Jurnal UJMC, Jilid 1, No 1, Hal. 65-74
ISSN : 2460-3333

JEMBATAN PADA GRAF *FUZZY INTUITIONISTIC*

Siti Alfiatur Rohmaniah[1], Bayu Surarso[2], dan Bambang Irawanto[3]

[1]Universitas Islam Darul 'Ulum Lamongan, nia0304@gmail.com
[2]Universitas Diponegoro Semarang
[3]Universitas Diponegoro Semarang

Abstract. An intuitionistic fuzzy graph consist of a couples of node sets *V* and set of edges *E* which the sum of degree membership and degree non membership each of nodes and each of edges in closed interval [0,1], the degree membership each of edges is less than or equal with the minimum of degree membership each of related nodes, and degree non membership each of edges is less than or equal with the maximum degree non membership each of related nodes. An intuitionistic fuzzy graph *H* can be said as intuitionistic fuzzy subgraph from intuitionistic fuzzy graph *G* if node set *V* of *H* is subset of node set *V* of *G* and edge set *E* of *H* is subset of edge set *E* of *G*. If there is an intuitionistic fuzzy graph *G* with nodes set of *V* and if each of edge has degree membership and non membership unconstantly, then *G* has at least one bridge. The theorem is proven to hold if the intuitionistic fuzzy graph has cycle.

Keywords: *intuitionistic fuzzy graph, bridge in intuitionistic fuzzy graph.*

Abstrak. Suatu graf *fuzzy intuitionistic* terdiri dari pasangan himpunan titik *V* dan himpunan sisi *E* dimana jumlah derajat keanggotaan dan bukan keanggotaan setiap titik dan setiap sisi dalam selang tertutup [0,1], derajat keanggotaan setiap sisi kurang dari atau sama dengan minimum derajat keanggotaan sepasang titik yang berelasi, dan derajat bukan keanggotaan setiap sisi kurang dari atau sama dengan maksimum derajat bukan keanggotaan sepasang titik yang berelasi. Suatu graf *fuzzy intuitionistic H* dapat dikatakan sebagai subgraf *fuzzy intuitionistic* dari graf *fuzzy intuitionistic G* bila himpunan titik *V* pada *H* merupakan himpunan bagian dari himpunan titik *V* pada *G* dan himpunan sisi *E* pada *H* merupakan himpunan bagian dari himpunan sisi *E* pada *G*. Misalkan terdapat suatu graf *fuzzyiIntuitionistic G* dengan himpunan dari titik *V*, jika setiap sisi mempunyai derajat keanggotaan dan bukan keanggotaan tidak konstan, maka *G* mempunyai paling sedikit satu jembatan. Sifat tersebut berlaku jika graf *fuzzy intuitionistic* mempunyai sikel.

Kata kunci: *graf fuzzy intuitionistic, jembatan pada graf fuzzyiIntuitionistic.*

1 Pendahuluan

Teori graf merupakan salah satu bidang bahasan matematika yang mempelajari himpunan titik yang dihubungkan oleh himpunan sisi. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek yang dinyatakan sebagai titik *(vertex)*. Sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan sisi *(edge)*. Himpunan titik dari graf *G* dinotasikan dengan *V(G)*, dan himpunan sisi dari graf *G* dinotasikan *E(G)* [7]. Diberikan subgraf G–*e* dimana *e* adalah sebuah sisi pada G. Subgraf G–

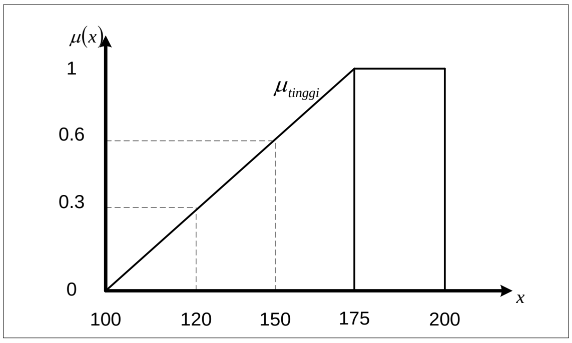
e adalah graf yang diperoleh dengan menghapus *e* dari himpunan sisi pada G, sehingga V(G-*e*) = V(G) dan E(G-*e*) = E(G) \ {*e*}. Sebuah sisi *e* adalah sebuah jembatan untuk G jika G–*e* tidak terhubung. (Secara umum, *e* adalah jembatan untuk suatu graf G jika G–*e* mempunyai komponen terhubung lebih dari G) [6].

