Jurnal UJMC, Volume 8, Nomor 2, Hal. 55 - 58
pISSN : 2460-3333 eISSN : 2579-907X

Polinomial Kromatik Graf Bunga

Risang Narendra[1]

[1]Universitas Nahdlatul Ulama Blitar, risang.narendra@gmail.com

Abstract. In this study, the class of a graph called Flower Graph was discussed. Flower Graph is a special way in a graphic. A graph G is called a flower chart-$(n \times m)$. This graph will be symbolized by $f_{n\times m}$. Then, it is defined by a flower chart-$(n \times m)$, with the petal to which i in a flower graph-$(n \times m)$, by $(n-1)$-petal removed, for $i \in \{1,2,\cdots,n\}$. Flower graphics-$(n \times m)$: with petal as much as i is denoted by $f_{n\times m}^{i}$. Chromatic polynomial $\chi(G,\lambda)$ is the amount of forms to color the point in graph G with λ color, where there are no two points that fit to obtain the same color. In the end, using the reduction theorem, the chromatic polynomial theorem of the Sikel chart and the chromatic polynomial graphic of the chromatic polynomial tree of a flower chart obtained.

Keywords*: *Chromatic polynomial, flower graph.

Abstrak. Dalam penelitian ini, dibahas kelas suatu graf yang dinamakan graf bunga. Graf bunga adalah bentuk khusus dalam suatu graf. Suatu graf G dinamakan graf bunga-$(n \times m)$. Graf ini akan dilambangkan dengan $f_{n\times m}$. Kemudian, didefinisikan suatu graf bunga-$(n \times m)$ dengan kelopak sebanyak i menjadi graf bunga-$(n \times m)$ dengan $(n-1)$-kelopak dihapus, untuk $i \in \{1,2,\cdots,n\}$. Graf bunga-$(n \times m)$ dengan kelopak sebanyak *i* dinotasikan dengan $f_{n\times m}^{i}$.
Polinomial kromatik $\chi(G,\lambda)$ adalah banyaknya cara untuk mewarnai titik pada graf G dengan λ warna, dimana tidak ada dua titik yang adjasen mendapat warna yang sama. Pada akhirnya, dengan menggunakan teorema reduksi, teorema polinomial kromatik graf sikel, dan polinomial kromatik graf pohon polinomial kromatik suatu graf bunga didapatkan.

Kata Kunci*: *Polinomial kromatik, graf bunga

1 Pendahuluan

Teori graf merupakan salah satu ilmu yang dibahas dalam matematika yang mempelajari himpunan titik dan himpunan garis. Suatu graf merupakan diagram yang terdiri dari noktah-noktah tidak kosong yang disebut titik (*vertex*) dan dihubungkan oleh garis yang disebut sisi (*edge*).

Ada beberapa polinomial yang berhubungan dengan graf. Polinomial memainkan aturan penting dalam mempelajari graf yang merepresentasikan berbagai informasi tentang graf misalkan banyaknya pohon pada G dan banyaknya k-flow tak kosong di G. Generalisasi suatu polinomial graf untuk kelas yang spesifik akan ditunjukkan pada penelitian ini.

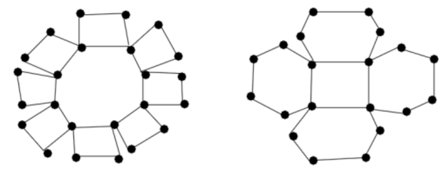
Polinomial kromatik dari graf G, $\chi(G,\lambda)$ menyatakan banyaknya cara mewarnai titik pada suatu graf dengan λ warna. Dalam penelitian ini dipelajari suatu graf khusus bernama graf bunga lengkap. Dimulai dengan mendefinisikan suatu graf bernama bunga lengkap-$n \times m$. Dengan teorema reduksi, $\chi(G,\lambda) = \chi(G-e,\lambda) - \chi(G*e,\lambda)$ didapatkan pernyataan eksplisit dari polinomial kromatik dari bunga lengkap- $n \times m$ dan beberapa subgraf dari bunga lengkap- $n \times m$.

2 Graf Bunga

Pada bagian ini diberikan definisi dan suatu contoh dari suatu graf bunga.

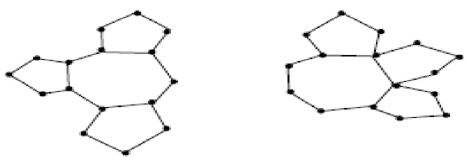
Suatu graf G dinamakan graf bunga- $(n \times m)$ jika graf tersebut memiliki himpunan titik sebagai berikut: $V(G) = \{1,2,\cdots,n,n+1,\cdots,n(m-1)\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{(1,2),\ (2,3),\cdots,(n-1,n),(n,1)\} \cup \{(1,n+1),\ (n+1,n+2),\ (n+2,n+3),(n+3,n+4)\ \cdots(n+m-3,n+m-2),\ (n+m-2,2)\} \cup \{(2,n+m-1),(n+m-1,n+m),(n+m,n+m+1),(n+m+1,n+m+2),\cdots,(n+2(m-2)-1,n+2(m-2)),(n+2(m-2),3)\} \cup \cdots\cdots\cdots \cup \{(n,n+(n-1)(m-2)+1),(n+(n-1)(m-2)+1,n+(n-1)(m-2)+2),(n+(n-1)(m-2)+3),(n+(n-1)(m-2)+3,n+(n-1)(m-2)+4),\cdots,(nm-1,nm),(nm,1)\}$.

Dengan kata lain, suatu graf G dinamakan graf bunga-$(n \times m)$ jika graf tersebut memiliki n titik yang membentuk n-sikel dan n himpunan dari $m-2$ titik yang membentuk m-sikel di sekitar n-sikel sehingga setiap m-sikel tepat satu memotong n-sikel pada satu sisi. Graf ini akan dilambangkan dengan $f_{n\times m}$. Jelas bahwa $f_{n\times m}$ memiliki $n(m-1)$ titik dan nm sisi. m-sikel dinamakan kelopak dan n-sikel dinamakan pusat dari $f_{n\times m}$. n titik yang membentuk pusat memiliki derajat 4 dan semua titik lain yang memiliki derajat 2. Diagram pada Gambar 1 adalah contoh dari graf bunga



Gambar 1. Contoh Graf Bunga

Menghapus sebuah kelopak dari f_{nxm} adalah dengan mengambil satu m-sikel dan menghapus semua titik berderajat 2 dan sisi yang besesuaian. Didefinisikan suatu graf bunga-(n x m) dengan *i* kelopak sebagai graf bunga-(n x m) dengan n kelopak dihapus untuk $i \in \{1,2,3,\ldots,n\}$. Graf bunga-(n x m) dengan i kelopak dinotasikan dengan f^i_{nxm}. Dengan demikian kita memiliki beberapa graf non-isomorfik yang direpresentasikan sebagai f^i_{nxm}. Diagram yang ditunjukkan pada gambar 2 adalah dua graf non-isomorfik yang direpresentasikan oleh f^3_{7x5}.



Gambar 2. Graf bunga-(7 x 5) dengan 3 kelopak

3 Polinomial Kromatik

Pada bagian ini, dijelaskan tentang pernyataan eksplisit polinomial kromatik graf bunga. Sebelum masuk pada polinomial kromatik graf bunga, diberikan teorema-teorema penunjang. Pembuktian teorema reduksi, teorema polinomial kromatik graf pohon dan graf sikel mengacu pada [4] dan [5].

Teorema 3.1 (*Reduksi*). Jika $\in E(G)$, maka

$$\chi(G,\lambda) = \chi(G-e,\lambda) - \chi(G*e,\lambda),$$

Teorema 3.2 Jika t_n adalah pohon dengan *n* titik, maka,

$$\chi(t_n,\lambda) = \lambda(\lambda-1)^{n-1}$$

Teorema 3.3 Jika C_n adalah sikel-n maka

$$\chi(C_n,\lambda) = (\lambda-1)^n + (-1)^n(\lambda-1)$$

Untuk, $n > 2,\ n \in \mathbb{N}$

Pada akhirnya, dengan menerapkan teorema 3.1, teorema 3.2, dan teorema 3.3, didapatkan polinomial kromatik dari graf bunga.

Teorema 3.4 Misalkan G suatu graf dari suatu bunga lengkap-(n x m). Maka polinomial kromatik dari graf G adalah :

$$\chi(G,\lambda) = \left[\sum_{k=0}^{m-2}(-1)^k(\lambda-1)^{m-k-2}\right]^n [(\lambda-1)^n + (-1)^n(\lambda-1)]$$

Akibat 3.5 Misalkan G graf dari suatu graf bunga-(n x m) dengan i kelopak, untuk $i = \{1,2,\cdots,n\}$ maka

$$\chi(G,\lambda) = \left[\sum_{k=0}^{m-2}(-1)^k(\lambda-1)^{m-k-2}\right]^i [(\lambda-1)^n + (-1)^n(\lambda-1)]$$

4 Kesimpulan

Hal ini ditunjukkan sebelumnya bahwa $f^i_{n\times m}$ untuk $=\{1,2,\cdots n-1\}$ mewakili graf bunga dengan *i* petal, dan kedudukan petal yang hilang adalah tidak relevan. Jadi didapatkan graf non-isomorfik direpresentasikan oleh $f^i_{n\times m}$. Jelas bahwa semua polinomial kromatik graf non-isomorfik direpresentasikan oleh $f^i_{n\times m}$ didapatkan.

5 Daftar Pustaka

[1] Budayasa, ketut. 2007. Teori graph dan aplikasinya. Surabaya : unesa university press Surabaya.

[2] Budayasa, ketut. 2008. Matematika Diskrit. Surabaya : unesa university press Surabaya.

[3] Johnsonbaugh, Richard. 2007. Matematika diskrit. