direpresentasikan melalui deformasi fluida di sekitar Gunung Anak Krakatau. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan propagasi dan run up tsunami guna memahami penyebaran energi gelombang yang dihasilkan. Hasil simulasi memperlihatkan bahwa gelombang tsunami cenderung menjalar ke arah timur laut dan tenggara, dengan konsentrasi energi tinggi menuju pesisir Banten dan Lampung. Meskipun terdapat keterbatasan resolusi partikel dan parameter numerik yang membuat nilai run up belum sepenuhnya akurat, metode SPH mampu menggambarkan dinamika fluida secara kualitatif pada tahap pembangkitan dan propagasi gelombang. Pendekatan ini menunjukkan potensi sebagai alat untuk mengkaji karakter tsunami non-tektonik serta mendukung upaya mitigasi bencana di kawasan pesisir.

**Kata Kunci:** Batimetri, Propagasi, Run Up, Smoothed Particle Hydrodynamics, Tsunami Selat Sunda.

## 1 Pendahuluan

Indonesia termasuk salah satu negara dengan tingkat kerentanan tsunami tertinggi di dunia. Letak geografis Indonesia yang berada pada pertemuan tiga lempeng besar yaitu Indonesia-Australia, Eurasia, dan Pasifik serta keberadaan banyak gunung api aktif di sepanjang Cincin Api Pasifik [1]. Kombinasi faktor geologis tersebut menjadikan wilayah pesisirnya sangat rawan terhadap berbagai jenis tsunami, baik yang dipicu gempa tektonik, letusan gunung api bawah laut, hingga longsoran dasar laut [2].

Secara umum, tsunami merupakan jalaran gelombang laut berenergi besar yang diakibatkan adanya gangguan tiba tiba di dasar laut, seperti gempa bumi tektonik, letusan gunung api bawah laut, longsoran bawah laut, maupun jatuhnya meteor [3]. Berbeda dengan gelombang biasa yang ditimbulkan oleh angin di permukaan laut, tsunami memiliki panjang gelombang (*wavelength*) yang sangat besar, dapat mencapai ratusan kilometer, serta kecepatan rambat yang tinggi hingga ratusan kilometer per jam di lautan dalam [4]. Secara fisika, tsunami dapat dijelaskan sebagai gelombang panjang (*long wave*) yang terbentuk akibat perpindahan volume air secara mendadak [5]. Karakteristik tersebut membuat tsunami mampu menjalar jauh dari sumbernya, kemudian mengalami amplifikasi ketika memasuki kawasan pesisir[6].

Meskipun gempa tektonik sering dianggap sebagai pemicu utama, Indonesia memiliki sejarah penting terkait tsunami non-tektonik, salah satunya peristiwa tsunami Selat Sunda pada 22 Desember 2018. Bencana ini terjadi akibat runtuhan tubuh Gunung Anak Krakatau yang memicu gelombang tsunami tanpa didahului gempa tektonik. Peristiwa tersebut menewaskan lebih dari 400 orang dan menyebabkan kerusakan parah di pesisir Banten dan Lampung. Berdasarkan hasil survei lapangan, tinggi gelombang mencapai 1-6 meter dengan jarak genangan hingga 200 meter dari garis pantai [2]. Fenomena ini menunjukkan pentingnya pengembangan model prediksi tsunami yang dapat menggambarkan penyebaran dan potensi genangan secara akurat, bahkan untuk tsunami non-tektonik.

Dalam konteks Selat Sunda, kondisi batimetri di sekitar Gunung Anak Krakatau juga berperan penting dalam menentukan arah dan kecepatan penjalaran gelombang tsunami. Survei yang dilakukan oleh Subekti dkk. tahun 2020 menunjukkan adanya perubahan bentuk dasar laut pasca letusan termasuk pendangkalan di sekitar gunung [7] . Informasi batimetri seperti ini menjadi dasar penting dalam pemodelan tsunami karena memengaruhi bagaimana gelombang merambat dan mencapai pantai.

Berbagai penelitian di Indonesia telah melakukan pemodelan tsunami menggunakan pendekatan numerik. Misalnya, penelitian oleh Amirudin dkk. tahun 2021 yang menggunakan model TUNAMI-N2 untuk menganalisis *run up* dan peta genangan di Sumatera Barat [8] , sementara Priadi dkk pada tahun yang sama meneliti potensi *run up* tsunami di Pangandaran menggunakan model sumber Gempa [9]. Penelitian lain memanfaatkan analisis berbasis GIS untuk membuat peta potensi genangan di wilayah Bantul [10]. Meskipun pendekatan ini memberikan gambaran makro yang baik, model berbasis *grid* sering kali kurang mampu merepresentasikan pergerakan fluida secara detail terutama saat berinteraksi dengan topografi pantai yang kompleks.

Kondisi ini menunjukkan perlunya metode pemodelan yang lebih lentur dan mampu menggambarkan perubahan gelombang secara lebih halus. Karena itu, penelitian ini menggunakan metode *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH), yakni pendekatan berbasis partikel yang tidak memerlukan grid tetap dan lebih fleksibel untuk mensimulasikan aliran fluida bebas, termasuk gelombang tsunami dan proses genangan. Dalam SPH, air digambarkan sebagai kumpulan partikel yang bergerak mengikuti kontur dasar laut dan permukaan daratan, sehingga detail interaksi gelombang dengan topografi dapat terlihat dengan lebih jelas.

Pendekatan tersebut diterapkan menggunakan data batimetri Selat Sunda yang terlebih dahulu diolah menjadi peta spasial sebagai dasar simulasi. Data ini kemudian dimanfaatkan untuk mensimulasikan penyebaran tsunami akibat letusan Gunung Anak Krakatau, sebuah jenis tsunami vulkanik yang masih jarang diteliti dibandingkan tsunami yang bersumber dari gempa bumi. Melalui simulasi ini, penelitian bertujuan untuk menggambarkan pola penjalaran gelombang, memperkirakan luas area yang berpotensi tergenang, serta memvisualisasikan dinamika pergerakan tsunami dari waktu ke waktu. Dengan begitu, penelitian ini tidak hanya menawarkan alternatif pemodelan yang lebih detail dibandingkan pendekatan berbasis grid, tetapi juga memberikan pemahaman yang lebih baik mengenai potensi dampak tsunami vulkanik sebagai dasar perencanaan mitigasi di wilayah pesisir Selat Sunda.

## 2 Metode Penelitian

### 2.1 Data Penelitian

Data yang digunakan meliputi:

- a. Data batimetri wilayah Selat Sunda dan pesisir sekitar sebagai kondisi dasar model
- b. Data konfigurasi sumber tsunami dari longsoran Gunung Anak Krakatau yang memicu tsunami
- c. Data topografi pesisir untuk memperkirakan *run up* gelombang

Lokasi penelitian adalah Selat Sunda dengan fokus pada area yang terdampak tsunami 22 Desember 2018, mencakup:

- a. Koordinat:  $105.0^{\circ}$ - $106.0^{\circ}$  Bujur Timur,  $5.5^{\circ}$ - $6.5^{\circ}$  Lintang Selatan
- b. Luas area: *Approximately*  $110 \text{ km} \times 110 \text{ km}$
- c. Kedalaman maksimum: 50 meter
- d. Garis pantai: Pesisir Banten (Anyer, Carita, Labuan) dan Lampung (Kalianda, Rajabasa)

Sumber Tsunami:

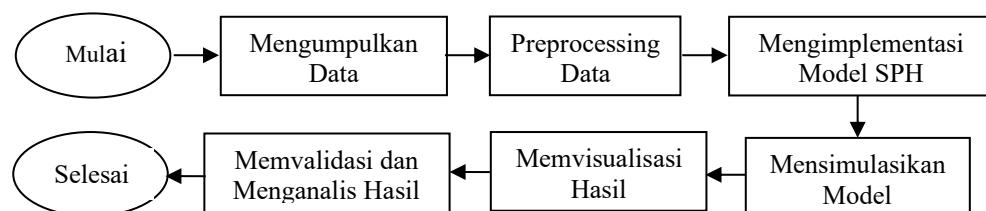
- a. Lokasi: Gunung Anak Krakatau ( $-6.102^{\circ}$ S,  $105.423^{\circ}$ E)
- b. Mekanisme: Longsoran vulkanik akibat erupsi dan destabilisasi lereng.

### 2.2 Desain Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan metode pemodelan numerik untuk menganalisis fenomena *run up* tsunami di Selat Sunda menggunakan metode *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH). Desain

penelitian bersifat simulatif-eksperimental dengan validasi terhadap data observasi tsunami Anak Krakatau 22 Desember 2018.

Penelitian ini dimulai dari pengumpulan data, dilanjutkan dengan *preprocessing* untuk menyiapkan data batimetri, topografi, dan parameter lainnya agar siap digunakan dalam pemodelan. Tahap berikutnya adalah implementasi model SPH, di mana data yang telah diproses dimasukkan ke dalam sistem dan digunakan untuk menjalankan simulasi model tsunami. Setelah simulasi selesai, hasilnya kemudian diproses lebih lanjut melalui visualisasi untuk melihat pola penjalaran gelombang dan area genangan. Tahap akhir mencakup validasi dan analisis hasil, yang bertujuan mengevaluasi kesesuaian model serta menafsirkan dinamika tsunami dari sumber hingga dampak di wilayah pesisir. Dengan alur tersebut, penelitian ini memberikan gambaran yang komprehensif dan terstruktur sesuai langkah kerja dalam *flowchart* berikut.



Bagan 1 Flowchart Penelitian *Run up Tsunami*

### 2.3 Metode *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH)

Metode SPH merupakan pendekatan numerik berbasis partikel yang dikembangkan pertama kali untuk simulasi astrofisika, dan kemudian diadaptasi untuk berbagai fenomena fluida, termasuk gelombang bebas dan tsunami [11]. SPH menggunakan pendekatan Lagrangian, di mana fluida dimodelkan sebagai kumpulan partikel yang masing-masing membawa sifat fisik seperti massa, kecepatan, densitas, dan tekanan. Pendekatan ini menggunakan sekelompok partikel yang diposisikan pada interval yang tidak teratur untuk menggambarkan pergerakan fluida. Masing-masing partikel ini memiliki karakteristik khusus seperti energi, kecepatan, tekanan, kepadatan, dan massa. Dalam metode ini, sifat-sifat setiap partikel untuk kenaikan waktu tertentu diperkirakan berdasarkan sifat-sifat partikel terdekat dalam area pengaruh yang ditentukan. Formulasi SPH, yang tidak terpengaruh oleh susunan partikel sewenang-wenang, memungkinkan metode ini untuk menangani deformasi yang signifikan tanpa memerlukan perawatan permukaan. Kemampuan ini secara luas dianggap sebagai aspek yang paling menarik dari pendekatan ini [12]. Metode ini menawarkan beberapa keuntungan dalam simulasi fluida, yang dapat diringkas sebagai berikut:

- SPH memungkinkan simulasi aliran permukaan bebas, memungkinkan pemodelan perilaku fluida pada batas dan antarmuka, sehingga sangat cocok untuk fenomena seperti gelombang, percikan, dan interaksi fluida-struktur [13].
- Melalui kemajuan berkelanjutan, metode SPH telah mencapai peningkatan penting dalam kemampuan beradaptasi, stabilitas, dan akurasi, menjadikannya pilihan yang andal untuk simulasi fluida [14].

- c. Keserbagunaan SPH terbukti dalam penerapannya yang luas di berbagai skala, mulai dari sistem kecil hingga skenario skala besar dan bahkan skala astronomi. Ini dapat secara efektif menangani sistem fluida diskrit dan kontinu [14].

Aplikasi SPH mencakup berbagai aspek fisik fluida seperti viskositas, gaya eksternal, gaya internal, kepadatan, dan sebagainya antarmuka [13].

## 2.4 Teori Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

Dalam SPH, fluida dimodelkan sebagai kumpulan unsur fluida (partikel) yang masing-masing telah dikaitkan dengan besaran fisik yang relevan (posisi, kecepatan, massa, massa jenis, dll). Persamaan Euler untuk fluida ideal tanpa disipasi dapat dituliskan sebagai:

$$\rho = \frac{dv}{dt} = -\nabla P + f \quad (1)$$

di mana  $v$  adalah kecepatan,  $\rho$  adalah kepadatan,  $P$  adalah tekanan, dan  $f$  dapat berupa beberapa gaya eksternal per satuan volume yang diterapkan pada fluida (misalnya gravitasi). Secara umum  $P$  akan menjadi beberapa fungsi dari  $\rho$  dan energi termal. Dalam hal ini kita akan menganggap fluida bersifat politropik, artinya kita memiliki hubungan sederhana antara tekanan dan kepadatan:

$$P = kp^{1+1/n} \quad (2)$$

di mana  $k$  beberapa konstanta dan  $n$  adalah indeks politropika.

Tujuan utama dari metode SPH adalah untuk mengevaluasi percepatan  $\frac{dv}{dt}$  (persamaan gerak) dari setiap partikel (yang akan melibatkan melihat interaksi berpasangan antar partikel) dan memperbarui kecepatan dan posisi partikel dengan setiap langkah waktu menggunakan skema integrator. Metode SPH melakukan perhitungan menggunakan interpolasi integral yang dikenal sebagai aproksimasi kernel. Prinsip dasar dari aproksimasi fungsi  $A(r)$  adalah sebagai berikut.

$$A(r) = \int_{\Omega} A(r') W(r - r', h) dr' \quad (3)$$

Dalam konteks ini, di mana  $x$  mewakili vektor posisi,  $\delta$  menunjukkan fungsi pembobotan (kernel), dan  $h$  mewakili panjang perataan, yang mengatur sejauh mana domain pengaruh  $\Omega$ . Panjang perataan ( $h$ ) adalah variabel yang tergantung pada ruang dan waktu dan digunakan untuk menentukan domain pengaruh untuk partikel-partikel tetangga. Nilai  $h$  harus lebih besar dari jarak awal antara partikel ( $dp$ ). Selain itu, sebagai pedoman umum,  $dp$  dapat ditetapkan sekitar 1/10 dari panjang karakteristik terpendek model [11].

Persamaan 3 dapat diubah menjadi diskrit sebagai Persamaan 4, formulasi ini adalah sebuah pendekatan fungsi pada partikel a.

$$A(r) = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} W_{ab} \quad (4)$$

di mana  $m_b$  adalah massa partikel,  $\rho_b$  kepadatan partikel dan  $W_{ab}$  fungsi pembobotan (kernel).

Dalam metode SPH, turunan suatu fungsi dihitung secara analitis, ini adalah salah satu keunggulan dari metode ini. Berbeda dengan metode lain, turunan suatu fungsi dihitung menggunakan jarak antara partikel titik dan partikel di sekitarnya. Turunan interpolasi ini dapat diperoleh dengan diferensiasi biasa yang ditunjukkan pada Persamaan 4 [15].

$$\nabla A(r) = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} \nabla W_{ab} \quad (5)$$

### A. Fungsi Kernel

Fungsi kernel Wendland C2 yang digunakan dalam penelitian ini [16]:

$$W(r, h) = \alpha d (1 - \frac{r}{h})^4 (1 + \frac{4r}{h}) \quad (6)$$

untuk  $0 \leq r \leq h$

$$W(r, h) = 0$$

untuk  $r > h$

dimana:

- $r = |r_i - r_j|$  adalah jarak antar partikel
- $h$  adalah smoothing length
- $\alpha d$  adalah konstanta normalisasi ( $\frac{7}{4} \pi h^2$  untuk 2D,  $\frac{21}{16} \pi h^3$  untuk 3D)

### B. Persamaan State (Equation of State)

Untuk fluida yang dapat dimampatkan secara artifisial [17]:

$$p = B \left[ \frac{\rho}{\rho_0}^\gamma - 1 \right] \quad (7)$$

dimana:

- $B = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma}$  adalah parameter bulk modulus
- $\gamma = 7$  adalah konstanta politropik
- $c_0$  adalah kecepatan suara referensi
- $\rho_0$  adalah densitas referensi

### C. Artificial Viscosity

Untuk menjaga stabilitas numerik [11]:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{(-\alpha \mu_{ij} \bar{c}_{ij} + \beta \mu_{ij}^2)}{\bar{\rho}_{ij}} & \text{jika } v_{ij} \cdot r_{ij} < 0 \\ 0 & \text{jika } v_{ij} \cdot r_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad (8)$$

dengan:

$$\begin{aligned} \mu_{ij} &= \frac{h v_{ij} \cdot r_{ij}}{(r_{ij}^2 + \eta^2)} \\ \bar{c}_{ij} &= \frac{(c_i + c_j)}{2} \\ \bar{\rho}_{ij} &= \frac{(\rho_i + \rho_j)}{2} \end{aligned}$$

dimana  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah parameter viskositas artifisial, dan  $\eta^2 = 0.01h^2$  adalah parameter penghalus.

### D. Boundary Conditions

Kondisi batas (*boundary condition*) menjadi elemen penting dalam simulasi SPH untuk menghindari pantulan gelombang pada tepi domain. Pendekatan *open relaxation boundary* [15] dan *generating-absorbing boundary condition* [18] memungkinkan gelombang masuk dan keluar secara alami tanpa distorsi. Teknik ini dikembangkan lebih lanjut melalui *relaxation zone method* [17] dan skema *two-way coupling* SPH-FNPF [19], yang banyak

digunakan dalam simulasi gelombang bebas. Untuk kondisi batas solid menggunakan *Dynamic Boundary Conditions* (DBC):

$$\frac{dr_k}{dt} = v_k + \varepsilon \sum_i \left( \frac{v_i}{V_k} \right) \Psi_{ik} u_{ik} \quad (9)$$

dimana  $\Psi_{ik}$  adalah fungsi interpolasi dan  $u_{ik}$  adalah vektor unit dari partikel  $k$  ke partikel  $i$  [18].

#### E. Parameter Simulasi

##### a. Diskretisasi Domain

Ukuran partikel ( $dp$ ) dipilih berdasarkan resolusi yang diinginkan dengan rasio  $dp/h = 1:2$

Smoothing length:

$$h = 1.3 \times dp \quad (10)$$

Jumlah partikel neighbor: sekitar 50-60 partikel dalam radius  $2h$

##### b. Kriteria Stabilitas

Time step ditentukan oleh kriteria CFL [16]:

$$\Delta t = \min(\Delta t_{CFL}, \Delta t_f, \Delta t_{cv}) \quad (11)$$

dimana:

$$\Delta t_{CFL} = 0.3 \times \frac{h}{v_{\max}}$$

(kriteria CFL)

$$\Delta t_f = 0.25 \times \sqrt{\frac{h}{|a_{\max}|}}$$

(kriteria gaya)

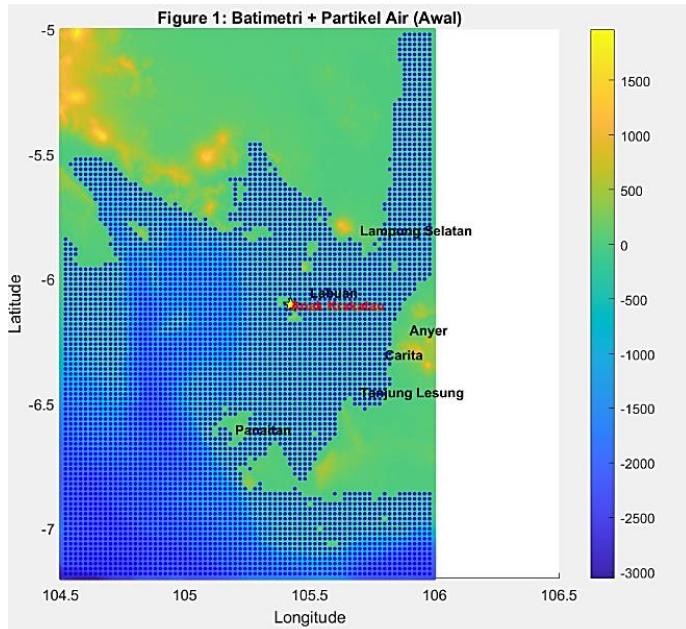
$$\Delta t_{cv} = 0.4 \times \frac{h^2}{v_{\max}}$$

Parameter numerik seperti rasio ukuran partikel terhadap *smoothing length* (umumnya  $dp : h \approx 1 : 1.3-2.0$ ), jumlah partikel tetangga (30-60 dalam radius  $2h$ ), serta langkah waktu (*time step*) berbasis kriteria Courant-Friedrichs-Lowy (CFL) sangat memengaruhi stabilitas simulasi [16]. Kombinasi parameter ini memastikan hasil yang seimbang antara akurasi dan efisiensi komputasi.

## 3 Hasil dan Pembahasan

### 3.1 Visualisasi Spasial Hasil Simulasi

Untuk memberikan gambaran menyeluruh mengenai kondisi spasial hasil simulasi, tiga visualisasi interpretatif disajikan kembali dalam Gambar 1-3. Ketiga *figure* ini berfungsi sebagai peta konseptual yang memperlihatkan bagaimana hasil simulasi dapat diterjemahkan dalam konteks geografis nyata.



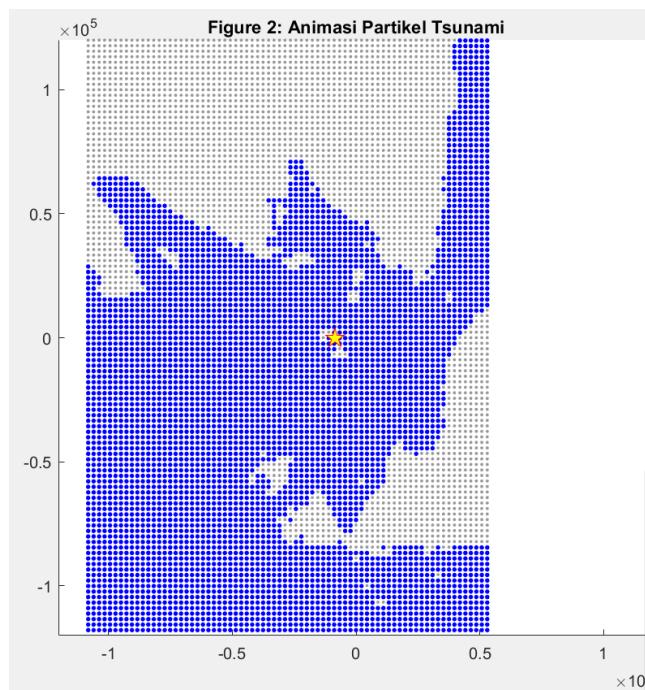
Gambar 1. Kondisi awal domain simulasi SPH

Gambar 1 memperlihatkan kondisi awal domain simulasi yang menampilkan peta batimetri Selat Sunda beserta sebaran partikel air pada tahap inisialisasi. Peta ini menggambarkan wilayah penelitian yang terletak di antara Pulau Jawa bagian barat (Provinsi Banten) dan Pulau Sumatra bagian selatan (Provinsi Lampung), dengan rentang koordinat sekitar  $104.5^{\circ}$  -  $106.5^{\circ}$  bujur timur dan  $-7^{\circ}$  -  $-5^{\circ}$  lintang selatan. Sumbu X (*horizontal*) merepresentasikan garis bujur, sedangkan sumbu Y (*vertikal*) menunjukkan garis lintang, yang secara keseluruhan memberikan konteks spasial posisi Selat Sunda sebagai jalur laut penghubung antara Samudera Hindia dan Laut Jawa.

Pada bagian tengah peta tampak titik berwarna kuning dengan label 'Anak Krakatau', yang menandai lokasi pusat sumber tsunami. Titik ini merepresentasikan posisi gangguan awal akibat runtuhan tubuh Gunung Anak Krakatau pada 22 Desember 2018, yang kemudian memicu pergerakan fluida laut di sekitarnya. Di area sekitar titik sumber terlihat sebaran partikel air berwarna biru yang menggambarkan kondisi awal fluida sebelum gelombang terbentuk. Setiap titik mewakili partikel air dalam model SPH yang akan bergerak mengikuti gaya-gaya fluida selama simulasi berlangsung.

Warna pada peta menunjukkan kedalaman dasar laut (batimetri) berdasarkan skala warna di sisi kanan gambar. Warna biru tua hingga biru muda menunjukkan wilayah laut dalam dengan kedalaman antara -1500 hingga -3000 meter di bagian tengah Selat Sunda, sementara warna hijau muda hingga kuning menandakan perairan dangkal dengan kedalaman 0 hingga -500 meter. Bagian daratan ditunjukkan dengan warna oranye hingga coklat, menandakan elevasi positif di atas permukaan laut.

Beberapa wilayah pesisir utama juga tampak pada peta, seperti Anyer, Carita, Tanjung Lesung, Labuan, dan Pandeglang di sisi timur (Pulau Jawa), serta Lampung Selatan di sisi barat laut (Pulau Sumatra). Wilayah-wilayah ini berhadapan langsung dengan posisi Gunung Anak Krakatau dan secara geografis menjadi area paling rentan terhadap dampak gelombang tsunami.

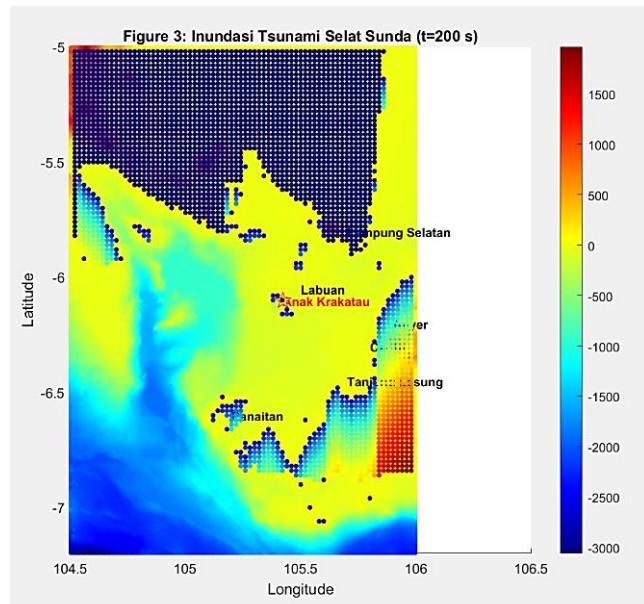


**Gambar 2.** Evolusi propagasi gelombang tsunami berdasarkan simulasi SPH

Gambar 2 memperlihatkan evolusi pergerakan partikel fluida hasil simulasi *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) pada beberapa tahapan waktu setelah terjadi gangguan di sekitar Gunung Anak Krakatau. Visualisasi ini menampilkan bagaimana energi tsunami terbentuk di sumber, kemudian menyebar secara radial dan berkembang menjadi gelombang yang menjalar menuju pesisir.

Sumbu X dan Y pada peta menunjukkan posisi spasial dalam satuan meter, yang telah dikonversi dari koordinat geografis agar memudahkan representasi dinamika spasial di domain simulasi. Titik-titik biru menggambarkan partikel air laut, sedangkan area putih menunjukkan daratan yang tidak terisi fluida. Di bagian tengah tampak simbol bintang kuning yang menandai posisi Anak Krakatau sebagai pusat inisiasi gelombang.

Seiring bertambahnya waktu, partikel air mulai menyebar dari titik sumber ke segala arah. Warna biru yang lebih padat menunjukkan konsentrasi partikel yang tinggi, ini mengindikasikan akumulasi energi di sekitar sumber. Sementara pola penyebaran yang melebar menggambarkan proses propagasi gelombang ke arah pantai. Arah penjalaran dominan terlihat menuju timur laut dan tenggara, mengikuti konfigurasi batimetri yang mengarahkan energi ke wilayah pesisir Banten dan Lampung



**Gambar 3.** Kondisi akhir simulasi pada  $t = 200$  detik yang memperlihatkan sebaran partikel air

Gambar 3 menampilkan hasil akhir simulasi pada waktu  $t = 200$  detik, atau sekitar tiga menit setelah peristiwa runtuhan tubuh Gunung Anak Krakatau. Visualisasi ini memperlihatkan pola sebaran partikel air yang telah menjalar dari pusat sumber menuju wilayah pesisir di sekitarnya, memberikan gambaran mengenai potensi area genangan (*inundation zone*) di sepanjang pantai Selat Sunda.

Peta menggunakan sistem koordinat geografis (longitude-latitude) yang menampilkan cakupan area dari pesisir Banten di timur hingga Lampung Selatan di barat. Warna biru tua hingga biru muda menggambarkan laut dalam dengan kedalaman mencapai lebih dari 3.000 meter, sementara gradasi hijau, kuning, hingga cokelat muda menandai area laut dangkal dan daratan. Sebaran titik-titik biru di dekat garis pantai menunjukkan partikel air yang telah mencapai Daratan yang mengindikasi terjadinya *run up*.

Arah penjalaran gelombang terlihat jelas menuju timur laut dan tenggara, konsisten dengan bentuk topografi dasar laut yang mengarahkan energi ke pesisir Anyer, Carita, dan Tanjung Lesung di sisi Jawa, serta Kalianda dan Rajabasa di sisi Sumatra. Daerah dengan kontur landai menunjukkan genangan yang lebih luas, sedangkan wilayah dengan elevasi tinggi relatif terlindungi. Secara keseluruhan, peta ini menggambarkan dengan baik interaksi antara dinamika fluida hasil simulasi dan morfologi pesisir yang memengaruhi distribusi energi tsunami.

### 3.2 Diskusi Kritis

Secara umum, hasil pemodelan menunjukkan bahwa metode *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) mampu menggambarkan dinamika tsunami dengan cukup baik dari sisi kualitatif, khususnya dalam menelusuri pola penjalaran gelombang dan penyebaran energi di kawasan pesisir. Kelebihan utama metode ini terletak pada kemampuannya untuk menangani bentuk geometri yang kompleks tanpa harus bergantung pada struktur *grid* yang kaku. Meski demikian,

model ini masih memiliki keterbatasan, terutama pada aspek kalibrasi parameter numerik dan tingkat ketelitian resolusi partikel, sehingga hasil kuantitatif seperti estimasi *run up* dan kecepatan partikel belum sepenuhnya mencerminkan kondisi sebenarnya.

Untuk pengembangan selanjutnya, model dapat disempurnakan dengan meningkatkan resolusi data batimetri, menyesuaikan nilai *smoothing length*, serta memperbaiki kondisi batas agar lebih mendekati keadaan lapangan. Proses validasi juga penting dilakukan dengan menggunakan data hasil observasi lapangan maupun model numerik berbasis *grid*, sehingga reliabilitas hasil simulasi dapat teruji secara empiris.

Dengan demikian, penelitian ini berkontribusi dalam memperkaya pemahaman tentang karakter tsunami non-tektonik seperti peristiwa Selat Sunda 2018 melalui pendekatan berbasis partikel, sekaligus membuka peluang pengembangan model SPH yang lebih presisi dan terkalibrasi di masa mendatang.

#### 4 Kesimpulan

Penelitian ini menunjukkan bahwa metode *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) dapat digunakan untuk menggambarkan dinamika penjalaran gelombang tsunami di Selat Sunda secara kualitatif. Berdasarkan hasil simulasi, pola propagasi energi gelombang cenderung mengarah ke timur laut dan tenggara, terutama menuju pesisir Banten dan Lampung. Temuan tersebut sejalan dengan konfigurasi batimetri wilayah yang memengaruhi arah dan intensitas gelombang. Pendekatan berbasis partikel seperti SPH terbukti mampu merepresentasikan interaksi fluida dengan topografi yang kompleks tanpa memerlukan struktur *grid* tetap, sehingga relevan untuk analisis tsunami non-tektonik seperti peristiwa Gunung Anak Krakatau tahun 2018.

Meskipun demikian, hasil kuantitatif seperti nilai *run up* dan kecepatan partikel masih menunjukkan perbedaan dengan data lapangan. Hal ini terutama disebabkan oleh keterbatasan resolusi partikel, pemilihan *time-step*, serta kondisi batas yang belum sepenuhnya terkalibrasi. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan untuk memperbaiki aspek numerik model dengan meningkatkan resolusi spasial, menyesuaikan panjang *smoothing length*, dan melakukan validasi terhadap data observasi maupun model berbasis *grid*.

Selain pengembangan teknis, integrasi model SPH dengan data topografi pesisir beresolusi tinggi dan skenario sumber tsunami yang lebih realistik dapat meningkatkan ketepatan hasil simulasi. Pendekatan ini berpotensi memberikan kontribusi penting dalam perencanaan mitigasi bencana pesisir, terutama dalam memahami pola genangan, area berisiko tinggi, serta kebutuhan sistem peringatan dini yang lebih adaptif di wilayah rawan tsunami seperti Selat Sunda.

#### 5 Daftar Pustaka

- [1] A. A. Isdianto and others, “Geohazards assessment in Indonesia: Focus on tsunami vulnerability along the Ring of Fire,” *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, vol. 21, no. 4, pp. 1123–1140, 2021.
- [2] S. Solihuddin and others, “Field survey and analysis of the 2018 Sunda

- Strait tsunami: Wave characteristics and impacts,” *Pure Appl. Geophys.*, vol. 177, no. 12, pp. 5678–5695, 2020.
- [3] D. Sugawara, “Trigger mechanisms and hydrodynamics of tsunamis,” 2020, doi: 10.1016/B978-0-12-815686-5.00004-3.
  - [4] J. S. do Carmo, “Tsunamis: geração e riscos,” 2000, doi: 10.14195/1647-7723\_7\_2.
  - [5] P. Xie and Y. Du, “Tsunami wave generation in Navier–Stokes solver and the effect of leading trough on wave run-up,” *Coast. Eng.*, 2023, doi: 10.1016/j.coastaleng.2023.104293.
  - [6] T. Yulianto, A. F. Rahmah, and R. Amalia, “Clustering Daerah Bencana Alam Di Indonesia Menggunakan Metode Fuzzy C-Means,” vol. 9, pp. 29–39.
  - [7] S. Subekti and others, “Post-tsunami bathymetric changes around Anak Krakatau volcano using multibeam echosounder survey,” *Mar. Geol.*, vol. 428, p. 106289, 2020.
  - [8] A. Amirudin and others, “Numerical modeling of tsunami inundation in West Sumatra using TUNAMI-N2 model,” *J. Geofis. Indones.*, vol. 19, no. 2, pp. 45–62, 2021.
  - [9] P. Priadi and others, “Finite fault source modeling for tsunami run-up estimation in Pangandaran, West Java,” *J. Earthq. Tsunami*, vol. 15, no. 3, p. 2150005, 2021.
  - [10] B. Budiman and others, “GIS-based tsunami inundation modeling for coastal areas in Bantul, Yogyakarta,” *IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci.*, vol. 893, p. 12034, 2021.
  - [11] J. J. Monaghan, “Smoothed Particle Hydrodynamics,” *Reports Prog. Phys.*, vol. 68, no. 8, pp. 1703–1759, 2005, doi: 10.1088/0034-4885/68/8/R01.
  - [12] R. Wahyudi, S. Annas, and Z. Rais, “Analisis Support Vector Regression (Svr) Untuk Meramalkan Indeks Kualitas Udara Di Kota Makassar,” *VARIANSI J. Stat. Its Appl. Teach. Res.*, vol. 5, no. 3, pp. 104–117, 2023, doi: 10.35580/variansiumn107.
  - [13] P. Angerman, S. Kumar, R. Seto, B. Sandnes, and M. Ellero, “Microstructural smoothed particle hydrodynamics model and simulations of discontinuous shear-thickening fluids,” *Phys. Fluids*, 2023, doi: 10.1063/5.0188444.
  - [14] W. Hu, W. Pan, M. Rakhsha, Q. Tian, H. Hu, and D. Negrut, “A consistent multi-resolution smoothed particle hydrodynamics method,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 324, pp. 278–299, 2017, doi: 10.1016/j.cma.2017.06.010.
  - [15] G. Zhu, “A SPH model with open relaxation boundary for wave generation and absorption,” *Coast. Eng. J.*, vol. 63, no. 1, pp. 1–14, 2021.
  - [16] D. Violeau and B. D. Rogers, “Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) for free-surface flows: Past, present and future,” *J. Hydraul. Res.*, vol. 50,

- no. 1, pp. 1–26, 2012, doi: 10.1080/00221686.2011.637559.
- [17] C. Altomare, J. M. Domínguez, A. J. C. Crespo, M. Gómez-Gesteira, T. Suzuki, and T. Verbrugghe, “Relaxation zone method in SPH-based model for free-surface flow simulations,” *Coast. Eng.*, vol. 152, pp. 103–117, 2019.
  - [18] X. Chang and P. R. Wellens, “A generating-absorbing boundary condition for simulating waves using SPH,” *Comput. & Fluids*, vol. 278, p. 106095, 2024.
  - [19] T. Verbrugghe, C. Altomare, A. J. C. Crespo, J. M. Domínguez, M. Gómez-Gesteira, and P. Troch, “Implementation of open boundaries within a two-way coupling (FNPF-SPH) model for wave interaction,” *Energies*, vol. 12, no. 4, p. 697, 2019, doi: 10.3390/en12040697.

# Penentuan Fase dan Waktu Siklus Optimum Simpang Bersinyal dengan Graf Kompatibel dan Webster Modifikasi (Studi Kasus: Persimpangan Sokaraja, Banyumas)

Dian Pratama<sup>1</sup>, Kukuh Rahayu<sup>2</sup>, Ambar Winarni<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Universitas Nahdlatul Ulama Purwokerto, Jawa Tengah,  
[d.pratama@unupurwokerto.ac.id](mailto:d.pratama@unupurwokerto.ac.id)

**Abstract.** Traffic congestion at signalized intersections can be reduced through proper signal timing. This study aims to optimize traffic-signal settings at the Sokaraja intersection, Banyumas Regency, using a directed compatibility graph and a modified Webster method. Primary data collected from October 2025 to Desember 2025 include intersection geometry (approach widths), existing signal timings, and traffic volumes (heavy vehicles, light vehicles, and motorcycles) observed over two weeks during morning, midday, and afternoon periods. Traffic movements were modeled using a directed compatibility graph to identify non-conflicting movements that can run simultaneously; weighting based on approach width and traffic volume was then used to form phases and allocate green splits. The modified Webster calculation yields an optimal cycle length of 149 s for the maximum-demand condition (and 35 s for the minimum-demand condition). Compared with field timings (e.g., red/green 117/70 s on Jl Jendral Soedirman and 137/22 s on Jl Ajibarang–Secang), the recommended timings under maximum demand are 50/86 s and 81/54 s, respectively. Effectiveness evaluation indicates that the red intervals on Jl Jendral Soedirman and Jl Ajibarang–Secang are longer than required, while the other approaches are closer to the optimized settings. These results provide a practical basis for signal retiming and for developing more adaptive control at the Sokaraja intersection.

**Keywords:** *Signalized intersection; compatibility graph; modified Webster; cycle length; signal timing*

**Abstrak.** Kemacetan pada simpang bersinyal dapat diminimalkan melalui pengaturan waktu sinyal yang tepat. Penelitian ini bertujuan mengoptimalkan durasi lampu lalu lintas pada Persimpangan Sokaraja, Kabupaten Banyumas, menggunakan teori graf kompatibel dan metode Webster modifikasi. Data primer yang digunakan dari Oktober 2025 sampai Desember 2025 meliputi geometri simpang (lebar pendekat), durasi sinyal eksisting, serta volume lalu lintas (HV, LV, dan MC) yang diamati selama dua minggu pada periode pagi, siang, dan sore. Pergerakan arus dimodelkan sebagai graf berarah kompatibel untuk menentukan pasangan arus yang dapat berjalan bersamaan, kemudian pembobotan dilakukan berdasarkan lebar jalan dan volume lalu lintas sebagai dasar penyusunan fase dan pembagian waktu hijau. Hasil perhitungan Webster pada kondisi volume maksimum menghasilkan waktu siklus optimum 149 detik (dan 35 detik pada volume minimum). Dibandingkan dengan kondisi lapangan (misalnya merah/hijau 117/70 detik di Jl Jendral Soedirman dan 137/22 detik di Jl Ajibarang–Secang), rekomendasi pada kondisi maksimum adalah 50/86 detik (Jl Jendral Soedirman) dan 81/54 detik (Jl Ajibarang–Secang). Evaluasi efektivitas menunjukkan dua pendekat—Jl Jendral Soedirman dan Jl Ajibarang–Secang—memiliki durasi merah yang belum optimal, sementara pendekat lainnya relatif lebih mendekati hasil optimasi. Temuan ini dapat digunakan sebagai dasar penyesuaian pengaturan sinyal dan pengembangan pengendalian yang lebih adaptif.

**Kata Kunci:** *Simpang bersinyal; graf kompatibel; Webster modifikasi; waktu siklus; pengaturan sinyal*

## 1 Pendahuluan

Transportasi jalan merupakan kebutuhan penting untuk mendukung mobilitas manusia dan distribusi barang. Seiring meningkatnya aktivitas dan kepemilikan kendaraan, volume lalu lintas pada ruas-ruas utama cenderung bertambah dan memunculkan titik kemacetan, terutama pada persimpangan. Pada simpang bersinyal, kinerja lalu lintas sangat dipengaruhi oleh pengaturan waktu sinyal, khususnya waktu siklus, pembagian hijau (green split), interval perubahan (kuning), interval pembersihan (all-red), serta waktu hilang (lost time) yang secara langsung berpengaruh terhadap kapasitas, tundaan, dan panjang antrian. Selain itu, pemilihan waktu siklus pada dasarnya merupakan kompromi antara peningkatan kapasitas dan potensi peningkatan tundaan serta antrian apabila siklus dibuat terlalu panjang [1].

Persimpangan Sokaraja di Kabupaten Banyumas merupakan simpang bersinyal yang melayani pertemuan beberapa arus dari pendekat-pendekat utama. Variasi volume antarpendekat dan konflik pergerakan kendaraan (lurus, belok kanan, belok kiri) menuntut pengaturan fase dan pembagian waktu hijau yang proporsional. Dalam praktik operasi simpang bersinyal, perubahan pola lalu lintas (misalnya jam puncak yang bergeser atau pertumbuhan arus pada salah satu pendekat) dapat menyebabkan timing yang sebelumnya memadai menjadi kurang optimal, sehingga evaluasi dan penyesuaian timing perlu dilakukan secara berkala melalui prosedur rekayasa lalu lintas yang sistematis [1].

Optimasi waktu sinyal dapat dilakukan menggunakan pendekatan analitis; salah satu metode klasik yang banyak digunakan adalah **metode Webster**, yang menurunkan rumus pendekatan untuk menentukan waktu siklus optimum dan pembagian hijau berdasarkan arus kritis dan waktu hilang dengan tujuan meminimalkan tundaan rata-rata pada simpang bersinyal. Berbagai pengembangan juga dilakukan untuk memperbaiki pendekatan Webster pada kondisi tertentu, namun prinsip dasarnya tetap menjadikan arus kritis dan lost time sebagai komponen kunci dalam penentuan cycle dan split [2].

Peningkatan mobilitas dan kepemilikan kendaraan membuat banyak persimpangan bersinyal mengalami kemacetan karena waktu sinyal yang tidak selaras dengan pola arus aktual dan tingginya volume kendaraan; pada studi kasus Simpang Empat Andalas, kemacetan dikaitkan dengan kurangnya sinkronisasi waktu sinyal dan volume kendaraan yang tinggi [3], [4]. Untuk menata ulang pengaturan sinyal secara lebih sistematis, pergerakan lalu lintas dapat dimodelkan dengan **graf kompatibel** yaitu mengelompokkan arus yang dapat berjalan bersamaan tanpa menimbulkan konflik/kecelakaan [5] lalu durasi fase dan pembagian hijau dihitung menggunakan **metode Webster** yang bertujuan mengoptimasi panjang siklus dan meminimalkan tundaan berdasarkan kepadatan/volume dan lebar jalan. Pendekatan gabungan ini relevan karena praktik di lapangan sering belum mempertimbangkan lebar jalan dan volume kendaraan sehingga memicu kemacetan (seperti dicatat pada Tulip Intersection) [6], sementara bukti empiris menunjukkan manfaatnya: penerapan graf kompatibel + Webster pada Simpang Empat Andalas menurunkan waktu tunggu total dari 578 detik menjadi 114 detik dibanding pengaturan eksisting [7], [8]. Berangkat dari penelitian tersebut, beberapa fokus seperti (i) identifikasi konflik-kompatibilitas pergerakan untuk membentuk fase yang efisien, lalu (ii) perhitungan waktu siklus optimum dan

alokasi hijau berbasis arus kritis, sehingga rekomendasi pengaturan sinyal yang dihasilkan lebih terukur dan selaras dengan kondisi lalu lintas aktual.

Di sisi lain, tantangan penting dalam penerapan metode analitis adalah penyusunan fase yang efisien, yaitu pengelompokan pergerakan yang dapat berjalan bersamaan tanpa konflik. Untuk menyusun fase secara lebih terstruktur, pergerakan dapat dimodelkan sebagai **graf kompatibel**, di mana kelompok pergerakan kompatibel (misalnya clique maksimal) dapat diperlakukan sebagai kelompok sinyal dan digunakan sebagai dasar pembentukan fase serta penyusunan urutan fase [9], [10], [11]. Pendekatan ini membantu memastikan bahwa fase dibentuk berdasarkan hubungan konflik/kompatibilitas yang eksplisit, bukan sekadar asumsi, sehingga lebih mudah diverifikasi dan direplikasi.

Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengoptimalkan pengaturan waktu sinyal lalu lintas pada Persimpangan Sokaraja, Kabupaten Banyumas, yang meliputi rekomendasi fase, waktu siklus, dan pembagian waktu hijau yang lebih optimal dibandingkan dengan kondisi eksisting. Optimasi dilakukan dengan memodelkan pergerakan lalu lintas menggunakan teori graf kompatibel guna mengidentifikasi pasangan pergerakan yang tidak saling konflik dan membentuk fase sinyal secara terstruktur. Selanjutnya, metode Webster modifikasi diterapkan untuk menentukan waktu siklus optimum dan alokasi waktu hijau pada kondisi volume lalu lintas maksimum dan minimum berdasarkan data lalu lintas aktual. Untuk menjaga kesesuaian dengan karakteristik lalu lintas di Indonesia, parameter arus jenuh/kapasitas serta evaluasi kinerja mengacu pada pedoman kapasitas nasional yang dikembangkan dan dimutakhirkan dari MKJI [12]. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan rekomendasi penataan ulang pengaturan sinyal yang lebih efisien, mengurangi tundaan dan antrian, serta menjadi dasar pengembangan pengendalian simpang bersinyal yang lebih adaptif.

## 2 Landasan Teori

### 2.1 Simpang Bersinyal dan Parameter Pengaturan Sinyal

Simpang bersinyal adalah persimpangan yang pengaturan arusnya dikendalikan oleh sinyal lalu lintas untuk mengurangi konflik dan meningkatkan keteraturan. Parameter utama dalam pengaturan sinyal meliputi [13], [14]:

- Waktu siklus ( $C$ ): total waktu satu putaran sinyal hingga kembali ke kondisi awal.
- Waktu hijau ( $g$ ): waktu kendaraan diberi hak jalan pada suatu fase.
- Waktu merah ( $r$ ): waktu kendaraan berhenti karena tidak mendapat hak jalan.
- Waktu hilang (*lost time*,  $L$ ): waktu yang “tidak efektif” untuk melayani arus (misalnya saat kuning, *all-red*, atau *start-up lost time*).
- Fase: kelompok pergerakan yang diberi hijau bersamaan pada satu interval waktu karena tidak saling konflik.

Kinerja simpang bersinyal dipengaruhi oleh kesesuaian fase dan pembagian waktu hijau terhadap besarnya arus pada masing-masing pendekat/pergerakan.

## 2.2 Konflik Pergerakan dan Konsep Kompatibilitas

Pada simpang, pergerakan kendaraan dapat saling konflik (misalnya dua arus yang berpotongan atau saling bersilangan). Dua pergerakan dikatakan kompatibel apabila keduanya dapat dilayani secara bersamaan tanpa konflik yang membahayakan atau mengganggu kapasitas secara signifikan. Konsep kompatibilitas ini digunakan untuk menyusun fase yang efisien: semakin banyak pergerakan kompatibel yang digabung dalam satu fase (tanpa mengorbankan keselamatan/aturan), semakin efektif pemanfaatan waktu hijau.

## 2.3 Teori Graf untuk Pemodelan Pergerakan Lalu Lintas

Teori graf dapat digunakan untuk merepresentasikan dan menganalisis hubungan antar pergerakan lalu lintas dalam penyusunan fase sinyal. Graf didefinisikan sebagai pasangan  $G = (V, E)$ , dengan [15], [16]:

- $V$  = himpunan simpul (vertex/node),
- $E$  = himpunan sisi (edge) yang menghubungkan pasangan simpul.

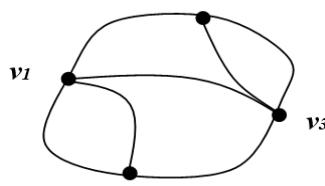
Dalam konteks simpang:

- Simpul (vertex) merepresentasikan pergerakan/arus tertentu (mis. dari pendekat A ke arah lurus, belok kanan, dll).
- Sisi (edge) merepresentasikan hubungan antarpergerakan.

Pada pemodelan sistem lalu lintas banyak digunakan beberapa jenis graf sebagai sistem pengendaliannya. Berikut ini adalah contoh graf yang sering digunakan [15]:

### 1. Graf ganda

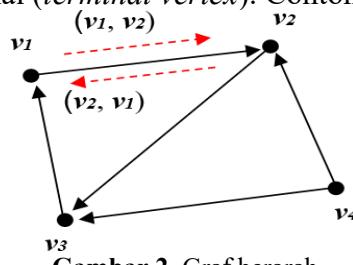
Graf ganda adalah graf yang memiliki lebih dari satu sisi untuk menghubungkan dua simpul. Contoh graf ganda.



Gambar 1. Graf ganda

### 2. Graf berarah

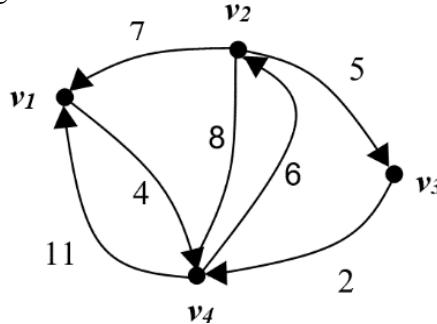
Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut graf berarah. Kita lebih suka menyebut sisi berarah dengan sebutan busur (arc). Pada graf berarah  $(v_1, v_2)$  dan  $(v_2, v_1)$  menyatakan dua buah busur yang berbeda dimana  $v_1$  dan  $v_2$  adalah suatu indeks, dengan kata lain  $(v_1, v_2) \neq (v_2, v_1)$ . Untuk busur  $(v_1, v_2)$ , simpul  $v_1$  dinamakan simpul asal (initial vertex), dan simpul  $v_2$  dinamakan simpul terminal (terminal vertex). Contoh graf berarah.



Gambar 2. Graf berarah

### 3. Graf ganda berarah berbobot

Graf ganda berarah berbobot adalah gabungan dari Gambar 1 dan Gambar 2 diatas. Contoh graf ganda berarah berbobot.



Gambar 3. Graf ganda berarah berbobot

### 4. Graf kompatibel

Graf kompatibilitas sering diaplikasikan untuk menentukan waktu tunggu total dan mengatur pergerakan arus lalu lintas. Graf-graf kompatibilitas digunakan secara luas dalam memecahkan masalah yang melibatkan pengaturan data dalam urutan tertentu. Arus lalu lintas tertentu dapat disebut kompatibel jika kedua arus tidak akan menghasilkan kecelakaan apapun [17]. Yang artinya arus tersebut dapat berjalan dalam waktu yang bersamaan tanpa saling membahayakan [18]. Metode Webster adalah metode yang digunakan untuk menentukan waktu penyalaan lampu lalu lintas yang telah dikembangkan oleh F.V. Webster. Metode Webster memiliki sistem untuk mengoptimasi durasi waktu panjang siklus lampu lalu lintas dan meminimalkan waktu penundaan rata-rata kendaraan berdasarkan perhitungan matematis. Konsep metode Webster yaitu untuk menentukan panjang siklus waktu yang optimal dan menghitung durasi waktu lampu lalu lintas berdasarkan kepadatan kendaraan dan lebar jalan.

Jika digunakan graf kompatibel, maka:

- sisi menghubungkan dua simpul yang kompatibel (dapat berjalan bersamaan), atau
- alternatifnya, bisa dibuat graf konflik (sisi = konflik). Yang penting: definisi sisi harus konsisten dengan cara Anda membentuk fase.

Untuk menyusun fase, graf kompatibel dapat digunakan untuk mencari kelompok pergerakan kompatibel (misalnya himpunan pergerakan yang bisa berjalan bersamaan). Dalam implementasi praktis, kelompok ini dapat dipilih sebagai kandidat fase, lalu disusun menjadi urutan fase yang melayani semua pergerakan dengan konflik minimal.

Dalam studi simpang, bobot dapat ditetapkan berdasarkan 2 hal yaitu volume lalu lintas (semakin besar volume, semakin tinggi prioritas), dan lebar pendekat (semakin lebar/kapasitas lebih besar, dapat memengaruhi alokasi hijau atau kelayakan penggabungan fase). Pembobotan ini membantu ketika ada beberapa alternatif fase yang sama-sama kompatibel: fase/pergerakan dengan bobot lebih tinggi dapat diprioritaskan dalam pembagian waktu hijau.

## 2.4 Metode Webster (Dasar Optimasi Waktu Sinyal)

Metode Webster adalah pendekatan analitis untuk menentukan: 1) waktu siklus optimum, dan 2) pembagian waktu hijau (green split). Berdasarkan rasio arus kritis pada fase-fase yang terbentuk. Secara umum, konsep Webster memanfaatkan [19]:

- Rasio arus kritis tiap fase (berkaitan dengan arus dan arus jenuh),
- Total waktu hilang ( $L$ ) dalam satu siklus, untuk menghasilkan siklus yang efisien dan alokasi hijau yang proporsional terhadap kebutuhan tiap fase.

Pada penelitian ini, Webster digunakan dalam bentuk modifikasi agar sesuai dengan kondisi dan asumsi pengamatan di lapangan (misalnya perlakuan terhadap fase tertentu, pengaturan belok kiri, atau penyesuaian parameter waktu hilang sesuai kondisi simpang).

## 3 Metode Penelitian

### 3.1 Jenis dan Desain Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif-deskriptif dengan pendekatan analitis untuk optimasi pengaturan sinyal simpang bersinyal. Optimasi dilakukan melalui dua tahapan utama: (1) penyusunan fase sinyal menggunakan graf kompatibel berbasis konflik pergerakan, dan (2) perhitungan waktu siklus optimum serta pembagian waktu hijau menggunakan metode Webster modifikasi pada kondisi volume maksimum dan minimum.

### 3.2 Lokasi dan Waktu Penelitian

Penelitian dilaksanakan di Persimpangan Sokaraja, Kabupaten Banyumas. Pengambilan data lapangan dilakukan pada periode Oktober 2021–April 2022 dengan survei lalu lintas selama dua minggu pada tiga rentang waktu (pagi, siang, sore) untuk menangkap variasi demand harian.



Gambar 4. Peta persimpangan Sokaraja

### 3.3 Data dan Peralatan

Data primer yang digunakan dalam penelitian ini meliputi data geometri simpang berupa lebar tiap pendekat dan/atau lebar lajur efektif, jumlah lajur, serta

kondisi fisik simpang yang memengaruhi kapasitas. Selain itu, dikumpulkan data pengaturan sinyal eksisting yang mencakup durasi lampu hijau, merah, kuning, interval all-red (jika tersedia), serta waktu siklus pada masing-masing fase atau pendekat. Data volume lalu lintas juga dihimpun dalam bentuk jumlah kendaraan menurut jenis kendaraan berat (HV), kendaraan ringan (LV), dan sepeda motor (MC) pada setiap pergerakan atau pendekat dalam interval waktu pengamatan 15 menit. Pengumpulan data didukung oleh penggunaan formulir pencacahan atau *hand tally counter*, stopwatch atau rekaman video (opsional), meteran atau alat ukur lebar jalan, serta perangkat lunak spreadsheet untuk proses rekapitulasi dan perhitungan data.

### 3.4 Prosedur Pengumpulan Data

Subbab ini menjelaskan prosedur pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian, meliputi tahapan survei lapangan yang dilakukan secara sistematis untuk memperoleh data geometri simpang, pengaturan waktu sinyal eksisting, dan volume lalu lintas. Prosedur ini disusun untuk memastikan bahwa data yang dikumpulkan akurat, representatif, dan sesuai dengan kebutuhan analisis optimasi waktu sinyal pada Persimpangan Sokaraja.

1. Survei geometri dilakukan dengan mengukur lebar pendekat dan mencatat kondisi simpang (marka, hambatan samping, dll.) yang relevan.
2. Survei waktu sinyal dilakukan dengan mengamati beberapa siklus untuk mendapatkan nilai rata-rata durasi hijau, merah, kuning, dan waktu siklus eksisting.
3. Survei volume lalu lintas dilakukan pada tiap pendekat/pergerakan sesuai interval pengamatan. Volume dicatat untuk HV, LV, dan MC, lalu direkap menjadi volume jam puncak (maksimum) dan volume jam rendah (minimum).

### 3.5 Pengolahan Data Volume (Konversi ke smp/jam)

Volume kendaraan hasil survei dikonversi ke satuan setara smp/jam agar dapat digunakan dalam perhitungan kapasitas dan rasio arus. Konversi dilakukan menggunakan faktor ekivalensi kendaraan:

$$Q_{\text{smp}} = (Q_{\text{LV}} \cdot e_{\text{LV}}) + (Q_{\text{HV}} \cdot e_{\text{HV}}) + (Q_{\text{MC}} \cdot e_{\text{MC}}) \quad (1)$$

dengan:

- $Q_{\text{LV}}, Q_{\text{HV}}, Q_{\text{MC}}$  = volume kendaraan (kend/jam) untuk masing-masing jenis, (Ketentuan volume kendaraan berdasarkan:
  1. Untuk volume  $> 2000$  kendaraan/jam maka diberi skor 5
  2. Untuk volume antara  $1500 - 1999$  kendaraan/jam maka diberi skor 4
  3. Untuk volume antara  $1000 - 1499$  kendaraan/jam maka diberi skor 3
  4. Untuk volume antara  $500 - 999$  kendaraan/jam maka diberi skor 2
  5. Untuk volume antara  $0 - 499$  kendaraan/jam maka diberi skor 1)
- $e_{\text{LV}}, e_{\text{HV}}, e_{\text{MC}}$  = ekivalensi smp untuk masing-masing jenis kendaraan (Konversi volume kendaraan ke smp/jam mengacu pada MKJI 1997 dengan  $e_{\text{LV}} = 1,0$ ,  $e_{\text{HV}} = 1,3$ , dan  $e_{\text{MC}} = 0,2$  (pergerakan terlindung). Untuk kondisi pergerakan terlawan, MKJI 1997 menyediakan  $e_{\text{MC}} = 0,4$ ; namun penelitian ini menggunakan nilai  $e_{\text{MC}} = 0,2$  secara konsisten karena fase disusun berbasis kompatibilitas untuk meminimalkan konflik),

- $Q_{\text{smp}}$  = volume lalu lintas dalam smp/jam.