Graf *fuzzy* merupakan suatu teori perluasan dari teori graf dan himpunan kabur *(fuzzy set)*. Suatu graf *fuzzy G* yang dinotasikan dengan $G:(\sigma,\mu)$ adalah pasangan dari himpunan *fuzzy* σ dan relasi *fuzzy* μ pada σ [2]. Sebuah sisi disebut jembatan pada graf *fuzzy*, apabila menghapus sisi tersebut dapat menyebabkan kekuatan keterhubungan antara suatu pasangan titik menjadi berkurang. Graf *fuzzy intuitionistic* adalah teori perluasan dari graf *fuzzy* dan himpunan *fuzzy intuitionistic*. Himpunan *fuzzy intuitionistic* dan graf *fuzzy intuitionistic* didefinisikan dengan fungsi keanggotaan (*membership function*) yang nilai fungsi itu disebut derajat keanggotaan dan fungsi bukan keanggotaan yang nilai fungsi itu disebut derajat bukan keanggotaan. Jika pada himpunan *fuzzy intuitionistic* menjelaskan tentang titik, pada graf *fuzzy intuitionistic* menjelaskan tentang titik dan sisi.

2 Himpunan *Fuzzy*

Himpunan didefinisikan sebagai suatu kumpulan obyek-obyek yang mempunyai kesamaan sifat tertentu. Himpunan kabur adalah suatu himpunan dimana nilai keanggotaan dari elemennya adalah bilangan real dalam interval tertutup [0,1].

Contoh 1. Diberikan himpunan orang tinggi yang merupakan orang yang tingginya $\geq 175\ cm$, dengan semestanya merupakan himpunan tinggi dari 100 cm sampai 200 cm. Himpunan tersebut dapat dinyatakan dengan keanggotaan μ_{tinggi} dengan grafik seperti yang disajikan berikut :



Gambar 1. Fungsi keanggotaan himpunan kabur “tinggi”

Misalkan seseorang yang tingginya 120 cm mempunyai derajat keanggotaan 0.3, yaitu μ_{tinggi} (120) = 0.3, seseorang yang tingginya 150 cm mempunyai derajat keanggotaan 0.6, yaitu μ_{tinggi} (150) = 0.6 , dan seseorang yang tingginya 175 cm mempunyai derajat keanggotaan penuh sama dengan 1, yaitu μ_{tinggi} (175) = 1, dalam himpunan kabur “tinggi” tersebut.

Definisi 1. *Misalkan V adalah himpunan berhingga, suatu graf fuzzy yang dinotasikan dengan* $G:(\sigma,\mu)$ *adalah pasangan dari himpunan fuzzy* $\sigma:V\to[0,1]$ *dan relasi fuzzy* $\mu:V\times V\to[0,1]$ *pada* σ *sedemikian hingga* $\mu(x,y)\le\sigma(x)\wedge\sigma(y)\quad\forall x,y\in V$.

3 Himpunan Fuzzy *Intuitionistic*

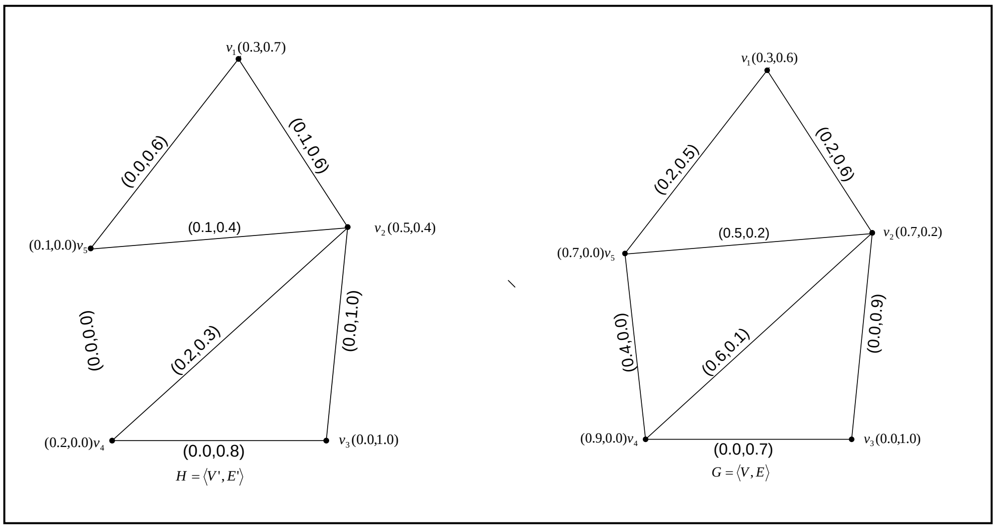
Definisi 2. *Suatu himpunan fuzzy intuitionistic di V adalah* $\mu_A:V\to[0,1]$ *menyatakan fungsi keanggotaan dan* $\gamma_A:V\to[0,1]$ *menyatakan fungsi bukan keanggotaan dari elemen* $v\in V$ *ke himpunan fuzzy intuitionistic A dimana* $A=\{\langle\mu_A(v),\gamma_A(v)\rangle|0\le\mu_A(v)+\gamma_A(v)\le 1, v\in V\}$.

Definisi 3. *Jika A dan B adalah himpunan fuzzy intuitionistic dari himpunan V, maka:*
(i) $A\subseteq B$ *jika* $\forall v\in V,\mu_A(v)\le\mu_B(v)$ *dan* $\gamma_A(v)\ge\gamma_B(v)$
(ii) $A=B$ *jika* $\forall v\in V,\mu_A(v)=\mu_B(v)$ *dan* $\gamma_A(v)=\gamma_B(v)$
(iii) $A\cup B=\{\langle\max(\mu_A(v),\mu_B(v)),\min(\gamma_A(v),\gamma_B(v))\rangle|v\in V\}$
(iv) $A\cap B=\{\langle\min(\mu_A(v),\mu_B(v)),\max(\gamma_A(v),\gamma_B(v))\rangle|v\in V\}$.

4 Graf *Fuzzy Intuitionistic*

Definisi 4. *Graf fuzzy intuitionistic adalah suatu bentuk* $G=\langle V,E\rangle$ *dengan:*
(i) $V=\{v_1,v_2,......v_n\}$ *sedemikian sehingga* $\mu_1:V\to[0,1]$ *dan* $\gamma_1:V\to[0,1]$ *secara berturut-turut adalah derajat keanggotaan, dan derajat bukan keanggotaan dari elemen* $v_i\in V$ *, dan memenuhi* $0\le\mu_1(v_i)+\gamma_1(v_i)\le 1$ *, untuk setiap* $v_i\in V,(i=1,2,......n)$.
(ii) $E\subseteq V\times V$ *dimana* $\mu_2:V\times V\to[0,1]$ *dan* $\gamma_2:V\times V\to[0,1]$ *yang memenuhi* $\mu_2(v_i,v_j)\le\min[\mu_1(v_i),\mu_1(v_j)]$, $\gamma_2(v_i,v_j)\le\max[\gamma_1(v_i),\gamma_1(v_j)]$ *dan* $0\le\mu_2(v_i,v_j)+\gamma_2(v_i,v_j)\le 1$ *untuk setiap* $(v_i,v_j)\in E,(i,j=1,2,......n)$.

Contoh 2. Graf *fuzzy* $G=\langle V,E\rangle$ dimana $V=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$ pada Gambar 2 adalah graf *fuzzy intuitionistic*.



Gambar 2. Graf fuzzy *intuitionistic* $G = \langle V, E \rangle$ dan subgraf *fuzzy intuitionistic* $H = \langle V', E' \rangle$

Oleh karena,

(i) $\mu_1(v_1) + \gamma_1(v_1) = 0.3 + 0.6 = 0.9$
$\mu_1(v_2) + \gamma_1(v_2) = 0.7 + 0.2 = 0.9$
$\mu_1(v_3) + \gamma_1(v_3) = 0.0 + 1.0 = 1.0$
$\mu_1(v_4) + \gamma_1(v_4) = 0.9 + 0.0 = 0.9$
$\mu_1(v_5) + \gamma_1(v_5) = 0.7 + 0.0 = 0.7$.
Yaitu syarat bahwa $\forall v_i \in V, (i = 1,2,......n)$, maka $0 \le \mu_1(v_i) + \gamma_1(v_i) \le 1$ terpenuhi.

(ii) $\mu_2(v_1, v_2) = 0.2 \le 0.3 = \min[\mu_1(v_1), \mu_1(v_2)]$
$\mu_2(v_1, v_5) = 0.2 \le 0.3 = \min[\mu_1(v_1), \mu_1(v_5)]$
$\mu_2(v_2, v_3) = 0.0 \le 0.0 = \min[\mu_1(v_2), \mu_1(v_3)]$
$\mu_2(v_2, v_4) = 0.6 \le 0.7 = \min[\mu_1(v_2), \mu_1(v_4)]$
$\mu_2(v_2, v_5) = 0.7 \le 0.7 = \min[\mu_1(v_2), \mu_1(v_5)]$
$\mu_2(v_3, v_4) = 0.0 \le 0.0 = \min[\mu_1(v_3), \mu_1(v_4)]$
$\mu_2(v_4, v_5) = 0.4 \le 0.7 = \min[\mu_1(v_4), \mu_1(v_5)]$,
$\gamma_2(v_1, v_2) = 0.6 \le 0.6 = \max[\gamma_1(v_1), \gamma_1(v_2)]$
$\gamma_2(v_1, v_5) = 0.5 \le 0.6 = \max[\gamma_1(v_1), \gamma_1(v_5)]$
$\gamma_2(v_2, v_3) = 0.9 \le 1.0 = \max[\gamma_1(v_2), \gamma_1(v_3)]$
$\gamma_2(v_2, v_4) = 0.1 \le 0.2 = \max[\gamma_1(v_2), \gamma_1(v_4)]$
$\gamma_2(v_2, v_5) = 0.2 \le 0.2 = \max[\gamma_1(v_2), \gamma_1(v_5)]$
$\gamma_2(v_3, v_4) = 0.7 \le 1.0 = \max[\gamma_1(v_3), \gamma_1(v_4)]$
$\gamma_2(v_4, v_5) = 0.0 \le 0.0 = \max[\gamma_1(v_4), \gamma_1(v_5)]$

