

Aplikasi Petrinet Pada Sistem Antrian Servis Produk Barang

Ahmad Afif¹

¹Institut Ilmu Kesehatan Bhakti Wiyata Kediri, ahmad.afif@iik.ac.id

Abstract. Queueing systems are a critical element in the operational management of service processes for goods, such as repairs, warranty claims, or product replacements. Efficient queue management can enhance productivity, reduce customer waiting times, and provide a better service experience. This study aims to apply petri nets to model the queueing system for product service processes. The resulting model, comprising five places and six transitions, was evaluated through simulation using the PIPE software and further analyzed with max-plus algebra. This analysis produced matrix equations capable of estimating service times and the duration of the queueing process until completion, thereby expected to improve the efficiency and quality of service in the queueing system.

Keywords: petri net, product service, PIPE

Abstrak. Sistem antrian merupakan elemen penting dalam manajemen operasional layanan servis produk barang, seperti perbaikan, klaim garansi, atau penggantian produk. Pengelolaan antrian yang efisien dapat meningkatkan produktivitas, mengurangi waktu tunggu pelanggan, dan memberikan pengalaman layanan yang lebih baik. Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan petri net dalam memodelkan sistem antrian layanan servis produk barang. Model yang dihasilkan dengan 5 place dan 6 transisi, dievaluasi melalui simulasi menggunakan program PIPE dan dianalisis lebih lanjut dengan aljabar max-plus. Analisis ini menghasilkan persamaan matriks yang dapat memperkirakan waktu pelayanan dan durasi proses antrian hingga selesai, sehingga diharapkan dapat meningkatkan efisiensi dan kualitas layanan dalam sistem antrian tersebut.

Kata Kunci: petri net, servis produk barang, PIPE

1. Pendahuluan

Sistem antrian merupakan salah satu elemen penting dalam manajemen operasional, khususnya dalam layanan servis produk barang. Pelayanan produk barang seperti layanan perbaikan, klaim garansi, atau penggantian produk memerlukan pengelolaan antrian yang efisien sehingga dapat meningkatkan produktivitas, mengurangi waktu tunggu pelanggan, dan memastikan pengalaman layanan yang lebih baik. Pengelolaan antrian yang baik tidak hanya meningkatkan kepuasan pelanggan tetapi juga mendukung efektivitas operasional perusahaan. Menurut [1] antrian terjadi ketika kebutuhan akan layanan melebihi kapasitas fasilitas pelayanan yang tersedia. Dalam situasi ini, pelanggan yang datang tidak dapat langsung dilayani karena seluruh fasilitas atau petugas layanan sedang sibuk melayani pelanggan lain [1]. Hal ini biasanya disebabkan oleh ketidakseimbangan

antara permintaan layanan dengan sumber daya yang tersedia untuk memproses permintaan tersebut.

Untuk mengoptimalkan sistem antrian, diperlukan pendekatan analitis yang dapat memodelkan dan menganalisis alur proses secara mendetail. Salah satu metode yang efektif dalam memodelkan sistem antrian adalah petri net. Petri net merupakan alat untuk menggambarkan model sistem secara grafis, sehingga mempermudah visualisasi dan pemahaman, terutama untuk sistem yang kompleks [2]. Model petri net adalah salah satu alat yang digunakan untuk memodelkan sistem *event* diskrit. Elemen-elemen dalam petri net seperti *place*, transisi, dan token memberikan gambaran intuitif mengenai status dan dinamika sistem. Selanjutnya, untuk memudahkan implementasi dan analisis sistem, petri net dapat dapat direpresentasikan dalam dua matriks yang disebut *backward incidence* dan *forward incidence*. Kedua matriks ini masing masing berukuran $n \times m$ dengan n adalah banyaknya *place* dan m banyaknya transisi [3].

Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan petri net dalam memodelkan sistem antrian layanan servis produk barang. Model yang telah dibuat dievaluasi kinerjanya melalui simulasi menggunakan program PIPE dan selanjutnya dilakukan pembentukan model matematis sistem menggunakan aljabar max-plus. Penelitian ini memperluas penerapan petri net yang telah dilakukan penulis dalam berbagai bidang, seperti antrian pelayanan farmasi [4], rantai pasok pada sistem produksi [5], dan antrian servis handphone [6]. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan wawasan baru dalam mengelola sistem antrian di layanan servis produk barang dengan meningkatkan efisiensi dan kualitas layanan.

2. Metode Penelitian

Metode penelitian ini terdiri dari beberapa tahapan, yaitu

i. Pengumpulan data

Tahap ini mencakup studi literatur mengenai proses pelayanan, kapasitas sumber daya, dan perilaku sistem untuk mendukung pemodelan dan simulasi sistem layanan.

ii. Pemodelan sistem menggunakan petri net

Sistem dianalisis dan dimodelkan menggunakan petri net untuk merepresentasikan alur kerja layanan servis. Pemodelan ini mencakup proses antrean hingga barang pengguna mulai diservis.

iii. Simulasi dan evaluasi sistem

Model yang telah dibuat dievaluasi kinerjanya melalui simulasi menggunakan program PIPE (*Platform Independent Petri net Editor*).

iv. Pemodelan sistem menggunakan aljabar max-plus

Tahap ini melibatkan pembentukan model matematis sistem menggunakan aljabar max-plus.

Proses layanan servis dirancang untuk merepresentasikan alur kerja pengguna yang mengantre hingga barang mereka diterima untuk diperbaiki dengan asumsi sebagai berikut:

- Jumlah pengguna layanan dianggap tidak terbatas, yang berarti kedatangan pengguna berlangsung secara kontinu.

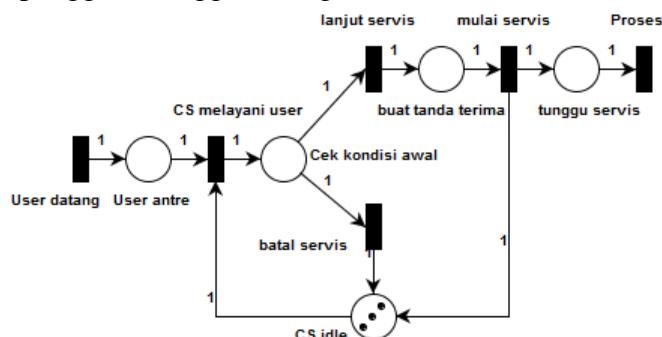
- b. Jumlah CS (*Customer Service*) yang tersedia untuk melayani pengguna dalam kondisi idle terbatas pada 3 orang.

3. Hasil dan Pembahasan

Penelitian ini berfokus pada kondisi sederhana yang sering ditemui dalam layanan servis produk, dengan asumsi bahwa suku cadang atau komponen yang diperlukan telah tersedia sebelumnya di gudang. Hal ini mencerminkan situasi umum dalam sistem manajemen persediaan yang mendukung proses perbaikan secara efisien. Proses layanan servis dapat direpresentasikan dalam petri net untuk memodelkan alur pelayanan sebagai berikut:

- i. User datang
- ii. User masuk ke dalam antrean
- iii. CS yang idle memanggil nomor antrean
- iv. CS mengecek kondisi awal barang user yang akan diservis
- v. Keputusan user (lanjut atau batal)
 - Jika user batal servis, CS kembali idle.
 - Jika user melanjutkan servis, CS membuat tanda terima servis.
- vi. Membuat tanda terima servis sebagai bukti barang diterima.
- vii. Barang diproses untuk diservis, dan setelah selesai, CS kembali idle.

Berikut adalah pembentukan model petri net dengan bantuan PIPE yang merepresentasikan alur pelayanan servis barang. Model ini menunjukkan proses dari kedatangan pengguna hingga barang selesai diservis.



Dari model petri net tersebut, bila direpresentasikan terhadap matriks, akan diperoleh matriks *backward incidence* dan matriks *forward incidence* sebagai berikut:

$$A_b = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } A_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

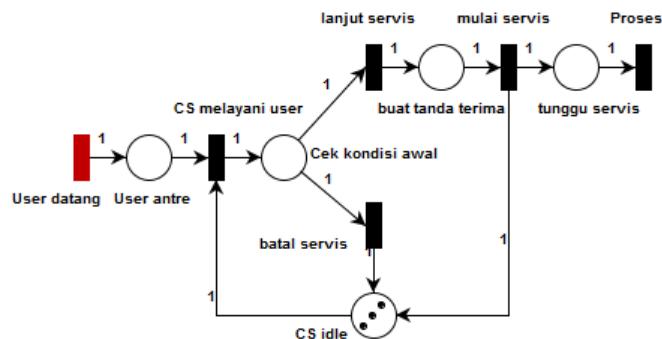
Matriks *incidence* merupakan selisih antara *forward incidence* dan *backward incidence*, yaitu $A = A_f - A_b$

$$\begin{aligned} A &= A_f - A_b \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

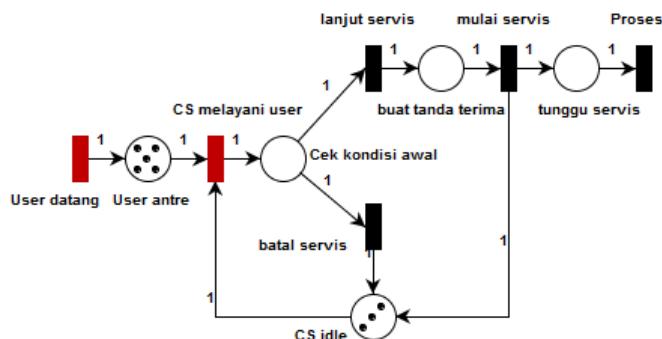
$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Dari matriks-matriks tersebut, kita bisa mencari proses pem-fire-annya. Jika disimulasikan dengan PIPE akan tampak seperti berikut:

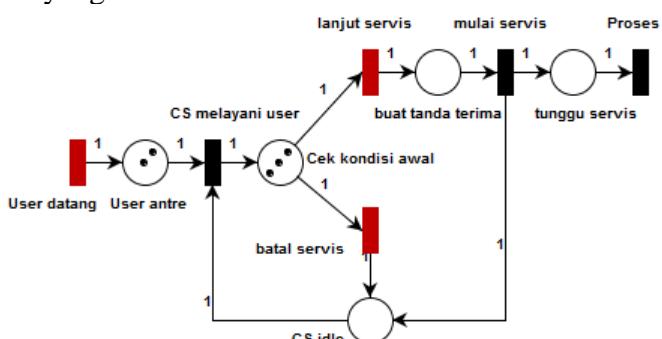
- Keadaan awal sistem dimana antrian yang datang tidak dibatasi



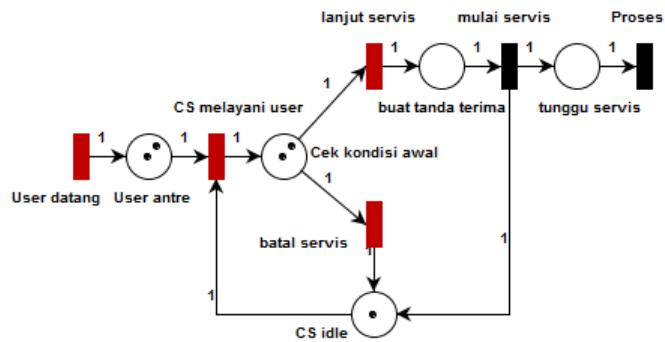
- Kemudian datang 5 user yang sedang mengantre



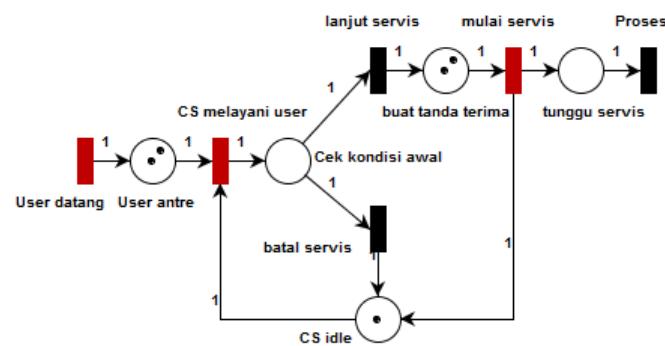
- Karena CS yang idle hanya 3 orang, maka CS dapat melayani 3 user yang sedang mengantre, sedangkan 2 user sisanya menunggu CS yang sedang melayani user yang lain



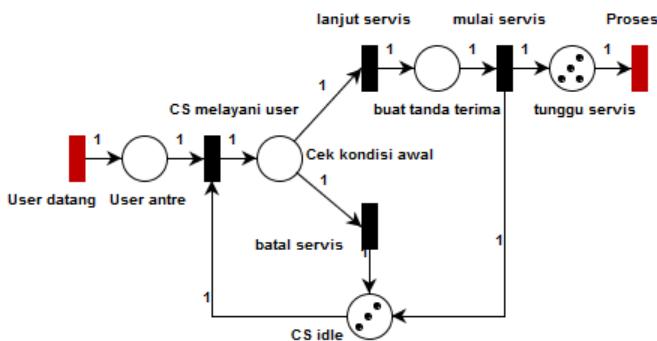
- Satu user memutuskan untuk batal servis dan satu CS kondisi idle



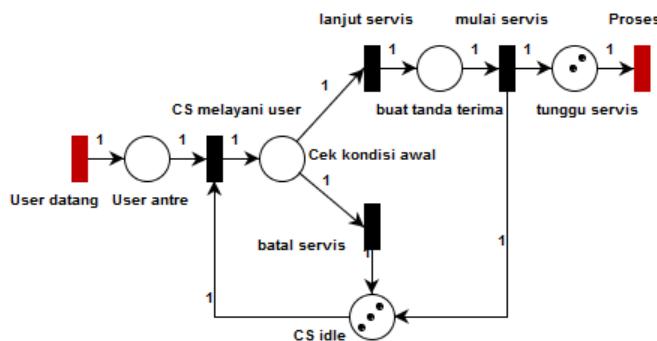
- Sedangkan sisanya, dua user yang lain memutuskan untuk melanjutkan servis unitnya, sehingga CS membuatkan tanda terima servis



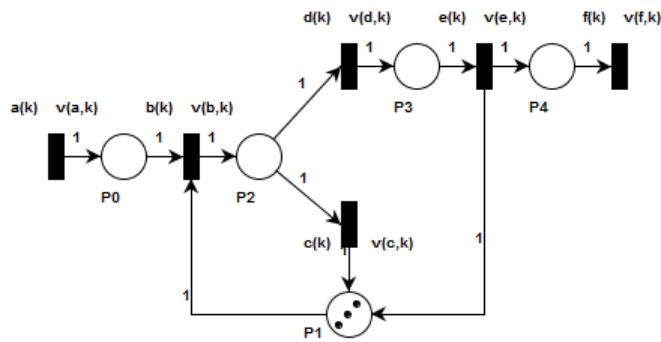
- Unit user telah diterima CS dan masuk ke dalam daftar antrean barang servis



- Dua unit sudah diproses (diservis) dan tinggal dua unit yang masuk daftar tunggu servis



Selanjutnya, jika dinyatakan dalam aljabar max-plus proses layanan servis suatu produk dapat dimodelkan sebagai berikut:



dimana:

- P_0 : mulai antre (ada pelanggan)
- P_1 : CS kondisi idle (CS yang siap melayani pelanggan)
- P_2 : pengecekan kondisi awal
- P_3 : pembuatan tanda terima
- P_4 : daftar tunggu antrian servis
- $a(k)$: waktu kedatangan pelanggan ke- k
- $b(k)$: waktu ketika CS mulai melayani user ke- k
- $c(k)$: waktu ketika user membatalkan servis ke- k
- $d(k)$: waktu ketika user melanjutkan servis ke- k
- $e(k)$: waktu ketika CS membuatkan tanda terima servis ke- k
- $f(k)$: waktu ketika unit ke- k mulai diservis
- $v_{a,k}$: lamanya kedatangan pelanggan ke- k
- $v_{b,k}$: lamanya CS mulai melayani user ke- k
- $v_{c,k}$: lamanya user membatalkan servis ke- k
- $v_{d,k}$: lamanya user melanjutkan servis ke- k
- $v_{e,k}$: lamanya CS membuatkan tanda terima servis ke- k
- $v_{f,k}$: lamanya unit ke- k mulai diservis

Dari diagram petri net tersebut, diperoleh model aljabar max-plus sebagai berikut:

$$a(k) = a(k-1) \otimes v_{a,k}$$

$$\begin{aligned} b(k) &= (a(k) \oplus c(k-1) \oplus e(k-1)) \otimes v_{b,k} \\ &= (a(k-1) \otimes v_{a,k} \otimes v_{b,k}) \oplus (c(k-1) \otimes v_{b,k}) \oplus (e(k-1) \otimes v_{b,k}) \\ &= \max\{a(k-1) + (v_{a,k} + v_{b,k}), c(k-1) + v_{b,k}, e(k-1) + v_{b,k}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(k) &= b(k) \otimes v_{c,k} \\ &= (a(k-1) \otimes v_{a,k} \otimes v_{b,k} \otimes v_{c,k}) \oplus (c(k-1) \otimes v_{b,k} \otimes v_{c,k}) \oplus (e(k-1) \otimes v_{b,k} \otimes v_{c,k}) \\ &= \max\{a(k-1) + (v_{a,k} + v_{b,k} + v_{c,k}), c(k-1) + (v_{b,k} + v_{c,k}), \\ &\quad e(k-1) + (v_{b,k} + v_{c,k})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(k) &= b(k) \otimes v_{d,k} \\ &= (a(k-1) \otimes v_{a,k} \otimes v_{b,k} \otimes v_{d,k}) \oplus (c(k-1) \otimes v_{b,k} \otimes v_{d,k}) \oplus (e(k-1) \otimes v_{b,k} \otimes v_{d,k}) \\ &= \max\{a(k-1) + (v_{a,k} + v_{b,k} + v_{d,k}), c(k-1) + (v_{b,k} + v_{d,k}), \\ &\quad e(k-1) + (v_{b,k} + v_{d,k})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e(k) &= d(k) \otimes v_{e,k} \\ &= (a(k-1) \otimes v_{a,k} \otimes v_{b,k} \otimes v_{d,k} \otimes v_{e,k}) \oplus (c(k-1) \otimes v_{b,k} \otimes v_{d,k} \otimes v_{e,k}) \\ &\quad \oplus (e(k-1) \otimes v_{b,k} \otimes v_{d,k} \otimes v_{e,k}) \\ &= \max\{a(k-1) + (v_{a,k} + v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k}), c(k-1) + (v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k}), \\ &\quad e(k-1) + (v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(k) &= e(k) \otimes v_{f,k} \\ &= (a(k-1) \otimes v_{a,k} \otimes v_{b,k} \otimes v_{d,k} \otimes v_{e,k} \otimes v_{f,k}) \oplus (c(k-1) \otimes v_{b,k} \otimes v_{d,k} \otimes v_{e,k} \otimes v_{f,k}) \\ &\quad \oplus (e(k-1) \otimes v_{b,k} \otimes v_{d,k} \otimes v_{e,k} \otimes v_{f,k}) \end{aligned}$$

$$= \max\{ a(k-1) + (v_{a,k} + v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k} + v_{f,k}), \\ c(k-1) + (v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k} + v_{f,k}), e(k-1) + (v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k} + v_{f,k}) \}$$

untuk $k = 1, 2, 3, \dots$. Sehingga dengan menggunakan notasi aljabar max-plus diperoleh persamaan:

$$\begin{bmatrix} a(k) \\ c(k) \\ d(k) \\ e(k) \\ f(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{a,k} & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ v_{a,k} + v_{b,k} + v_{c,k} & v_{b,k} + v_{c,k} & \varepsilon & v_{b,k} + v_{c,k} & \varepsilon \\ v_{a,k} + v_{b,k} + v_{d,k} & v_{b,k} + v_{d,k} & \varepsilon & v_{b,k} + v_{d,k} & \varepsilon \\ v_{a,k} + v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k} & v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k} & \varepsilon & v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k} & \varepsilon \\ v_{a,k} + v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k} + v_{f,k} & v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k} + v_{f,k} & \varepsilon & v_{b,k} + v_{d,k} + v_{e,k} + v_{f,k} & \varepsilon \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} a(k-1) \\ c(k-1) \\ d(k-1) \\ e(k-1) \\ f(k-1) \end{bmatrix}$$

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa petri net efektif diterapkan untuk memodelkan sistem antrian layanan servis produk barang. Model yang dihasilkan dengan 5 place dan 6 transisi, dievaluasi melalui simulasi menggunakan program PIPE dan dianalisis lebih lanjut dengan aljabar max-plus. Analisis ini menghasilkan persamaan matriks yang dapat memperkirakan waktu pelayanan dan durasi proses antrian hingga selesai, sehingga mendukung pengelolaan sistem antrian secara lebih efisien.

5. Daftar Pustaka

- [1] D. Setiawati, "Analisis Sistem Antrian Pada Customer Service Representative (CSR) Menggunakan Model Multichannel Single Phase (Studi Kasus: Plasa Telkom Cilacap)," Universitas Nahdlatul Ulama Al Ghazali, Cilacap, 2023.
- [2] S. Komsiyah, "Model Petri Net Tak Berwaktu Pada Sistem Produksi (Batch Plant) Dan Simulasinya Dengan PIPE2," *Matstat*, pp. 152-164, 2012.
- [3] Subiono, Aljabar Min-Max Plus dan Terapannya, Surabaya: ITS Surabaya, 2015.
- [4] D. Mustofani and A. Afif, "Model Antrian Pelayanan Farmasi Menggunakan Petri Net Dan Aljabar Max-plus," *JMPM : Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, pp. 33-43, 2018.
- [5] A. Afif and D. Mustofani, "Model Rantai Pasok Pada Sistem Produksi Menggunakan Petri Net dan Aljabar Max Plus," *UJMC : Unisda Journal Mathematics and Computer Science*, pp. 1-9, 2019.
- [6] A. Afif, "Model Antrian Servis Handphone Menggunakan Petri Net dan Aljabar Max-Plus," *UJMC : Unisda Journal Mathematics and Computer Science*, pp. 78-84, 2024.