

## Model Antrian Servis Handphone Menggunakan Petri Net dan Aljabar Max-Plus

Ahmad Afif<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut Ilmu Kesehatan Bhakti Wiyata Kediri, ahmad.afif@iik.ac.id

**Abstract.** The development of information and communication technology has made communication unlimited by distance and time. One of the latest information and communication technologies that has been developed is handphones. People's dependence on handphones cannot be prevented because of the high activity of handphones, which used to be just a more complex means of communication nowadays, that is, as a media of information and help learning up to work. Problems arise when the handphones are damaged. Consumers' ignorance of service procedures and wait times for handphone service has caused consumers to be lazy with handphone services. In order to solve the problems that occurred, built a model petri net that describes the handphone service frontline with the approach of algebra modeling max-plus to determine the length of each consumer performing the frontline and time arrival of every consumer leaving the service. Petri net model on the system of handphone services there are 9 places and 11 transitions. Whereas the results of modeling the max-plus algebra obtained the matrix equation to estimate the service time and the duration of the process service handphone service until completed.

**Keywords:** *handphone, service, petri net, max-plus algebra.*

**Abstrak.** Perkembangan teknologi informasi dan komunikasi telah membuat komunikasi tidak terbatas oleh jarak dan waktu. Salah satu teknologi informasi dan komunikasi terbaru yang telah dikembangkan adalah handphone. Ketergantungan masyarakat terhadap handphone tidak bisa dicegah karena tingginya aktivitas penggunaan handphone, yang tadinya hanya sebagai alat komunikasi sekarang lebih kompleks yaitu sebagai media informasi dan membantu belajar hingga pekerjaan. Permasalahan muncul ketika kondisi handphone mengalami kerusakan. Ketidaktahuan konsumen terhadap prosedur layanan dan waktu tunggu servis handphone menyebabkan konsumen malas melakukan servis handphone. Untuk mengatasi permasalahan yang terjadi dibangun model petri net yang menggambarkan alur antrian layanan servis handphone dengan pendekatan pemodelan aljabar max-plus untuk menentukan lama setiap konsumen melakukan antrian dan lama kedatangan setiap konsumen meninggalkan pelayanan. Model petri net pada sistem antrian servis handphone terdapat 9 *place* dan 11 *transisi*. Sedangkan hasil pemodelan aljabar max-plus diperoleh persamaan matriks untuk memperkirakan waktu pelayanan dan lamanya proses antrian pelayanan servis handphone hingga selesai.

**Kata Kunci:** *handphone, servis, petri net, aljabar max-plus.*

## **1. Pendahuluan**

Keberadaan teknologi saat ini tidak bisa dipisahkan dari kehidupan manusia, mulai dari balita hingga orang tua, pedagang hingga pengusaha disadari atau tidak semuanya membutuhkan teknologi informasi dan komunikasi. Teknologi informasi dan komunikasi sesungguhnya sudah ada sejak dahulu. Manusia mulai mengenal komunikasi dengan menggunakan simbol atau bahasa isyarat. Setiap orang membutuhkan komunikasi sebagai sarana menginformasikan sesuatu kepada orang lain. Perkembangan teknologi informasi dan komunikasi menyebabkan orang berkomunikasi sudah tidak terbatas jarak dan waktu. Salah satu teknologi informasi dan komunikasi terbaru yang telah dikembangkan adalah handphone. Berdasarkan data BPS, tahun 2022 sebanyak 67,88% masyarakat Indonesia yang berusia diatas 5 tahun sudah memiliki handphone[1]. Ketergantungan masyarakat terhadap handphone tidak bisa dicegah karena tingginya aktivitas penggunaan handphone yang dahulu hanya sebagai alat komunikasi sekarang sudah lebih kompleks yaitu sebagai media informasi dan membantu belajar hingga pekerjaan.

Peningkatan pengguna handphone menyebabkan industri telepon seluler mengalami perkembangan yang pesat. Persaingan vendor – vendor telepon seluler untuk meraih hati masyarakat Indonesia menghasilkan inovasi kecanggihan teknologi makin modern dan memberikan layanan servis serta purnajual. Keberadaan dan kemudahan layanan servis menjadi salah satu faktor penting konsumen untuk membeli handphone. Berbagai permasalahan bisa terjadi akibat ketidaktahuan konsumen terhadap layanan servis, diantaranya waktu tunggu yang lama dan yang lebih bahaya kerusakan handphone menjadi lebih berat. Pemilihan tempat servis yang jelas dan tepat akan membantu konsumen lebih yakin terhadap pelayanan servis yang diberikan karena sudah terjamin tenaga ahli dan ketersediaan komponen/ spare part jika mengalami pergantian. Permasalahan waktu tunggu pada antrian servis handphone bisa diatasi dengan melakukan perkiraan waktu sebelumnya berdasarkan waktu rata – rata penyelesaian yang sudah pernah dilakukan. Kepastian waktu tunggu pada pelayanan servis bisa menjadi nilai plus sehingga konsumen bisa mengetahui dan memperkirakan waktu selesai servis. Mengetahui prosedur antrian servis handphone dapat dilakukan dengan melakukan pemodelan petri net sedangkan perhitungan perkiraan waktu antrian servis handphone bisa dilakukan dengan menggunakan model aljabar max-plus.

Penelitian ini dibangun model petri net yang menggambarkan desain antrian servis handphone sebagai sistem yang dinamis dengan kejadian diskrit dan menyajikan petri net dengan pendekatan pemodelan aljabar max-plus untuk menentukan lama setiap konsumen melakukan antrian dan lama kedatangan setiap konsumen meninggalkan pelayanan. Dalam statistika, analisis antrian merupakan salah satu metode statistika di mana metode ini akan menghasilkan informasi mengenai probabilitas terkait pengambilan keputusan saat merancang fasilitas pelayanan.

Beberapa penelitian tentang penggunaan model petri net dan aljabar max-plus pada sistem antrian pelayanan publik diantaranya yang dilakukan oleh Mualifatul dan Subiono [2] pada pelayanan pasien di Puskesmas, Selain itu, Ruvita dan Liza [3] pada pelayanan klinik kecantikan. Berikunya dilakukan Dian dan Afif [4] pada pelayanan farmasi.

## **2. Metode Penelitian**

Sumber data dalam penelitian ini adalah data primer yaitu data yang diperoleh peneliti dari hasil observasi dan wawancara di beberapa tempat servis handphone di Kota Kediri. Berikut tahapan penelitian sebagai berikut.

1. Pengumpulan data tentang prosedur pelayanan antrian servis handphone.
2. Pembentukan model petri net sesuai dengan prosedur pelayanan antrian servis handphone.
3. Penyusunan model aljabar max-plus.

## **3. Hasil dan Pembahasan**

### **1. Prosedur Pelayanan Antrian Servis Handphone**

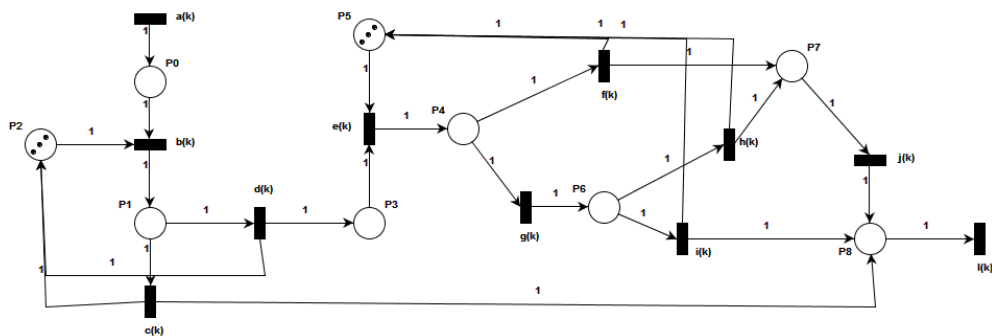
Pelayanan servis handphone memiliki tingkat penanganan yang berbeda – beda tergantung dengan kondisi handphone konsumen yang akan diperbaiki sehingga hal ini akan menyebabkan perbedaan lama waktu pada sistem antrian. Hasil cek awal kondisi kerusakan nantinya yang menentukan apakah kondisi handphone mengalami kerusakan ringan atau berat. Kondisi ringan di sini jika kondisi handphone mengalami kerusakan yang tidak memerlukan pergantian komponen/spare part dan sebaliknya kondisi berat jika kondisi handphone mengalami kerusakan yang memerlukan pergantian komponen/spare part. Berikut diberikan alur antrian pelayanan servis handphone sebagai berikut:

- i. Konsumen datang
- ii. Konsumen mengambil antrian cek kondisi awal
- iii. CS yang tidak sibuk (idle) memanggil nomor antrian konsumen
- iv. CS cek kondisi awal handphone konsumen yang akan diservis
- v. Setelah mengetahui kondisi awal, CS menanyakan ke konsumen apakah akan melanjutkan servis atau tidak?
- vi. Jika batal servis, CS kembali idle, jika lanjut, CS berkewajiban untuk membuatkan tanda terima servis
- vii. Setelah memperoleh tanda terima, konsumen antre kembali untuk proses servis selanjutnya.
- viii. Teknisi yang tidak sibuk (idle) memanggil nomor antrian konsumen
- ix. Teknisi mengecek kondisi sebenarnya handphone konsumen yang akan diservis
- x. Setelah dilakukan pengecekan, teknisi dihadapkan dua pilihan yaitu : langsung memperbaiki jika kondisi handphone tidak memerlukan penggantian komponen/spare part dan menanyakan kembali kepada konsumen jika kondisi handphone diperlukan penggantian komponen/spare part
- xi. Jika kondisi handphone tidak memerlukan penggantian komponen/spare part maka teknisi segera menyelesaikan servis dan kondisi teknisi idle
- xii. Jika diperlukan penggantian komponen/spare part dan konsumen mau mengganti maka servis diselesaikan, tetapi jika tidak mau maka servis batal dan kondisi teknisi idle
- xiii. Konsumen menyelesaikan administrasi sebelum barang diterima bagi handphone yang kena servis
- xiv. Semua handphone yang batal dan sudah di servis mengambil handphone di tempat pengambilan handphone

xv. Konsumen pulang

## 2. Model Petri Net Sistem Antrian Pelayanan Servis Handphone

Penyusunan model petri net pada sistem antrian pelayanan servis handphone yang pertama dilakukan adalah menentukan *place* dan *transisi*. *Place* pada petri net dapat berfungsi sebagai masukan dan keluaran transisi. *Place* sebagai masukan untuk menyatakan keadaan yang harus dipenuhi agar *transisi* dapat terjadi. Setelah *transisi* terjadi maka keadaan akan berubah. *Place* yang menyatakan keadaan tersebut adalah keluaran dari transisi. Sedangkan token adalah sesuatu yang diletakkan di *place* yang menyatakan terpenuhi tidaknya suatu kondisi [5]. Berikut diberikan model petri net dari pelayanan servis handphone sebagai berikut.



Gambar 1. Model petri net pelayanan servis handphone

Berdasarkan Gambar 1, model petri net tersebut memiliki 9 *place*,  $P = \{P0, P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8\}$  dimana setiap *place* mempunyai maksud,  $P0$  = cek kondisi awal,  $P1$  = CS melayani cek kondisi awal,  $P2$  = CS idle (CS siap melayani cek kondisi awal),  $P3$  = buat tanda terima dan antri servis,  $P4$  = teknisi melayani servis,  $P5$  = teknisi idle (teknisi siap melayani servis),  $P6$  = konfirmasi konsumen,  $P7$  = servis selesai,  $P8$  = pengambilan handphone. Sedangkan terdapat 11 *transisi* pada model petri net, yaitu  $T = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, l\}$  dimana setiap *transisi* mempunyai maksud,  $a$  = waktu kedatangan konsumen,  $b$  = waktu ketika CS mulai melayani konsumen,  $c$  = waktu ketika konsumen membatalkan servis,  $d$  = waktu ketika konsumen melanjutkan servis,  $e$  = waktu ketika teknisi mulai melayani konsumen,  $f$  = waktu ketika teknisi servis kerusakan tanpa perlu ganti komponen/spare part,  $g$  = waktu ketika teknisi servis kerusakan perlu ganti komponen/spare part,  $h$  = waktu ketika teknisi servis kerusakan beli komponen/spare part,  $i$  = waktu ketika teknisi servis kerusakan batal beli komponen/spare part,  $j$  = waktu ketika konsumen menyelesaikan administrasi,  $l$  = waktu konsumen keluar.

Pada *place*  $P2$  dan  $P5$  memiliki 3 token artinya jumlah CS yang melayani cek kondisi awal dan jumlah teknisi yang melayani servis masing-masing ada 3 orang sedangkan jumlah konsumen yang datang untuk servis handphone tidak dibatasi.

## 3. Model Aljabar Max-Plus Pada Sistem Antrian Pelayanan Servis Handphone

Model aljabar max-plus dapat diperoleh dari model petri net dengan waktu dengan dua variabel, yaitu variabel waktu dan lamanya waktu. Berikut diberikan

pendefinisian variabel waktu dan lamanya waktu dalam pembentukan model aljabar max-plus :

- $a(k)$  : waktu kedatangan konsumen ke-k
- $b(k)$  : waktu ketika CS mulai melayani konsumen ke-k
- $c(k)$  : waktu ketika konsumen membatalkan servis ke-k
- $d(k)$  : waktu ketika konsumen melanjutkan servis ke-k
- $e(k)$  : waktu ketika teknisi mulai melayani konsumen ke-k
- $f(k)$  : waktu ketika teknisi servis kerusakan tanpa perlu ganti komponen/spare part ke-k
- $g(k)$  : waktu ketika teknisi servis kerusakan perlu ganti komponen/spare part ke-k
- $h(k)$  : waktu ketika teknisi servis kerusakan beli komponen/spare part ke-k
- $i(k)$  : waktu ketika teknisi servis kerusakan batal beli komponen/spare part ke-k
- $j(k)$  : waktu ketika konsumen menyelesaikan administrasi ke-k
- $l(k)$  : waktu konsumen keluar ke-k
- $v(a, k)$  : lamanya kedatangan konsumen ke-k
- $v(c, k)$  : lamanya konsumen dilayani CS dan membatalkan servis ke-k
- $v(d, k)$  : lamanya konsumen dilayani CS dan melanjutkan servis ke-k
- $v(f, k)$  : lamanya teknisi melakukan servis handphone ke-k tanpa perlu ganti komponen/spare part
- $v(g, k)$  : lamanya teknisi melakukan servis handphone ke-k perlu ganti komponen/spare part ke-k
- $v(h, k)$  : lamanya teknisi melayani konsumen dan jika beli komponen/spare part ke-k
- $v(i, k)$  : lamanya teknisi melayani konsumen dan jika batal beli komponen/spare part ke-k