dan

$\mu_2(v_1, v_2) + \gamma_2(v_1, v_2) = 0.2 + 0.6 = 0.8$

$$\mu_2(v_1,v_5)+\gamma_2(v_1,v_5)=0.2+0.5=0.7$$
$$\mu_2(v_2,v_3)+\gamma_2(v_2,v_3)=0.0+0.9=0.9$$
$$\mu_2(v_2,v_4)+\gamma_2(v_2,v_4)=0.6+0.1=0.7$$
$$\mu_2(v_2,v_5)+\gamma_2(v_2,v_5)=0.5+0.2=0.7$$
$$\mu_2(v_3,v_4)+\gamma_2(v_3,v_4)=0.0+0.7=0.7$$
$$\mu_2(v_4,v_5)+\gamma_2(v_4,v_5)=0.4+0.0=0.4\,.$$

Yaitu syarat bahwa $0 \leq \mu_2(v_i,v_j)+\gamma_2(v_i,v_j) \leq 1$ untuk setiap $(v_i,v_j) \in E, (i, j = 1,2,......n)$ terpenuhi.

Definisi 5. *Graf fuzzyiIntuitionistic* $H = \langle V^{'}, E^{'} \rangle$ *dikatakan sebagai subgraf fuzzy iintuitionistic dari graf fuzzy intuitionistic* $G = \langle V, E \rangle$ *jika* $V^{'} \subseteq V$ *dan* $E^{'} \subseteq E$.

Definisi 6. *Sebuah path P dalam suatu graf fuzzy intuitionistic adalah sebuah rangkaian titik yang saling berbeda* $v_1, v_2, ...v_n$ *sedemikian sehingga salah satu syarat berikut terpenuhi:*

a) $\mu_{2ij} > 0$ *dan* $\gamma_{2ij} = 0$,

b) $\mu_{2ij} = 0$ *dan* $\gamma_{2ij} > 0$, *atau*

c) $\mu_{2ij} > 0$ *dan* $\gamma_{2ij} > 0$, $i, j = 1,2,....,n$.

Definisi 7. *Suatu path* $P = v_1 v_2 ......v_{n+1}$ *disebut sikel jika* $v_1 = v_{n+1}$ *dan* $n \geq 3$.

Catatan 1. Pada [5] terdapat suatu definisi yang berbunyi sebagai berikut: Untuk setiap *t*, $0 \leq t \leq 1$,

(i) himpunan dari $\langle V_t, \mu_{1t}, \gamma_{1t} \rangle$ dimana: $\mu_{1t} = \{v_i \in V : \mu_{1i} \geq t\}$ atau $\gamma_{1t} = \{v_i \in V : \gamma_{1i} \leq t\}$, untuk setiap $i = 1,2,....,n$ adalah himpunan bagian dari V,

(ii) himpunan dari $\langle E_t, \mu_{2t}, \gamma_{2t} \rangle$ dimana: $\mu_{2t} = \{(v_i, v_j) \in VxV : \mu_{2ij} \geq t\}$ atau $\gamma_{2t} = \{(v_i, v_j) \in VxV : \gamma_{2ij} \leq t\}$, untuk setiap $i, j = 1,2,....,n$ adalah himpunan bagian dari E.