Pengolahan dilakukan untuk dua kondisi:

- kondisi maksimum: volume puncak (jam tersibuk),
- kondisi minimum: volume terendah (jam sepi).

### 3.6 Pemodelan Pergerakan dengan Graf Kompatibel

#### 3.6.1 Definisi Simpul (Vertex) sebagai Pergerakan

Setiap pergerakan pada simpang (misalnya dari pendekat A ke arah lurus/kanan/kiri) didefinisikan sebagai simpul:

$$V = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$$

dengan  $m_i$  adalah satu pergerakan spesifik (contoh penamaan: A-Lurus, A-Kanan, B-Lurus, dst.).

#### 3.6.2 Matriks Konflik dan Aturan Kompatibilitas

Hubungan konflik antarpergerakan ditentukan berdasarkan geometri simpang dan lintasan kendaraan. Dua pergerakan dikatakan:

- konflik jika lintasan saling berpotongan/bersilangan atau saling menghalangi secara signifikan,
- kompatibel jika dapat dilayani bersamaan tanpa konflik.

Dibuat matriks konflik/kompatibilitas  $K$  berukuran  $n \times n$ , dengan:

- $K_{ij} = 1$  jika  $m_i$  kompatibel dengan  $m_j$ ,
- $K_{ij} = 0$  jika konflik.

#### 3.6.3 Pembentukan Graf Kompatibel

Graf kompatibel dibentuk sebagai:

$$G = (V, E)$$

dengan  $E$  adalah himpunan sisi yang menghubungkan pasangan pergerakan yang kompatibel:

$$E = \{(m_i, m_j) \mid K_{ij} = 1\}$$

### 3.7 Pembentukan Fase Berbasis Graf (Kelompok Pergerakan Kompatibel)

Satu fase didefinisikan sebagai himpunan pergerakan yang saling kompatibel dan dapat diberi hijau bersamaan. Secara graf, fase dapat dipandang sebagai clique (himpunan simpul yang saling terhubung/kompatibel). Prosedur pembentukan fase dilakukan sebagai berikut:

1. Menentukan kandidat fase sebagai clique maksimal pada graf kompatibel.
2. Memilih kombinasi clique yang menutup semua pergerakan (setiap pergerakan masuk minimal satu fase).
3. Menyusun urutan fase sehingga seluruh pergerakan terlayani dengan jumlah fase yang efisien dan konflik minimal.

Jika Anda memakai cara manual (berdasarkan Tabel kompatibilitas), tuliskan bahwa fase dipilih dari pasangan/kelompok pergerakan yang kompatibel, lalu diverifikasi terhadap konflik lintasan.

### 3.8 Pembobotan (Lebar Pendekat dan Volume) untuk Prioritas

Untuk membantu pemilihan fase ketika ada beberapa alternatif yang sama-sama kompatibel, dilakukan pembobotan berdasarkan:

- lebar pendekat (merepresentasikan kapasitas fisik),
- volume lalu lintas (merepresentasikan kebutuhan layanan).

Bobot per pergerakan  $m_i$  dapat ditentukan menggunakan skema diskrit (sesuai draft Anda) atau skema kontinu. Jika memakai skema diskrit, tuliskan pemetaan secara eksplisit, misalnya:

- 1) Bobot lebar  $b_w(m_i) = 1 - 4$  berdasarkan interval lebar

Ketentuan lebar jalan:

- Untuk lebar jalan  $< 3$  m maka diberi skor 4
- Untuk lebar jalan antara 3 m - 4 m maka diberi skor 3
- Untuk lebar jalan antara 4 m - 5 m maka diberi skor 2
- Untuk lebar jalan  $> 5$  m maka diberi skor 1,

- 2) Bobot volume  $b_q(m_i) = 1-5$  berdasarkan interval volume

Ketentuan volume kendaraan:

- Untuk volume diatas 2000 kendaraan/jam maka diberi skor 5
- Untuk volume antara 1500 - 1999 kendaraan/jam maka diberi skor 4
- Untuk volume antara 1000 - 1499 kendaraan/jam maka diberi skor 3
- Untuk volume antara 500 - 999 kendaraan/jam maka diberi skor 2
- Untuk volume antara 0 - 499 kendaraan/jam maka diberi skor 1

Pada penelitian ini, bobot merepresentasikan prioritas (nilai lebih besar = prioritas lebih tinggi) dalam pemilihan fase/green split. Skor prioritas pergerakan:

$$W(m_i) = \alpha b_w(m_i) + \beta b_q(m_i) \quad (2)$$

dengan  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah koefisien penimbang ( $\alpha = \beta = 1$  bobot setara).

Skor fase (untuk memilih fase yang diprioritaskan) dihitung sebagai jumlah bobot pergerakan di dalam fase:

$$W(F_k) = \sum_{m_i \in F_k} W(m_i), \quad (3)$$

dengan  $m_i$  = pergerakan/arus ke- $i$  (simpul ke- $i$ ) dan  $F_k$  = fase ke- $k$  (himpunan pergerakan yang kompatibel).

### 3.9 Perhitungan Waktu Siklus dan Pembagian Hijau dengan Webster Modifikasi

#### 3.9.1 Rasio Arus Kritis per Fase

Untuk tiap fase  $k$ , ditentukan arus kritis (*critical movement*) yaitu pergerakan dengan rasio arus terbesar di fase tersebut. Rasio arus untuk pergerakan  $i$ :

$$y_i = \frac{q_i}{s_i}, \quad (4)$$

dengan:

- $q_i$  = arus lalu lintas pergerakan  $i$  (smp/jam),
- $s_i$  = arus jenuh pergerakan  $i$  (smp/jam).

Rasio kritis fase  $k$  diambil dari nilai terbesar  $y_i$  dalam fase tersebut:

$$y_k = \max (y_i \in F_k)$$

Jumlah rasio kritis seluruh fase:

$$Y = \sum_{k=1}^p y_k, \quad (5)$$

dengan  $p$  = jumlah fase.

### 3.9.2 Waktu Hilang (Lost Time)

Total waktu hilang per siklus:

$$L = \sum_{k=1}^p l_k, \quad (6)$$

dengan  $l_k$  adalah waktu hilang pada fase  $k$  (misalnya kombinasi kuning + all-red + start-up lost time).

### 3.9.3 Waktu Siklus Optimum (Webster)

Waktu siklus optimum:

$$C_0 = \frac{1.5L + 5}{1 - Y}. \quad (7)$$

Perhitungan dilakukan untuk kondisi maksimum dan kondisi minimum (menggunakan  $q_i$  masing-masing kondisi).

### 3.9.4 Pembagian Waktu Hijau Efektif

Total hijau efektif tersedia:

$$G = C_0 - L$$

Pembagian hijau efektif untuk fase  $k$ :

$$g_k = \frac{y_k}{Y} (C_0 - L). \quad (8)$$

Jika diperlukan, hijau aktual dapat disesuaikan dengan pembulatan dan batas minimum hijau. Durasi merah untuk fase  $k$  dapat dihitung sebagai:

$$r_k = C_0 - g_k \quad (9)$$

atau dengan memasukkan kuning/all-red sesuai definisi waktu merah yang Anda gunakan di lapangan.

## 3.10 Evaluasi Efektivitas terhadap Kondisi Eksisting

Efektivitas pengaturan sinyal dievaluasi dengan membandingkan durasi eksisting ( $g^{eks}, r^{eks}$ ) terhadap hasil optimasi pada:

- kondisi maksimum ( $g^{max}, r^{max}$ ),
- kondisi minimum ( $g^{min}, r^{min}$ ).

Kriteria sederhana yang dapat digunakan (sesuai konsep interval max–min):

- Pengaturan eksisting dinilai efektif jika berada dalam rentang:

$$g^{min} \leq g^{eks} \leq g^{max} \text{ dan/atau } r^{min} \leq r^{eks} \leq r^{max}$$

Jika di luar rentang, dinilai belum efektif dan direkomendasikan penyesuaian menuju nilai optimasi (maksimum sebagai desain jam puncak, minimum sebagai batas bawah).

Selain itu, dapat ditambahkan ukuran deviasi:

$$\Delta g = g^{eks} - g^{opt}, \Delta r = r^{eks} - r^{opt} \quad (10)$$

dengan  $g^{opt}, r^{opt}$  diambil dari kondisi maksimum (jam puncak) sebagai skenario desain utama.

## 4 Hasil dan Pembahasan

### 4.1 Asumsi Penelitian

Penelitian ini menggunakan beberapa asumsi, antara lain: lokasi penelitian berada di Persimpangan Sokaraja; ruas Karangduren dan Jalan Ahmad I diabaikan karena tidak berpengaruh signifikan; kendaraan yang dihitung terdiri dari HV, LV, dan MC; belok kiri tidak mengikuti lampu lalu lintas tetapi tetap dihitung dalam volume; pelanggaran rambu/human error diabaikan; volume dicatat per 15 menit dan dikonversi menjadi smp/jam; serta durasi merah–hijau yang digunakan untuk Jl Jendral Soedirman adalah durasi yang paling lama.

### 4.2 Kondisi Geometri dan Durasi Sinyal Eksisting

Hasil pengukuran geometri menunjukkan lebar jalur masuk–keluar pada masing-masing pendekat, antara lain Jl Jendral Soedirman (6 m), Jl Imam Bonjol (3,5 m), Jl Letjend Suprapto (6,5 m), dan Jl Ajibarang–Secang (6,5 m).

Tabel 1. Durasi siklus lampu lalu lintas

Ruas Jalan	Merah (detik)	Kuning (detik)	Hijau (detik)
Jl Jendral Soedirman	117	5	70
Jl Imam Bonjol	60	5	53
Jl Letjend Suprapto	50	5	41
Jl Ajibarang–Secang	137	5	22

Durasi sinyal eksisting (Tabel 1) menunjukkan variasi waktu merah dan hijau antarpendedekat. Misalnya, Jl Jendral Soedirman memiliki merah 117 detik dan hijau 70 detik, sedangkan Jl Ajibarang–Secang memiliki merah 137 detik dan hijau 22 detik.

### 5.3 Volume Lalu Lintas Maksimum dan Minimum

Berdasarkan hasil konversi ke smp/jam, kondisi **volume maksimum** terjadi pada:

- Jl Jendral Soedirman: 10 Desember 2025 (16.30–17.30) sebesar 2162 smp/jam,
- Jl Imam Bonjol: 5 Desember 2025 (16.30–17.30) sebesar 800 smp/jam,
- Jl Letjend Suprapto: 6 Desember 2025 (16.30–17.30) sebesar 2094,8 smp/jam,

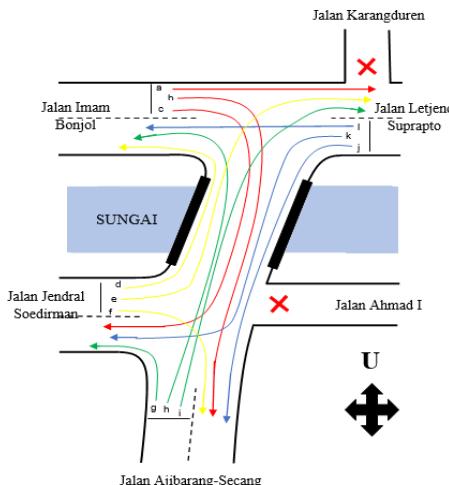
- Jl Ajibarang–Secang: 23 November 2025 (16.30–17.30) sebesar 1492,8 smp/jam.

Kondisi **volume minimum** tercatat, antara lain:

- Jl Jendral Soedirman: 19 November 2025 (06.45–07.45) sebesar 796 smp/jam,
- Jl Imam Bonjol: 10 November 2025 (06.45–07.45) sebesar 205,2 smp/jam,
- Jl Letjend Suprapto: 19 November 2025 (06.40–07.45) sebesar 1020 smp/jam,
- Jl Ajibarang–Secang: 9 Desember 2025 (06.40–07.45) sebesar 607,2 smp/jam.

#### 5.4 Pemodelan Graf Kompatibel dan Pembentukan Fase

Berdasarkan gambaran simpang yang telah disesuaikan dengan pergerakan arus lalu lintas (Gambar 5),



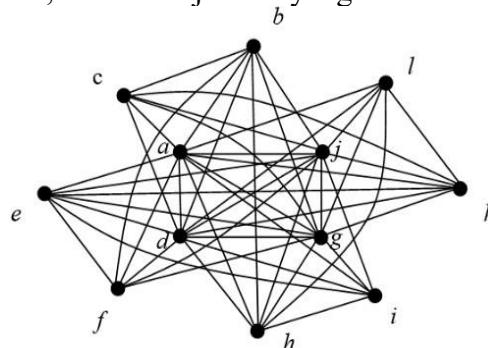
Gambar 5. Persimpangan Sokaraja

dapat ditentukan arus lalu lintas yang kompatibel dan yang tidak kompatibel. Perhatikan tabel dibawah ini.

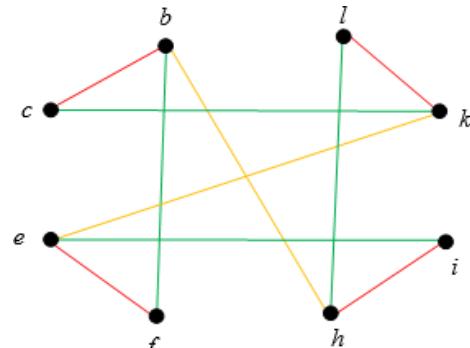
Tabel 2. Data volume lalu lintas minimum

Arus Lalu Lintas	“Kompatibel dengan”	“Tidak kompatibel dengan”
a	b, c, d, e, f, g, h, i, j, k dan l	–
b	a, c, d, f, g, h dan j	e, i, k dan l
c	a, b, d, g, j dan k	e, f, h, i dan l
d	a, b, c, e, f, g, h, i, j, k dan l	–
e	a, d, f, g, i, j dan k	b, c, h dan l
f	a, b, d, e, g dan j	c, h, i, k dan l
g	a, b, c, d, e, f, h, i, j, k dan l	–
h	a, b, d, g, i, j dan l	c, e, f dan k
i	a, d, e, g, h dan j	b, c, f, k dan l
j	a, b, c, d, e, f, g, h, i, k dan l	–
k	a, c, d, e, g, j dan l	b, f, h dan i
l	a, d, g, h, j dan k	b, c, e, f dan i

Berdasarkan Tabel 2, Simpang Sokaraja terdiri dari 12 lajur dengan nama masing-masing  $a, b, c, d, e, f, g, h, I, j, k$ , dan  $l$ . Selanjutnya, dibentuk graf kompatibel (Gambar 6) dan disederhanakan (Gambar 7). Pada graf hasil penyederhanaan, sisi dibedakan untuk menunjukkan pasangan arus yang berjalan bersamaan, berlawanan arah, atau menuju arah yang sama.

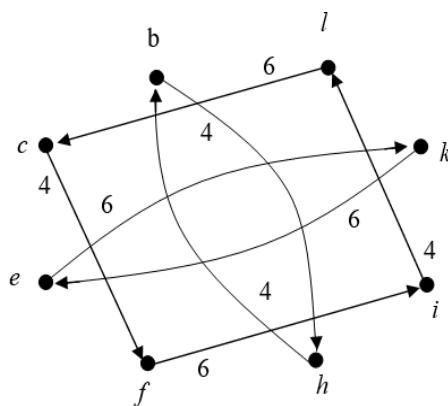


Gambar 6. Graf kompatibel



Gambar 7. Graf kompatibel yang disederhanakan

Tahap berikutnya adalah mengubah graf kompatibel menjadi graf ganda berarah berbobot (Gambar 8) sebagai dasar penentuan prioritas pada proses pembagian waktu sinyal.



Gambar 8. Graf ganda berarah berbobot

## 5.5 Hasil Perhitungan Webster: Waktu Siklus Optimum

Berdasarkan kondisi volume maksimum, hasil perhitungan menunjukkan waktu siklus optimum persimpangan sebesar 149 detik. Sementara pada kondisi volume minimum, waktu siklus optimum yang diperoleh adalah 35 detik. Nilai siklus optimum ini selanjutnya digunakan untuk menghitung waktu hijau efektif dan durasi merah pada tiap fase/pendekat (sesuai pengaturan fase yang dibentuk dari graf).

## 5.6 Evaluasi Efektivitas Durasi Sinyal: Lapangan vs Hasil Optimasi

Hasil evaluasi (Tabel 3) membandingkan durasi sinyal eksisting dengan hasil Webster pada kondisi volume maksimum dan minimum.

**Tabel 3.** Efektifitas durasi lampu lalu lintas di lapangan

Ruas Jalan	Berdasarkan Data Pengamatan di Lapangan			Berdasarkan Metode Webster Data Volume Lalu Lintas Maksimum			Berdasarkan Metode Webster Data Volume Lalu Lintas Minimum		
	M (detik)	K (detik)	H (detik)	M (detik)	K (detik)	H (detik)	M (detik)	K (detik)	H (detik)
	117	5	70	50	5	86	5	5	16
Jl Jendral Soedirman	60	5	53	81	5	54	11	5	10
Jl Letjend Suprapto	50	5	41	50	5	86	5	5	16
Jl Ajibarang-Secang	137	5	22	81	5	54	11	5	10

Keterangan :

 : Warna kuning merupakan data durasi lampu lalu lintas di lapangan yang sudah efektif

 : Warna coklat merupakan data durasi lampu lalu lintas di lapangan yang kurang efektif

Ringkasan temuan utama berdasarkan Tabel 3 menunjukkan bahwa pada pendekat Jl Jendral Soedirman, durasi merah eksisting sebesar 117 detik lebih besar dibandingkan dengan durasi merah hasil optimasi baik pada kondisi volume maksimum (50 detik) maupun minimum (5 detik), sehingga fase merah dinilai kurang efektif. Namun demikian, durasi hijau eksisting sebesar 70 detik masih berada di antara hasil optimasi pada volume maksimum (86 detik) dan minimum (16 detik), sehingga fase hijau pada pendekat ini dinilai relatif efektif. Pada pendekat Jl Ajibarang–Secang, durasi merah eksisting sebesar 137 detik juga berada di luar rentang hasil optimasi, yaitu 81 detik pada volume maksimum dan 11 detik pada volume minimum, sehingga dinilai kurang efektif pada fase merah. Sebaliknya, durasi hijau eksisting sebesar 22 detik masih berada dalam rentang hasil optimasi (54 detik pada volume maksimum dan 10 detik pada volume minimum), sehingga fase hijau dinilai efektif. Sementara itu, pada pendekat Jl Imam Bonjol dan Jl Letjend Suprapto, durasi merah dan hijau eksisting masih berada dalam rentang hasil optimasi pada kondisi volume maksimum dan minimum, sehingga berdasarkan kriteria interval keduanya dinilai lebih efektif dibandingkan dua pendekat sebelumnya.

Secara implikatif, dua pendekat yang “tidak efektif” berada pada durasi merah yang terlalu panjang sehingga berpotensi menambah waktu tunggu dan antrian. Berdasarkan hasil optimasi volume maksimum, penyesuaian paling nyata adalah penurunan merah pada:

- Jl Jendral Soedirman dari 117 → 50 detik (turun 67 detik),
- Jl Ajibarang–Secang dari 137 → 81 detik (turun 56 detik).

## 5 Kesimpulan dan Saran

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pemodelan graf kompatibel dan perhitungan Webster modifikasi pada Persimpangan Sokaraja, diperoleh waktu siklus optimum sebesar 149 detik pada kondisi volume maksimum dan 35 detik pada kondisi volume minimum. Nilai siklus ini menjadi dasar pembagian waktu hijau dan merah pada tiap pendekat/fase sesuai hasil pembentukan fase dari graf kompatibel.

Hasil perbandingan antara pengaturan sinyal eksisting dan hasil optimasi menunjukkan bahwa terdapat dua pendekat dengan durasi merah yang belum optimal, yaitu Jl Jendral Soedirman dan Jl Ajibarang–Secang. Pada kondisi volume lalu lintas maksimum, rekomendasi perubahan yang paling signifikan terjadi pada kedua pendekat tersebut. Pada Jl Jendral Soedirman, pengaturan waktu sinyal merah dan hijau direkomendasikan berubah dari 117/70 detik pada kondisi eksisting menjadi 50/86 detik pada hasil optimasi, yang menunjukkan pengurangan durasi merah disertai peningkatan alokasi waktu hijau. Sementara itu, pada Jl Ajibarang–Secang, durasi merah dan hijau direkomendasikan berubah dari 137/22 detik pada kondisi eksisting menjadi 81/54 detik pada hasil optimasi, yang juga mencerminkan pengurangan durasi merah dan peningkatan alokasi waktu hijau.

Sementara itu, pada Jl Imam Bonjol dan Jl Letjend Suprapto, durasi merah dan hijau eksisting relatif berada dalam rentang hasil optimasi (maksimum–minimum), sehingga dinilai lebih mendekati pengaturan yang efektif berdasarkan kriteria interval yang digunakan. Dengan demikian, optimasi berbasis graf kompatibel dan Webster modifikasi dapat digunakan sebagai dasar rekomendasi penyesuaian waktu sinyal, terutama untuk mengurangi waktu merah yang berlebihan pada pendekat dengan ketidaksesuaian terbesar.

### 5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan berdasarkan hasil penelitian ini adalah agar instansi terkait melakukan penyesuaian pengaturan sinyal dengan mengacu pada hasil optimasi kondisi volume maksimum, terutama pada pendekat yang menunjukkan ketidaksesuaian terbesar seperti Jl Jendral Soedirman dan Jl Ajibarang–Secang, dengan fokus utama pada pengurangan durasi merah dan penyesuaian alokasi waktu hijau sesuai hasil perhitungan. Setelah penyesuaian dilakukan, disarankan adanya uji implementasi lapangan (*trial retiming*) untuk memantau perubahan kinerja simpang melalui indikator sederhana seperti panjang antrian dan waktu tundaan pada tiap pendekat, sehingga hasilnya dapat digunakan untuk penyetelan lanjutan (*fine-tuning*) tanpa mengubah struktur fase yang telah dibentuk. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan pengambilan data dilakukan pada variasi hari yang lebih beragam (hari kerja dan akhir pekan) serta pada beberapa periode pengamatan yang berbeda agar pola volume lalu lintas lebih representatif dan rekomendasi pengaturan sinyal lebih kuat. Selain itu, penelitian berikutnya dapat menambahkan indikator kinerja kuantitatif seperti derajat kejemuhan, tundaan rata-rata, dan panjang antrian, serta melakukan perbandingan dengan metode optimasi lain agar evaluasi efektivitas pengaturan sinyal yang diusulkan menjadi lebih komprehensif.

## 6 Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan dan kontribusi dalam penyusunan penelitian ini. Ucapan terima kasih disampaikan kepada instansi terkait di Kabupaten Banyumas yang telah memberikan izin dan kemudahan dalam pelaksanaan survei lalu lintas di Persimpangan Sokaraja, sehingga proses pengumpulan data dapat berjalan dengan lancar. Selain itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang terlibat dalam kegiatan survei lapangan dan pengolahan data, atas kerja sama dan dedikasi yang diberikan. Semoga hasil penelitian ini dapat memberikan manfaat sebagai bahan pertimbangan dalam evaluasi dan penataan pengaturan sinyal lalu lintas, khususnya di Persimpangan Sokaraja, Kabupaten Banyumas, serta menjadi referensi bagi penelitian selanjutnya di bidang rekayasa lalu lintas.

## 7 Daftar Pustaka

- [1] P. Koonce *et al.*, *Traffic Signal Timing Manual*. Washington, DC: U.S. Department of Transportation Federal Highway Administration, 2008.
- [2] K. Ohno and H. Mine, “Optimal traffic signal settings—II. A refinement of Webster’s method,” *Transportation Research*, vol. 7, no. 3, pp. 269–292, Sep. 1973, doi: 10.1016/0041-1647(73)90018-X.
- [3] A. Verma, G. Nagaraja, C. S. Anusha, and S. K. Mayakuntla, “Traffic Signal Timing Optimization for Heterogeneous Traffic Conditions Using Modified Webster’s Delay Model,” *Transportation in Developing Economies 2018* 4:2, vol. 4, no. 2, pp. 13-, Aug. 2018, doi: 10.1007/S40890-018-0064-2.
- [4] R. F. Sari, H. Cipta, and E. F. Munthe, “Implementasi Algoritma Welch Powell Terhadap Pengaturan Lalu Lintas Persimpangan Jalan Dalam Mengatasi Kemacetan,” *Lebesgue: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika*, vol. 3, no. 3, p. 18, Dec. 2022.
- [5] Monalisa, N. Agusduri, and F. B. Castama, “Penerapan Graf Kompatible Pada Durasi Lampu Lalu Lintas di Simpang Empat Andalas Kota Padang,” *International Journal of Engineering, Economic, Social Politic and Government (IJESPG)*, vol. 1, no. 4, pp. 1–9, 2023.
- [6] O. R. Sikas, G. S. Mada, F. M. A Blegur, A. G. Nabu, and A. History, “Application of graph theory and webster method in traffic light settings at the tulip intersection in kefamenanu city,” *Desimal: Jurnal Matematika*, vol. 6, no. 3, pp. 323–336, Dec. 2023, doi: 10.24042/djm.
- [7] P. Tavakolian, “Optimal Sequencing of Traffic Streams at a Signalized Junction,” Northeastern University, 2011.
- [8] A. J. Calle-Laguna, J. Du, and H. A. Rakha, “Computing optimum traffic signal cycle length considering vehicle delay and fuel consumption,” *Transp Res Interdiscip Perspect*, vol. 3, Dec. 2019, doi: 10.1016/j.trip.2019.100021.
- [9] M. Suyudi, M. Mamat, and A. Talib Bon, “Signal Groups of Clique Compatible Graph in Traffic Control Problems,” in *Proceedings of the*

- International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*, Jul. 2018, pp. 1–8.
- [10] P. Gora *et al.*, “Solving Traffic Signal Setting Problem Using Machine Learning,” *MT-ITS 2019 - 6th International Conference on Models and Technologies for Intelligent Transportation Systems*, Jun. 2019, doi: 10.1109/MTITS.2019.8883380.
- [11] B. Alonso, S. Del Giudice, G. Musolino, and A. Vitetta, “Traffic Signal Setting at Urban Junctions and Fundamental Diagram: A Before–After Study,” *J Adv Transp*, vol. 2025, no. 1, p. 3475935, Jan. 2025, doi: 10.1155/ATR/3475935.
- [12] S. Direktorat Jenderal Bina Marga, P. Direktur di Direktorat Jenderal Bina Marga, P. Kepala Balai Besar, B. Pelaksanaan Jalan Nasional di Direktorat Jenderal Bina Marga, and P. Kepala Satuan Kerja di Direktorat Jenderal Bina Marga, “Direktorat Jenderal Binamarga,” Jakarta Selatan, 2023.
- [13] P. G. Furth, B. Cesme, and T. H. J. Muller, “Lost time and cycle length for actuated traffic signal,” *Transp Res Rec*, no. 2128, pp. 152–160, 2009, doi: 10.3141/2128-16;requestedjournal:journal:trra;page:string:article/chapter.
- [14] R. Yao, H. Zhou, and Y. E. Ge, “Optimizing signal phase plan, green splits and lane length for isolated signalized intersections,” *Transport*, vol. 33, no. 2, pp. 520–535, Jan. 2018, doi: 10.3846/16484142.2017.1297327.
- [15] R. Munir, *Matematika Diskrit*, Edisi ke 4. Bandung: Informatika Bandung, 2010.
- [16] K. H. Rosen, *Discrete Mathematics and its Applications*, 7th ed. New York: McGraw-Hill, 2012.
- [17] R. D. Hardianti, R. Rochmad, and R. Arifudin, “Penerapan Graf Kompatibel Pada Penentuan Waktu Tunggu Total Optimal di Persimpangan Jalan Kaligarang Kota Semarang,” *Unnes Journal of Mathematics*, vol. 2, no. 1, May 2013, doi: 10.15294/UJM.V2I1.1045.
- [18] Y. Farida, A. Fanani, I. Purwanti, L. Wulandari, and N. J. Zaen, “Pemodelan Arus Lalu Lintas dan Waktu Tunggu Total Optimal di Persimpangan Jl. Jemur Andayani – Ahmad Yani Sebagai Upaya Mengurai Kemacetan,” *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, vol. 14, no. 3, pp. 389–398, Oct. 2020, doi: 10.30598/BAREKENG VOL14ISS3PP389-398.
- [19] Monalisa, N. Algusduri, and F. B. Castama, “Penerapan Graf Kompatible Pada Durasi Lampu Lalu Lintas di Simpang Empat Andalas Kota Padang,” *International Journal of Engineering, Economic, Social Politic and Government (IJESPG)*, vol. 1, no. 4, pp. 72–80, 2023.

# Analisis dan Simulasi Model Matematika SIRC pada Dinamika Penyakit Diabetes Mellitus dengan Komplikasi

Awawin Mustana Rohmah<sup>1</sup>, Alvina Wiliyanti<sup>2</sup>, Mohammad Syaiful Pradana<sup>3</sup>,  
Siti Alfiatur Rohmaniah<sup>4</sup>, Rifky Ardhana Kisno Saputra<sup>5</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Darul Ulum

<sup>5</sup>Manajemen, Fakultas Ekonomi dan Bisnis, Universitas Islam Darul Ulum

[awawin.emer@unisda.ac.id](mailto:awawin.emer@unisda.ac.id)

**Abstract.** Diabetes is a global health problem with a continuously increasing prevalence, adversely affecting quality of life and increasing the risk of health complications. This study applies the SIRC mathematical model to describe the temporal dynamics of diabetes, with model parameters calibrated using recent data. System stability is analyzed using the Jacobian method to determine equilibrium points and system behavior. The results indicate a high incidence of disease and complications, while the recovery rate remains relatively low. The basic reproduction number ( $R_0$ ) of 1.6483 suggests that the disease still has the potential to spread. Furthermore, the equilibrium point  $E_1$  is found to be unstable due to the presence of positive eigenvalues. This study provides important insights into diabetes dynamics that may support effective health management strategies.

**Keywords:** SIRC Model, Basic Reproduction Number, Diabetes Mellitus

**Abstrak.** Diabetes merupakan masalah kesehatan global yang terus meningkat dan berdampak pada kualitas hidup serta risiko komplikasi kesehatan. Penelitian ini menerapkan model matematika SIRC untuk menggambarkan dinamika diabetes seiring waktu dengan penyesuaian parameter berdasarkan data terkini. Analisis kestabilan sistem dilakukan menggunakan metode Jacobian untuk menentukan titik keseimbangan dan perilaku sistem. Hasil analisis menunjukkan tingginya kejadian penyakit dan komplikasi, sementara tingkat pemulihan relatif rendah. Nilai bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) sebesar 1,6483 mengindikasikan bahwa penyakit masih berpotensi menyebar. Selain itu, titik keseimbangan  $E_1$  dinyatakan tidak stabil karena memiliki nilai eigen positif. Penelitian ini memberikan gambaran penting mengenai dinamika diabetes yang dapat mendukung upaya pengelolaan kesehatan.

**Kata Kunci:** Model SIRC, Bilangan Reproduksi Dasar, Diabetes Mellitus

## 1 Pendahuluan

Diabetes merupakan salah satu penyakit kronis yang menjadi perhatian utama dalam bidang kesehatan global karena jumlah penderitanya terus meningkat dari tahun ke tahun. Penyakit ini tidak hanya menurunkan kualitas hidup penderita, tetapi juga berpotensi menimbulkan berbagai komplikasi serius yang berdampak pada kondisi kesehatan jangka panjang. Oleh karena itu, pemahaman yang baik

mengenai pola perkembangan diabetes dan komplikasinya sangat diperlukan sebagai dasar dalam perencanaan strategi pengelolaan penyakit yang efektif.

Pendekatan pemodelan matematika menjadi salah satu metode yang dapat digunakan untuk menggambarkan dinamika penyakit secara sistematis [1]. Melalui pemodelan ini, perubahan jumlah individu dalam setiap kelompok kondisi kesehatan dapat dianalisis dari waktu ke waktu. Salah satu model yang dapat digunakan adalah model SIRC, yang membagi populasi ke dalam kelompok rentan, terinfeksi, pulih, dan individu dengan komplikasi [2]. Model ini memungkinkan analisis hubungan antar kelompok serta dampak komplikasi terhadap perkembangan penyakit secara keseluruhan. Beberapa penelitian yang membahas tentang pemodelan penyakit ini adalah [3]

Dalam penelitian ini, model SIRC diterapkan untuk menggambarkan dinamika diabetes dengan mempertimbangkan data terkini. Parameter model disesuaikan agar mampu merepresentasikan kondisi nyata, sehingga hasil analisis yang diperoleh lebih relevan secara praktis. Selain itu, analisis kestabilan sistem dilakukan menggunakan pendekatan Jacobian untuk menentukan titik keseimbangan dan perilaku sistem di sekitar titik tersebut.

Hasil analisis menunjukkan bahwa kejadian diabetes dan komplikasi cenderung lebih dominan dibandingkan dengan tingkat pemulihan. Nilai bilangan reproduksi dasar yang lebih besar dari satu mengindikasikan bahwa penyakit masih berpotensi untuk terus berkembang. Kondisi ini diperkuat oleh hasil analisis kestabilan yang menunjukkan bahwa titik keseimbangan endemik bersifat tidak stabil. Temuan ini memberikan gambaran penting mengenai dinamika diabetes dan dapat menjadi dasar dalam pengambilan kebijakan serta perencanaan strategi pengelolaan kesehatan yang lebih efektif.

## 2 Metodologi Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan pemodelan matematika untuk menganalisis dinamika penyakit diabetes beserta perkembangan komplikasinya. Tahap awal penelitian dilakukan melalui studi literatur terhadap berbagai sumber ilmiah yang membahas pemodelan matematika pada penyakit kronis, khususnya model dinamik yang merepresentasikan transisi kondisi klinis dari diabetes menuju fase komplikasi. Studi literatur ini bertujuan untuk memperoleh dasar teoritis dalam penyusunan struktur model, penentuan asumsi, serta pemilihan parameter yang relevan.

Model matematika yang digunakan dalam penelitian ini diformulasikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa dengan pendekatan SIRC, di mana populasi dibagi ke dalam empat kompartemen, yaitu individu rentan (*Susceptible*), individu dengan diabetes (*Infected*), individu dalam fase pemulihan atau pengendalian penyakit (*Recovered*), serta individu yang mengalami komplikasi (*Complication*) [4][5]. Model ini dirancang untuk menggambarkan interaksi antar kompartemen dan alur perpindahan individu seiring waktu, sehingga dinamika perkembangan penyakit dapat dianalisis secara sistematis.

Selanjutnya, dilakukan analisis titik kesetimbangan sistem yang meliputi titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Penentuan titik kesetimbangan ini bertujuan untuk mengidentifikasi kondisi jangka panjang dari sistem, baik ketika penyakit tidak berkembang maupun ketika penyakit bertahan

dalam populasi. Untuk menilai kestabilan masing-masing titik kesetimbangan, matriks Jacobian dari sistem dihitung dan dievaluasi pada titik-titik tersebut. Nilai eigen yang diperoleh dari matriks Jacobian digunakan sebagai dasar dalam menentukan sifat kestabilan sistem[6][7].

Selain itu, bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) dihitung sebagai indikator utama potensi penyebaran penyakit dalam populasi. Nilai  $R_0$  digunakan untuk mengevaluasi apakah diabetes berpotensi berkembang atau cenderung menurun dalam jangka panjang berdasarkan parameter yang digunakan dalam model [8].

Tahap akhir penelitian dilakukan melalui simulasi numerik untuk menggambarkan perilaku solusi sistem dari waktu ke waktu. Simulasi ini bertujuan untuk memvisualisasikan dinamika setiap kompartemen serta mendukung hasil analisis analitik yang telah diperoleh. Hasil simulasi kemudian diinterpretasikan untuk memberikan pemahaman yang lebih komprehensif mengenai dinamika diabetes dan komplikasinya, serta implikasinya terhadap upaya pengelolaan dan pengendalian penyakit.

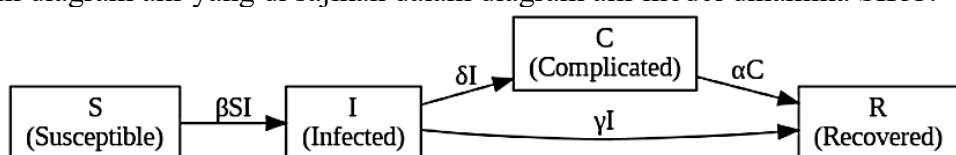
### 3 Hasil dan Pembahasan

Model SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*) penambahan kategori C yaitu (*Complication*) adalah salah satu model matematika dasar yang digunakan untuk mempelajari penyebaran penyakit menular dalam populasi. Model SIR membagi populasi menjadi empat kompartemen utama yaitu: *Susceptible (S)* Individu yang rentan terhadap penyakit atau kondisi medis tertentu dan dapat terinfeksi atau membutuhkan pengobatan. *Infected (I)* Individu yang terinfeksi atau sedang dalam proses pengobatan. *Recovered (R)* Individu yang telah sembuh atau stabil setelah mendapatkan pengobatan. *Complication (C)* Individu yang mengalami diabetes dengan komplikasi penyakit lain. Adapun nilai-nilai parameter yang digunakan dalam model ini diperoleh berdasarkan data historis pasien di salah satu rumah sakit Lamongan dan referensi literatur terkait. Parameter-parameter yang ditentukan antara lain:

**Tabel 1.** Kerangan Parameter

Pernyataan	Simbol
Laju perpindahan pasien dari kelompok susceptible ke infected	$\beta$
Laju pemulihan pasien dari kelompok infected menjadi recovered	$\gamma$
Laju perkembangan pasien dari kelompok infected ke kelompok komplikasi	$\delta$
Laju kesembuhan dari kelompok komplikasi	$\alpha$

Secara sistematis, dinamika transmisi penyakit diabetes mellitus di deskripsikan dalam diagram alir yang di sajikan dalam diagram alir model dinamika SIRC.



**Gambar 1.** Diagram Alir SIRC

Berdasarkan gambar 1. Di peroleh persamaan diferensial non linier dari model SIRC pada dinamika penyakit diabetes sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= -\beta SI \\
 \frac{dR}{dt} &= \gamma I + \alpha C \\
 \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I + \delta I \\
 \frac{dC}{dt} &= \delta I - \alpha C
 \end{aligned} \tag{1}$$

### 1. Titik Kesetimbangan Bebas Infeksi

Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah kondisi ketika tidak terdapat individu yang terinfeksi maupun mengalami komplikasi, yaitu  $I = 0$  dan  $C = 0$ . Untuk menentukan titik ini, sistem persamaan diferensial model SIRC dianalisis pada kondisi tersebut[3]. Model SIRC yang diberikan yaitu pada persamaan (1).

Titik kesetimbangan bebas infeksi ( $E_1$ ) menggambarkan keadaan ketika tidak terdapat individu yang terinfeksi maupun mengalami komplikasi, yaitu  $I = 0$  dan  $C = 0$ . Dengan di subtitusikan nilai tersebut ke dalam sistem, diperoleh  $E_1 = S_1, I, C, R = (S, 0, 0, 0)$ .

### 2. Titik Kesetimbangan Endemik

Titik kesetimbangan endemik menggambarkan keadaan sistem ketika penyakit tetap ada dalam populasi, yaitu ketika jumlah individu dalam setiap kompartemen berada dalam kondisi stabil (tidak berubah terhadap waktu), namun terdapat sejumlah individu yang masih terinfeksi ( $I > 0$ ) dan juga mengalami komplikasi ( $C > 0$ )

Untuk menentukan titik ini, sistem persamaan diferensial model SIRC dianalisis pada kondisi:

$$\frac{dS}{dt}, \frac{dI}{dt}, \frac{dR}{dt}, \frac{dC}{dt} = 0 \tag{2}$$

Model SIRC yang diberikan oleh sistem persamaan (1) dengan mensubtitusikan syarat kesetimbangan.

$$\frac{dS}{dt} = 0, \text{ di peroleh: } -\beta SI = 0 \Rightarrow S = 0 \text{ atau } I = 0$$

Karena yang dicari adalah titik kesetimbangan endemik, maka  $I \neq 0$ , sehingga  $S_2 = \frac{\gamma + \delta}{\beta}$

$$\frac{dC}{dt} = 0, \text{ diperoleh: } \delta I - \alpha C = 0 \Rightarrow C = \frac{\delta}{\alpha} I$$

$$\frac{dR}{dt} = 0, \text{ Karena nilai } C = \frac{\delta}{\alpha} I, \text{ maka di peroleh } \frac{dR}{dt} = \gamma I + \alpha \left( \frac{\delta}{\alpha} \right) I = (\alpha + \delta) I$$

Persamaan ini secara otomatis akan terpenuhi dengan hubungan antara  $C$  dan  $I$ , maka bentuk umum dari titik kesetimbangan bebas endemik sebagai berikut:  $E_2 = S_2, I_2, R_2, C_2 = \frac{\gamma + \delta}{\beta}, I, R, \left( \frac{\delta}{\alpha} \right) I$

### 3. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) merupakan parameter kunci dalam epidemiologi matematika yang menyatakan rata-rata jumlah individu yang dapat

terinfeksi langsung oleh satu individu terinfeksi dalam populasi yang sepenuhnya rentan (susceptible). Nilai ( $R_0$ ) berperan penting dalam menentukan apakah suatu penyakit akan punah atau bertahan di dalam suatu populasi.

Untuk model SIRC yang digunakan dalam penelitian ini, perhitungan ( $R_0$ ) dilakukan dengan menggunakan Metode Next Generation Matrix (NGM), yang dikembangkan oleh Diekmann, Heesterbeek, dan Roberts. Metode ini memfokuskan pada kompartemen yang secara langsung menyumbang pada penyebaran infeksi, yaitu kompartemen Infected ( $I$ ) dan Complicated ( $C$ ).

Dengan definisi vektor status infeksi sebagai  $x = \begin{bmatrix} I \\ C \end{bmatrix}$ , yang memuat dua kompartemen. Selanjutnya, ditentukan laju infeksi baru yang masuk ke dalam kompartemen infeksi. Hanya kompartemen  $I$  yang menerima individu baru akibat penularan langsung dari kelompok rentan ( $S$ ). Laju ini dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai  $F(x) = \begin{bmatrix} \beta SI \\ 0 \end{bmatrix}$

diturunkan menjadi bentuk matriks Jacobian dari  $F$  terhadap  $x$  yaitu  $F = \begin{bmatrix} \beta S_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  dengan  $S_0$  adalah nilai awal populasi rentan.

Selanjutnya, ditentukan laju transisi keluar dari status infeksi, yang terdiri dari perpindahan individu dari kompartemen  $I$  ke  $R$  dan  $C$ , serta dari  $C$  ke  $R$ . Laju transisi ini dituliskan sebagai:

$$V(x) = \begin{bmatrix} (\gamma + \delta)I \\ -\delta I + \alpha C \end{bmatrix}$$

Yang diturunkan terhadap matriks Jacobian terhadap  $x$

$$V(x) = \begin{bmatrix} \gamma + \delta & 0 \\ -\delta & \alpha \end{bmatrix}$$

$$V^{-1} = \frac{1}{(\gamma + \delta)\alpha} \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ \delta & \gamma + \delta \end{bmatrix}$$

$$FV^{-1} = \frac{1}{(\gamma + \delta)\alpha} \begin{bmatrix} \beta S_0 \alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Bilangan reproduksi ( $R_0$ ) diperoleh dengan mengambil nilai eigen terbesar dari matriks  $FV^{-1}$ . Dalam hal ini nilai eigen terbesar adalah

$$R_0 = \frac{\beta S_0}{\gamma + \delta}$$

Hasil ini memberikan interpretasi penting terhadap dinamika penyakit. Jika  $R_0 < 1$ , maka penyakit cenderung akan punah karena satu individu tidak mampu menularkan infeksi ke lebih dari satu individu lain. Sebaliknya, jika  $R_0 > 1$ , maka penyakit berpotensi menyebar secara luas di populasi dan menjadi endemik.