Berdasarkan variabel diatas maka diperoleh model aljabar max-plus pada sistem antrian satu server pada pelayanan servis handphone sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 a(k) &= v_{ak} \otimes a(k-1) \\
 b(k) &= a(k) \oplus c(k-1) \oplus d(k-1) \\
 &= v_{ak} \otimes a(k-1) \oplus c(k-1) \oplus d(k-1) \\
 &= \max \{v_{ak} + a(k-1), c(k-1), d(k-1)\} \\
 c(k) &= v_{ck} \otimes b(k) \\
 &= v_{ck} \otimes [v_{ak} \otimes a(k-1) \oplus c(k-1) \oplus d(k-1)] \\
 &= v_{ak} \otimes v_{ck} \otimes a(k-1) \oplus v_{ck} \otimes c(k-1) \oplus v_{ck} \otimes d(k-1) \\
 &= \max \{v_{ak} + v_{ck} + a(k-1), v_{ck} + c(k-1), v_{ck} + d(k-1)\} \\
 d(k) &= v_{dk} \otimes b(k) \\
 &= v_{dk} \otimes [v_{ak} \otimes a(k-1) \oplus c(k-1) \oplus d(k-1)] \\
 &= v_{ak} \otimes v_{dk} \otimes a(k-1) \oplus v_{dk} \otimes c(k-1) \oplus v_{dk} \otimes d(k-1) \\
 &= \max \{v_{ak} + v_{dk} + a(k-1), v_{dk} + c(k-1), v_{dk} + d(k-1)\} \\
 e(k) &= d(k) \oplus f(k-1) \oplus h(k-1) \oplus i(k-1) \\
 &= v_{ak} \otimes v_{dk} \otimes a(k-1) \oplus v_{dk} \otimes c(k-1) \oplus v_{dk} \otimes d(k-1) \oplus f(k-1) \\
 &\quad \oplus h(k-1) \oplus i(k-1) \\
 &= \max \{v_{ak} + v_{dk} + a(k-1), v_{dk} + c(k-1), v_{dk} + d(k-1), f(k-1), \\
 &\quad h(k-1), i(k-1)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(k) &= v_{fk} \otimes e(k) \\
 &= v_{ak} \otimes v_{dk} \otimes v_{fk} \otimes a(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{fk} \otimes c(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{fk} \otimes d(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{fk} \otimes f(k-1) \oplus v_{fk} \otimes h(k-1) \oplus v_{fk} \otimes i(k-1) \\
 &= \max\{v_{ak} + v_{dk} + v_{fk} + a(k-1), v_{dk} + v_{fk} + c(k-1), \\
 &\quad v_{dk} + v_{fk} + d(k-1), v_{fk} + f(k-1), v_{fk} + h(k-1), v_{fk} + i(k-1)\} \\
 g(k) &= v_{gk} \otimes e(k) \\
 &= v_{ak} \otimes v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes a(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes c(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes d(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{gk} \otimes f(k-1) \oplus v_{gk} \otimes h(k-1) \oplus v_{gk} \otimes i(k-1) \\
 &= \max\{v_{ak} + v_{dk} + v_{gk} + a(k-1), v_{dk} + v_{gk} + c(k-1), \\
 &\quad v_{dk} + v_{gk} + d(k-1), v_{gk} + f(k-1), v_{gk} + h(k-1), v_{gk} + i(k-1)\} \\
 h(k) &= v_{hk} \otimes g(k) \\
 &= v_{ak} \otimes v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes a(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes c(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes d(k-1) \oplus v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes f(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes h(k-1) \oplus v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes i(k-1) \\
 &= \max\{v_{ak} + v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + a(k-1), v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + c(k-1), \\
 &\quad v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + d(k-1), v_{gk} + v_{hk} + f(k-1), v_{gk} + v_{hk} + h(k-1), \\
 &\quad v_{gk} + v_{hk} + i(k-1)\} \\
 i(k) &= v_{ik} \otimes g(k) \\
 &= v_{ak} \otimes v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes a(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes c(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes d(k-1) \oplus v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes f(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes h(k-1) \oplus v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes i(k-1) \\
 &= \max\{v_{ak} + v_{dk} + v_{gk} + v_{ik} + a(k-1), v_{dk} + v_{gk} + v_{ik} + c(k-1), \\
 &\quad v_{dk} + v_{gk} + v_{ik} + d(k-1), v_{gk} + v_{ik} + f(k-1), v_{gk} + v_{ik} + h(k-1), \\
 &\quad v_{gk} + v_{ik} + i(k-1)\} \\
 j(k) &= f(k) \oplus h(k) \\
 &= v_{ak} \otimes v_{dk} \otimes v_{fk} \otimes a(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{fk} \otimes c(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{fk} \otimes d(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{fk} \otimes f(k-1) \oplus v_{fk} \otimes h(k-1) \oplus v_{fk} \otimes i(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{ak} \otimes v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes a(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes c(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes d(k-1) \oplus v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes f(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes h(k-1) \oplus v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes i(k-1) \\
 &= \max\{v_{ak} + v_{dk} + v_{fk} + a(k-1), v_{dk} + v_{fk} + c(k-1), \\
 &\quad v_{dk} + v_{fk} + d(k-1), v_{fk} + f(k-1), v_{fk} + h(k-1), v_{fk} + i(k-1), \\
 &\quad v_{ak} + v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + a(k-1), v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + c(k-1), \\
 &\quad v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + d(k-1), v_{gk} + v_{hk} + f(k-1), \\
 &\quad v_{gk} + v_{hk} + h(k-1), v_{gk} + v_{hk} + i(k-1)\} \\
 l(k) &= c(k) \oplus i(k) \oplus j(k) \\
 &= v_{ak} \otimes v_{ck} \otimes a(k-1) \oplus v_{ck} \otimes c(k-1) \oplus v_{ck} \otimes d(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{ak} \otimes v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes a(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes c(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes d(k-1) \oplus v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes f(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes h(k-1) \oplus v_{gk} \otimes v_{ik} \otimes i(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{ak} \otimes v_{dk} \otimes v_{fk} \otimes a(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{fk} \otimes c(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{dk} \otimes v_{fk} \otimes d(k-1) \oplus v_{fk} \otimes f(k-1) \oplus v_{fk} \otimes h(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{fk} \otimes i(k-1) \oplus v_{ak} \otimes v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes a(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes c(k-1) \oplus v_{dk} \otimes v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes d(k-1) \\
 &\quad \oplus v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes f(k-1) \oplus v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes h(k-1) \oplus v_{gk} \otimes v_{hk} \otimes i(k-1) \\
 &= \max\{v_{ak} + v_{ck} + a(k-1), v_{ck} + c(k-1), v_{ck} + d(k-1), \\
 &\quad v_{ak} + v_{dk} + v_{gk} + v_{ik} + a(k-1), v_{dk} + v_{gk} + v_{ik} + c(k-1), \\
 &\quad v_{dk} + v_{gk} + v_{ik} + d(k-1), v_{gk} + v_{ik} + f(k-1), v_{gk} + v_{ik} + h(k-1), \\
 &\quad v_{gk} + v_{ik} + i(k-1), v_{ak} + v_{dk} + v_{fk} + a(k-1), v_{gk} + v_{hk} + i(k-1), \\
 &\quad v_{dk} + v_{fk} + c(k-1), v_{dk} + v_{fk} + d(k-1), \\
 &\quad v_{ak} + v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + a(k-1), v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + c(k-1), \\
 &\quad v_{fk} + f(k-1), v_{fk} + h(k-1), v_{fk} + i(k-1), \\
 &\quad v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + d(k-1), v_{gk} + v_{hk} + f(k-1), v_{gk} + v_{hk} + h(k-1)\}
 \end{aligned}$$