Pada tulisan ini, dengan menggunakan sebuah contoh pengingkaran, dibuktikan bahwa definisi tersebut tidak *well defined* sebagai berikut:

Graf *fuzzy intuitionistic* $G = \langle V, E \rangle$ dengan $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ pada Gambar 2. Misalkan $t = 0.4$, maka $V_{0.4} = \{v_2, v_4, v_5\}$ bukan himpunan bagian dari $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ karena berdasarkan definisi himpunan bagian pada Definisi 4, maka:

$$\mu_{11\,t} = 0.0 \leq 0.3 = \mu_{11}; \gamma_{11\,t} = 0.0 \geq 0.\not{6} = \gamma_{11}$$
$$\mu_{13\,t} = 0.0 \leq 0.0 = \mu_{13}; \gamma_{13\,t} = 0.0 \geq 1.\not{0} = \gamma_{13}\,,$$

yaitu syarat $\mu_{1i\ t} \leq \mu_{1i}; \gamma_{1i\ t} \geq \gamma_{1i}$ tidak terpenuhi, dan $E_{0.4} = \{v_2v_4, v_2v_5, v_4v_5\}$ bukan himpunan bagian dari $E = \{v_1v_2, v_1v_5, v_2v_4, v_2v_3, v_2v_5, v_3v_4, v_4v_5\}$ karena berdasarkan definisi himpunan bagian pada Definisi 4, maka:

$\mu_{212\ t} = 0.0 \leq 0.2 = \mu_{212}; \gamma_{212\ t} = 0.0 \ngeq 0.6 = \gamma_{212}$

$\mu_{215\ t} = 0.0 \leq 0.2 = \mu_{215}; \gamma_{215\ t} = 0.0 \ngeq 0.5 = \gamma_{215}$

$\mu_{223\ t} = 0.0 \leq 0.0 = \mu_{223}; \gamma_{223\ t} = 0.0 \ngeq 0.9 = \gamma_{223}$

$\mu_{234\ t} = 0.0 \leq 0.0 = \mu_{234}; \gamma_{234\ t} = 0.0 \ngeq 0.7 = \gamma_{234}$,

yaitu syarat $\mu_{2ij\ t} \leq \mu_{2ij}; \gamma_{2ij\ t} \geq \gamma_{2ij}$ tidak terpenuhi.

Catatan 2. Pada [5] terdapat suatu teorema yang berbunyi sebagai berikut: Jika $0 \leq x \leq y \leq 1$, maka $\langle V_x, E_x \rangle$ adalah subgraf dari $\langle V_y, E_y \rangle$.

Pada tulisan ini, dengan menggunakan sebuah contoh pengingkaran, dibuktikan bahwa sifat tersebut tidak selalu terpenuhisebagai berikut:

Graf *fuzzy intuitionistic* $G = \langle V, E \rangle$ dimana $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ pada Gambar 2. Misalkan $x = 0.1$ dan $y = 0.4$, berdasarkan definisi subgraf pada Definisi 4, $\langle V_{0.1}, E_{0.1} \rangle$ bukan subgraf dari $\langle V_{0.4}, E_{0.4} \rangle$, karena:

$\mu_{11\ x} = 0.3 \leq 0.0 = \mu_{11\ y}; \gamma_{11\ x} = 0.6 \geq 0.0 = \gamma_{11\ y}$,

yaitu syarat $\mu_{1i\ x} \leq \mu_{1i\ y}; \gamma_{1i\ x} \geq \gamma_{1i\ y}$ tidak terpenuhi, dan

$\mu_{212\ x} = 0.2 \nleq 0.0 = \mu_{212\ y}; \gamma_{212\ x} = 0.6 \geq 0.0 = \gamma_{212\ y}$

$\mu_{215\ x} = 0.2 \nleq 0.0 = \mu_{215\ y}; \gamma_{215\ x} = 0.5 \geq 0.0 = \gamma_{215\ y}$,

yaitu syarat $\mu_{2ij\ x} \leq \mu_{2ij\ y}; \gamma_{2ij\ x} \geq \gamma_{2ij\ y}$ tidak terpenuhi.

Catatan 3. Pada [5] terdapat suatu teorema yang berbunyi sebagai berikut: Jika $H = \langle V', E' \rangle$ adalah suatu subgraf *fuzzy intuitionistic* dari $G = \langle V, E \rangle$, maka untuk setiap $0 \leq x \leq 1$, $\langle V_x', E_x' \rangle$ adalah subgraf *fuzzy intuitionistic* dari $\langle V_x, E_x \rangle$.

Pada tulisan ini, dengan menggunakan sebuah contoh pengingkaran, dibuktikan bahwa sifat tersebut tidak selalu terpenuhi sebagai berikut:

Graf *fuzzy intuitionistic* $G = \langle V, E \rangle$ dan subgraf *fuzzy intuitionistic* $H = \langle V', E' \rangle$ pada Gambar 2, dengan $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$. Misalkan $x = 0.1$, berdasarkan definisi subgraf *fuzzy Iituitionistic* pada Definisi 4, $\langle V_{0.1}', E_{0.1}' \rangle$ bukan subgraf *fuzzy intuitionistic* dari $\langle V_{0.1}, E_{0.1} \rangle$. Karena:

$\mu'_{215\ x} = 0.0 \leq 0.2 = \mu_{215\ x}; \gamma'_{215\ x} = 0.0 \ngeq 0.5 = \gamma_{215\ x}$, yaitu syarat $\mu'_{2ij\ x} \leq \mu_{2ij\ x}; \gamma'_{2ij\ x} \geq \gamma_{2ij\ x}$ tidak terpenuhi.