#### 4. Analisis Titik Kesetimbangan

Model dinamika penyebaran penyakit yang digunakan dalam penelitian ini merupakan sistem persamaan diferensial nonlinier (1) sistem ini melibatkan interaksi nonlinier antar kompartemen, khususnya pada suku  $\beta SI$ , sehingga untuk

menganalisis kestabilan titik kesetimbangan diperlukan proses pelinearisasi. Pelinearisasi dilakukan dengan menghitung matriks Jacobian dari sistem.

Matriks Jacobian  $J$  disusun dari turunan parsial fungsi-fungsi laju perubahan terhadap setiap variabel keadaan. Berdasarkan sistem di atas, diperoleh:

$$J(S, I, R, C) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S} & \frac{\partial f_1}{\partial I} & \frac{\partial f_1}{\partial R} & \frac{\partial f_1}{\partial C} \\ \frac{\partial f_2}{\partial S} & \frac{\partial f_2}{\partial I} & \frac{\partial f_2}{\partial R} & \frac{\partial f_2}{\partial C} \\ \frac{\partial f_3}{\partial S} & \frac{\partial f_3}{\partial I} & \frac{\partial f_3}{\partial R} & \frac{\partial f_3}{\partial C} \\ \frac{\partial f_4}{\partial S} & \frac{\partial f_4}{\partial I} & \frac{\partial f_4}{\partial R} & \frac{\partial f_4}{\partial C} \end{bmatrix}$$

Hitung turunan parsial:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\beta SI & \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I - \delta I & \frac{dC}{dt} &= \delta I - \alpha C \\ \frac{f_1}{\partial S} &= -\beta I & \frac{f_2}{\partial S} &= -\beta I & \frac{f_3}{\partial S} &= 0 \\ \frac{f_1}{\partial I} &= -\beta S & \frac{f_2}{\partial I} &= \beta S - \gamma - \delta & \frac{f_3}{\partial I} &= \delta \\ \frac{f_1}{\partial C} &= 0 & \frac{f_2}{\partial C} &= 0 & \frac{f_3}{\partial C} &= -\alpha \end{aligned}$$

Namun karena fokus hanya pada kompartemen  $S, I, C$ , maka submatriks Jacobian yang relevan dituliskan sebagai:

$$J = \begin{bmatrix} -\beta I & -\beta S & 0 \\ \beta I & \beta S - \gamma - \delta & 0 \\ 0 & \delta & -\alpha \end{bmatrix} \quad (3)$$

Subtitusi nilai  $E_1 = (S, 0, 0, 0)$  kedalam matriks pada persamaan (3) sehingga diperoleh:

$$JE_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\beta S_0 & 0 \\ 0 & \beta S_0 - \gamma - \delta & 0 \\ 0 & \delta & -\alpha \end{bmatrix}$$

Matriks ini berbentuk segitiga bawah sehingga nilai eigen dapat langsung diperoleh dari elemen diagonal, yaitu:

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \beta S_0 - \gamma - \delta, \lambda_3 = -\alpha$$

Berdasarkan nilai eigen tersebut, kestabilan lokal titik kesetimbangan bebas infeksi ditentukan oleh tanda dari  $\lambda_2$ . Titik  $E_1$  akan bersifat stabil asimiotik lokal apabila:

$$\beta S_0 - \gamma - \delta < 0 \Rightarrow \beta S_0 < \gamma + \delta$$

Sebaliknya, jika  $\beta S_0 > \gamma + \delta$ , maka terdapat satu nilai eigen positif sehingga  $E_1$  bersifat tidak stabil, yang menunjukkan bahwa penyakit dapat menyebar di populasi. Selanjutnya model matematika SIRC akan dilakukan simulasi dengan menggunakan google collab.

## 5. Simulasi Numerik

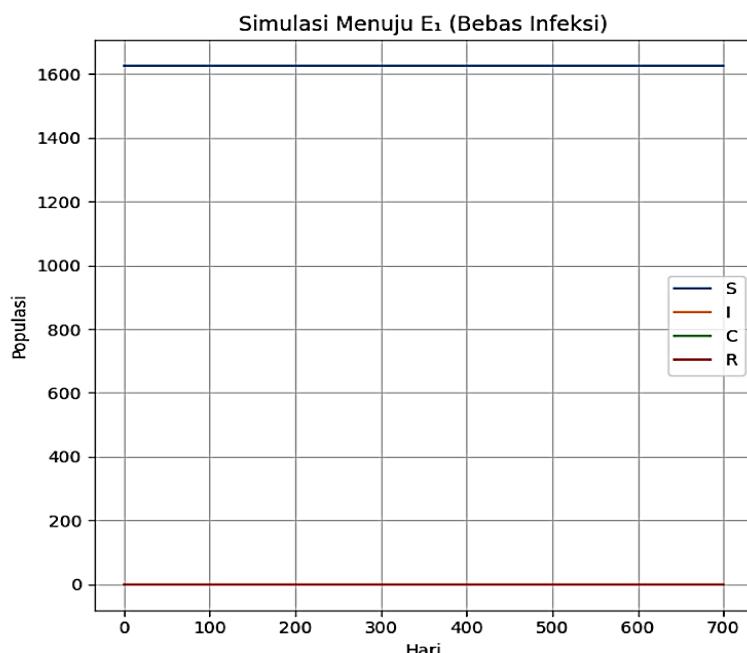
Berdasarkan data historis jumlah pasien diabetes dari salah satu instansi kesehatan di kabupaten Lamongan selama tahun 2024, dilakukan proses estimasi parameter untuk model SIRC. Estimasi ini bertujuan untuk menentukan laju transisi

antar kompartemen dalam model, sehingga dapat menggambarkan dinamika penyebaran penyakit secara lebih akurat. Proses estimasi dilakukan dengan pendekatan perhitungan selisih antar bulan pada masing-masing kompartemen (S, I, R, dan C), kemudian disesuaikan dengan bentuk persamaan diferensial model SIRC.

**Tabel 2.** Estimasi Parameter

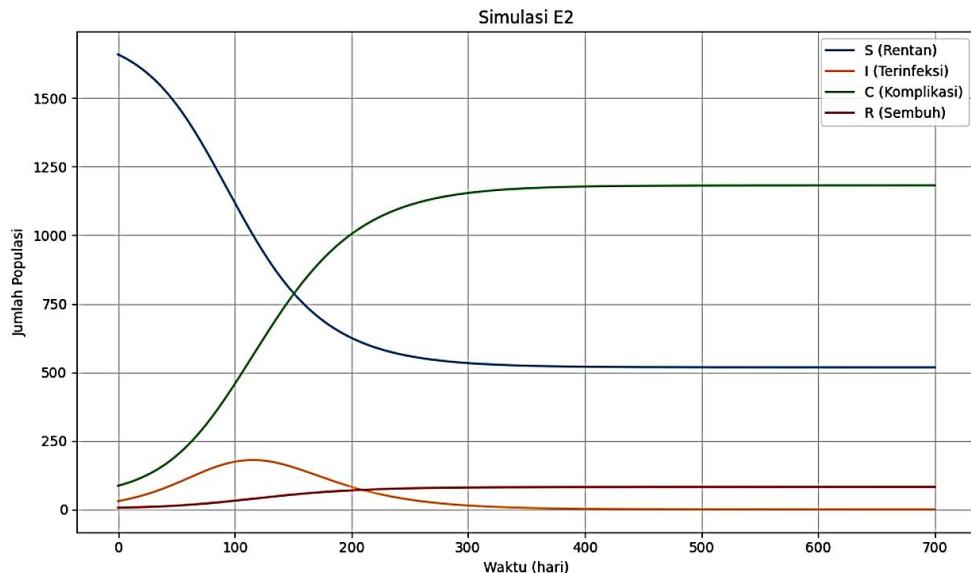
Pernyataan	Nilai
Laju perpindahan pasien dari kelompok susceptible ke infected ( $\beta$ )	0.00004
Laju pemulihan pasien dari kelompok infected menjadi recovered ( $\gamma$ )	0.0026
Laju perkembangan pasien dari kelompok infected ke kelompok komplikasi ( $\delta$ )	0.3766
Laju kesembuhan dari kelompok komplikasi ( $\alpha$ )	0.0000001

Hasil estimasi menunjukkan bahwa laju penularan ( $\beta = 0.00004$ ) dan kesembuhan dari infeksi ( $\gamma = 0.0026$ ) sangat rendah, sedangkan laju komplikasi tinggi ( $\delta = 0.3766$ ) dan kesembuhan dari komplikasi hampir nol ( $\alpha = 0.0000001$ ). Artinya, meskipun penyebaran lambat, risiko komplikasi sangat besar dan peluang sembuh setelah komplikasi sangat kecil. Intervensi sebaiknya difokuskan pada pencegahan awal dan peningkatan pengobatan komplikasi.



**Gambar 1.** Grafik Simulasi Titik Kesetimbangan Bebas Infeksi

Simulasi menuju titik kesetimbangan bebas infeksi  $E_1 = (S, 0, 0, 0)$  menunjukkan bahwa seluruh populasi tetap berada dalam kondisi rentan. Nilai S konstan tinggi, sedangkan I, C, dan R tetap nol selama 700 hari. Artinya, tidak terjadi infeksi, komplikasi, maupun kesembuhan menandakan sistem stabil tanpa penyebaran penyakit.



**Gambar 2.** Grafik Simulasi Titik Kesetimbangan Endemik

Simulasi endemik ( $E_2$ ) menunjukkan dinamika model SIRC selama 700 hari menuju titik kesetimbangan endemik  $E_2 = [S, I, C, R] = [520, 0, 1150, 30]$ . Jumlah rentan (S) menurun dan stabil di kisaran 500 – 600, infeksi aktif (I) sempat naik lalu turun hingga nol, komplikasi (C) terus meningkat dan menetap di atas 1100, sedangkan sembuh (R) naik perlahan dan tetap rendah. Hasil ini mencerminkan bahwa meskipun infeksi berhasil ditekan, dampak jangka panjang berupa komplikasi tetap mendominasi sistem.

Bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) dalam model SIRC menunjukkan potensi satu individu dalam fase infeksi menyebabkan peningkatan kasus komplikasi dalam populasi rentan. Nilai  $R_0$  dihitung sebagai:

$$R_0 = \frac{\beta S_0}{\gamma + \delta}$$

$$R_0 = \frac{0.00004 \cdot 1659}{0.03766 + 0.0026} = \frac{0.06636}{0.04026} \approx 1.6483$$

Nilai ini berarti bahwa satu individu dalam fase infeksi berpotensi mendorong perburukan kondisi pada lebih dari satu orang lain. Meskipun diabetes bukan penyakit menular,  $R_0 > 1$  menunjukkan risiko komplikasi tetap tinggi dan penyakit berpotensi berkembang secara endemik akibat buruknya pengelolaan penyakit atau keterlambatan intervensi. Untuk menghentikan siklus ini, diperlukan strategi pencegahan dan pengobatan yang efektif guna menurunkan  $R_0$  di bawah 1.

Analisis kestabilan titik  $E_1$  dilakukan dengan mengevaluasi matriks Jacobian model SIRC pada kondisi tanpa infeksi dan komplikasi. Hasil perhitungan menghasilkan nilai eigen  $\lambda = [0,0,0,0,283]$ . Tiga nilai nol menunjukkan arah netral, sedangkan satu nilai positif (0,283) menandakan adanya ketidakstabilan lokal. Karena terdapat nilai eigen positif, titik  $E_1$  dinyatakan tidak stabil, sehingga sistem akan bergerak menjauh dari kondisi bebas penyakit dan cenderung menuju titik kesetimbangan endemik  $E_2$  jika terganggu sedikit saja, misalnya oleh satu kasus infeksi baru.

## 4 Kesimpulan

Penelitian ini menunjukkan bahwa model matematika SIRC efektif dalam merepresentasikan dinamika perkembangan diabetes dengan komplikasi melalui pembagian populasi ke dalam empat kompartemen klinis. Hasil estimasi parameter mengindikasikan laju penularan yang rendah, namun disertai laju komplikasi yang tinggi dan tingkat pemulihan dari komplikasi yang sangat rendah. Analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik keseimbangan bebas penyakit bersifat tidak stabil, sehingga sistem mudah bergerak menuju kondisi endemik. Simulasi jangka panjang memperlihatkan kecenderungan sistem menuju titik kesetimbangan endemik yang didominasi oleh kasus komplikasi. Nilai bilangan reproduksi dasar  $R_0=1,6483$  menegaskan bahwa penyakit masih berpotensi berkembang tanpa intervensi yang memadai. Oleh karena itu, model SIRC dapat digunakan sebagai alat kuantitatif pendukung dalam perencanaan strategi pengelolaan dan pencegahan komplikasi diabetes.

## 5 Daftar Pustaka

- [1] Rohmah, Awawin Mustana; rifky ardhana, “Pengendalian Optimal Model Penyakit,” *J. Ilm. Teknosains*, vol. 5, no. 2, pp. 117–121, 2019.
- [2] R. Febriyanti, B. Prihandono, and M. Kiftiah, “Analisis Dinamik Model SIRC pada Transmisi Hepatitis B dengan Sirosis Hati,” *EULER J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 11, no. 2, 2023.
- [3] A. M. ; Rohmah and D. Rahmalia, “SEIR model simulation on the spreading of Ebola virus between two regions,” *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1, 2021.
- [4] S. Syafruddin, W. Sanusi, and N. A. Bohari, “Pemodelan Matematika SEIR Penyebaran Penyakit Pneumonia pada Balita dengan Pengaruh Vaksinasi di Kota Makassar,” *JMathCos (Journal Math. Comput. Stat.)*, vol. 4, no. 1, 2021.
- [5] N. Suniantara, I. G. N. G. A., Gunantara and M. Sudarma, “Analisis Penyebaran COVID-19 Menggunakan Model SIR (Susceptible, Infected, Recovered) di Provinsi Bali,” *J. Mat.*, vol. 9, no. 2, 2023.
- [6] A. M. Rohmah and D. Rahmalia, “Penyelesaian positif model penyebaran virus ebola antar dua wilayah,” *J. Mat. Univ. Udayana*, vol. 2, no. 10, pp. 44–52, 2020.
- [7] F. A. Kusumo, N. . Susyanto, I. Endrayanto, and A. Tameliala, “Model Berbasis SIR dalam Prediksi Awal Penyebaran COVID-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY),” *J. Mat. Thales*, vol. 2, no. 1, 2020.
- [8] D. Rahmalia and A. M. Rohmah, “Optimal control and sensitivity analysis of infectious disease spread in two regions using quarantine and treatment,” in *AIP Conference Proceedings*, AIP Publishing LLC, 2022, p. 020017.