Dari persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk persamaan matriks berikut.

$$\begin{bmatrix} a(k) \\ c(k) \\ d(k) \\ f(k) \\ h(k) \\ i(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ak} & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ v_{ak} + v_{ck} & v_{ck} & v_{ck} & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ v_{ak} + v_{dk} & v_{dk} & v_{dk} & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ v_{ak} + v_{dk} + v_{fk} & v_{dk} + v_{fk} & v_{dk} + v_{fk} & v_{fk} & v_{fk} & v_{fk} \\ v_{ak} + v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} & v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} & v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} & v_{gk} + v_{hk} & v_{gk} + v_{hk} & v_{gk} + v_{hk} \\ v_{ak} + v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + v_{ik} & v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + v_{ik} & v_{dk} + v_{gk} + v_{hk} + v_{ik} & v_{gk} + v_{ik} & v_{gk} + v_{ik} & v_{gk} + v_{ik} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} a(k-1) \\ c(k-1) \\ d(k-1) \\ f(k-1) \\ h(k-1) \\ i(k-1) \end{bmatrix}$$

#### 4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan maka dapat disimpulkan bahwa petri net dapat digunakan untuk pemodelan sistem antrian servis handphone serta diperoleh pemodelan matematika menggunakan aljabar max-plus. Hasil model petri net pada sistem antrian servis handphone terdapat 9 *place* dan 11 *transisi*. Sedangkan hasil pemodelan aljabar max-plus diperoleh persamaan matriks untuk memperkirakan waktu pelayanan dan lamanya proses antrian pelayanan servis handphone hingga selesai. Pengembangan penelitian ini dapat melakukan perhitungan matriks *incidence* dan analisis *Coverability Tree* dari model petri net yang terbentuk.

#### 5. Daftar Pustaka

- [1] B. R. Syafitri, "Sistem Informasi Jasa Servis Handphone Berbasis Website (Studi Kasus Adi Servis Handphone," Politeknik Negri Jember., Jember, 2023.
- [2] M. Munawaroh and Subiono, "Petri Net dan Model Aljabar Max Plus Pada Sistem Pelayanan Pasien Poli Umum DI Puskesmas XYZ," in *Seminar Nasional Penelitian dan Pengabdian Masyarakat*, Tuban, 2020.
- [3] I. R. Pertiwi and L. Tridiana M, "Model Petri Net Dari Antrian Klinik Kecantikan Serta Aplikasinya Pada Aljabar Maxplus," *MAP (Mathematics & Applications) Journal*, pp. 34-40, 2020.
- [4] D. Mustofani and A. Afif, "Model Antrian Pelayanan Farmasi Menggunakan Petri Net Dan Aljabar Max-plus," *JMPM : Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, pp. 33-43, 2018.
- [5] A. Afif and D. Mustofani, "Model Rantai Pasok Pada Sistem Produksi Menggunakan Petri Net dan Aljabar Max Plus," *UJMC : Unisda Journal Mathematics and Computer Science*, pp. 1-8, 2019.