5 Jembatan pada Graf *Fuzzy Intuitionistic*

Definisi 8. *Jika $v_i, v_j \in V$ dihubungkan dengan m buah path dengan panjang k, maka* $\mu^k{}_{2ij} = \max\{\mu_{2l_{ij_1}} \wedge \mu_{2l_{j_1j_2}} \wedge \mu_{2l_{j_2j_3}} \wedge \mu_{2l_{j_3j_4}} \wedge ..... \wedge \mu_{2l_{j_{k-1}j}}\}$ *dan* $\gamma^k{}_{2ij} = \min\{\gamma_{2l_{ij_1}} \vee \gamma_{2l_{j_1j_2}} \vee \gamma_{2l_{j_2j_3}} \vee \gamma_{2l_{j_3j_4}} \vee ..... \vee \gamma_{2l_{j_{k-1}j}}\}$ *untuk semua* $v_{l_i}, v_{l_{j_1}}, v_{l_{j_2}}, v_{l_{j_3}}, ..., v_{l_{j_{k-1}}}, v_{l_j} \in V$, *untuk* $l = 1,2,3,....,m$.

Definisi 9. *Pangkat dari sisi e_{ij} didefinisikan dengan* $e^1{}_{ij} = \langle e_{ij}, \mu_{2ij}, \gamma_{2ij}\rangle$, $e^2{}_{ij} = \langle e_{ij}, \mu^2{}_{2ij}, \gamma^2{}_{2ij}\rangle$, $e^3{}_{ij} = \langle e_{ij}, \mu^3{}_{2ij}, \gamma^3{}_{2ij}\rangle$ *dan seterusnya. Sedangkan* $e^\infty{}_{ij} = \langle e_{ij}, \mu^\infty{}_{2ij}, \gamma^\infty{}_{2ij}\rangle$ *dengan* $\mu^\infty{}_{2ij} = \max_{k=1,2,...,n}\{\mu^k_{2ij}\}$ *dan* $\gamma^\infty{}_{2ij} = \min_{k=1,2,...,n}\{\gamma^k_{2ij}\}$ *adalah kekuatan -* μ *dan kekuatan -* γ *dari keterhubungan antara dua titik* v_i *dan* v_j.

Teorema 1. *Jika* $H = \langle V', E'\rangle$ *adalah suatu subgraf fuzzy intuitionistic dari* $G = \langle V, E\rangle$, *maka untuk suatu* $(v_i, v_j) \in E, \mu'^\infty_{2ij} \le \mu^\infty_{2ij}$ *dan* $\gamma'^\infty_{2ij} \ge \gamma^\infty_{2ij}$.

Bukti:
Misalkan $H = \langle V', E'\rangle$ adalah suatu subgraf *fuzzy intuitionistic* dari $G = \langle V, E\rangle$. Untuk membuktikan bahwa $\mu'^\infty_{2ij} \le \mu^\infty_{2ij}$ dan $\gamma'^\infty_{2ij} \ge \gamma^\infty_{2ij}$ untuk suatu $(v_i, v_j) \in E$ yaitu:
Diberikan $V' \subseteq V$ dan $E' \subseteq E$,
$\Rightarrow \mu'_{1i} \le \mu_{1i}; \gamma'_{1i} \ge \gamma_{1i}$ untuk setiap $v_i \in V$,
dan $\mu'_{2ij} \le \mu_{2ij}$; $\gamma'_{2ij} \ge \gamma_{2ij}$ untuk setiap $v_i, v_j \in V$.
Mengingat *path* $v_1v_2.....v_n$ dari *H*,
menyebabkan:

$$\mu'^\infty_{2ij} = \max_{k=1,2,...,n}\{(\mu'^k_{2ij})\}$$

$$\gamma'^\infty_{2ij} = \min_{k=1,2,...,n}\{(\gamma'^k_{2ij})\}$$

dan

$$\mu^\infty_{2ij} = \max_{k=1,2,...,n}\{(\mu^k_{2ij})\}$$

$$\gamma^\infty_{2ij} = \min_{k=1,2,...,n}\{(\gamma^k_{2ij})\}.$$

diperoleh

$$\mu'^\infty_{2ij} = \max_{k=1,2,...,n}\{(\mu'^k_{2ij})\} \le \max_{k=1,2,...,n}\{(\mu^k_{2ij})\} = \mu^\infty_{2ij}.$$

$$\gamma'^\infty_{2ij} = \min_{k=1,2,...,n}\{(\gamma'^k_{2ij})\} \ge \min_{k=1,2,...,n}\{(\gamma^k_{2ij})\} = \gamma^\infty_{2ij} \quad .$$

Sehingga terbukti bahwa $\mu'^\infty_{2ij} \le \mu^\infty_{2ij}$ dan $\gamma'^\infty_{2ij} \ge \gamma^\infty_{2ij}$ untuk suatu $(v_i, v_j) \in E$.■

Setelah diperoleh definisi yang mendefinisikan kekuatan -μ dan kekuatan -γ dari keterhubungan antara dua titik, syarat mengenai sisi yang disebut jembatan akan disajikan dalam definisi berikut:

Definisi 10. *Misalkan* $G = \langle V, E \rangle$ *adalah suatu graf fuzzy intuitionistic. Misalkan* v_i, v_j *adalah dua titik berbeda dan* $H = \langle V', E' \rangle$ *adalah suatu subgraf fuzzy intuitionistic dari G yang diperoleh dengan menghapus sisi* (v_i, v_j)*. Dengan kata lain,* $H = \langle V', E' \rangle$*, dimana* $\mu'_{2ij} = 0$*;* $\gamma'_{2ij} = 0$ *dan* $\mu'_2 = \mu_2$*;* $\gamma'_2 = \gamma_2$ *untuk semua sisi yang lain. Sisi* (v_i, v_j) *disebut jembatan di G, jika salah satu dari* $\mu'^{\infty}_{2xy} < \mu^{\infty}_{2xy}$ *dan* $\gamma'^{\infty}_{2xy} \geq \gamma^{\infty}_{2xy}$ *atau* $\mu'^{\infty}_{2xy} \leq \mu^{\infty}_{2xy}$ *dan* $\gamma'^{\infty}_{2xy} > \gamma^{\infty}_{2xy}$ *untuk suatu* $v_x, v_y \in V$.

Dengan kata lain, menghapus suatu sisi (v_i, v_j) mengurangi kekuatan hubungan antara suatu pasangan dari titik atau (v_i, v_j) adalah jembatan jika, terdapat v_x, v_y sedemikian sehingga (v_i, v_j) adalah suatu sisi dari setiap path terkuat dari v_x ke v_y.

Teorema 2. *Jika* $v_i, v_j \in V$ *tidak terhubung dengan sikel, maka* (v_i, v_j) *bukan jembatan.*

Teorema 3. *Misalkan* $G = \langle V, E \rangle$ *adalah suatu graf fuzzy intuitionistic. Untuk setiap dua titik* v_i, v_j *di G dimana* (v_i, v_j) *dihubungkan dengan sikel, kondisi berikut adalah ekuivalen:*

(i) (v_i, v_j) *adalah jembatan.*

(ii) $\mu'^{\infty}_{2ij} < \mu_{2ij}$ *atau* $\gamma'^{\infty}_{2ij} > \gamma_{2ij}$.

Bukti:

(ii) $\Rightarrow$ (i)

Diasumsikan $\mu'^{\infty}_{2ij} < \mu_{2ij}$ atau $\gamma'^{\infty}_{2ij} > \gamma_{2ij}$.

Akan ditunjukkan bahwa (v_i, v_j) adalah jembatan.

Andaikan (v_i, v_j) bukan jembatan, karena (v_i, v_j) dihubungkan dengan sikel maka $\mu'^{\infty}_{2ij} = \mu^{\infty}_{2ij} \geq \mu_{2ij}$ dan $\gamma'^{\infty}_{2ij} = \gamma^{\infty}_{2ij} \leq \gamma_{2ij}$.

Menyebabkan $\mu'^{\infty}_{2ij} \geq \mu_{2ij}$ dan $\gamma'^{\infty}_{2ij} \leq \gamma_{2ij}$, maka kontradiksi. Pengandaian salah, maka (v_i, v_j) adalah jembatan.

(i) $\Rightarrow$ (ii)

Diasumsikan (v_i, v_j) adalah jembatan.

Akan ditunjukkan bahwa $\mu'^{\infty}_{2ij} < \mu_{2ij}$ atau $\gamma'^{\infty}_{2ij} > \gamma_{2ij}$.

Andaikan $\mu'^{\infty}_{2ij} \geq \mu_{2ij}$ dan $\gamma'^{\infty}_{2ij} \leq \gamma_{2ij}$.

Sisi (v_i, v_j) disebut jembatan di *G*, jika salah satu dari $\mu'^{\infty}_{2xy} < \mu^{\infty}_{2xy}$ dan $\gamma'^{\infty}_{2xy} \geq \gamma^{\infty}_{2xy}$ atau $\mu'^{\infty}_{2xy} \leq \mu^{\infty}_{2xy}$ dan $\gamma'^{\infty}_{2xy} > \gamma^{\infty}_{2xy}$ untuk suatu $v_x, v_y \in V$. Misalkan $\mu'^{\infty}_{2xy} < \mu^{\infty}_{2xy}$ benar, maka $\mu'^{\infty}_{2ij} \geq \mu_{2ij}$ kontradiksi, dan misalkan $\gamma'^{\infty}_{2xy} > \gamma^{\infty}_{2xy}$ benar, maka $\gamma'^{\infty}_{2ij} \leq \gamma_{2ij}$ kontradiksi. Pengandaian salah, maka $\mu'^{\infty}_{2ij} < \mu_{2ij}$ atau $\gamma'^{\infty}_{2ij} > \gamma_{2ij}$.■

Teorema 4. *Misalkan $G = \langle V, E \rangle$ adalah suatu graf fuzzy intuitionistic dengan himpunan dari titik V. Maka*

(i) Jika μ_{2ij} dan γ_{2ij} adalah konstan untuk setiap $v_x, v_y \in V$, maka G tidak mempunyai jembatan.

(ii) Jika μ_{2ij} dan γ_{2ij} adalah tidak konstan untuk setiap $(v_i, v_j) \in E$ dimana (v_i, v_j) dihubungkan dengan sikel, maka G mempunyai paling sedikit satu jembatan.

Akibat 1. *Pada suatu graf fuzzy intuitionistic $G = \langle V, E \rangle$ dengan $\mu_2 : V \times V \to [0,1]$ dan $\gamma_2 : V \times V \to [0,1]$ bukan fungsi konstan. Suatu sisi (v_i, v_j) yang dihubungkan dengan sikel dimana μ_{2ij} maksimum dan γ_{2ij} minimum, maka sisi (v_i, v_j) adalah suatu jembatan dari G.*

6 Kesimpulan

Seperti pada definisi jembatan pada graf *fuzzy* dapat dikembangkan definisi jembatan pada graf *fuzzy intuitionistic*. Suatu graf *fuzzy intuitionistic* yang tidak mempunyai sikel, maka graf *fuzzy intuitionistic* tersebut tidak mempunyai jembatan. Suatu sisi pada graf *fuzzy intuitionistic* yang mempunyai nilai tidak konstan dan terhubung oleh sikel, maka graf *fuzzy intuitionistic* tersebut mempunyai paling sedikit satu jembatan. Jika nilai pada graf *fuzzy intuitionistic* tersebut konstan, maka graf *fuzzy intuitionistic* tersebut tidak mempunyai jembatan.

Daftar Pustaka

[1] An Lu dan Wilfred Ng. 2005. *Vague Sets or Intuitionistic Fuzzy Sets for Handling Vague Data: Which One Is Better?*. In: Lois Delcambre, Christian Kop, Heinrich C. Mayr, John Mylopoulos, Oscar Pastor (eds.): Conceptual Modeling – ER 2005: 24th International Conference on Conceptual Modeling, Klagenfurt, Austria, October 24-28, Lecture Notes in Computer Science Vol. 3716, Springer-Verlag GmbH : 401-416.

[2] John, N. M., dan Premchand S. N. 2000. *Fuzzy Graphs and Fuzzy Hypergraph*. Physica-Verlag. Heidelberg.

[3] Nagoor, G., dan Malarvizhi, J.. 2008. Isomorphism on Fuzzy Graphs. *International Journal of Computational and Mathematical Sciences*. Vol. 2. 4 :190-196.
[4] Nagoor, G., dan Malarvizhi, J. 2009. Isomorphism Properties on Strong Fuzzy Graphs. *International Journal of Algorithms, Computing and Mathematics*. Vol. 2. 1 : 39-47.
[5] Parvathi, R., dan Karunambigai, M. G. 2006. *Intuitionistic Fuzzy Graph.* Proceedings -9th Fuzzy Days International Conference on Computational Intelligence – 2006, Advances in soft computing: Computational Intelligence, Theory and Applications, Bernd Reusch eds. 139-150.
[6] Seymour, L., dan Marc, L. L. 2002. *Matematika Diskrit 2*. Salemba Teknika. Jakarta.
[7] Theresia, M.H., dan Tirta, S. 1992. *Graf Pengantar*. University Press IKIP. Surabaya.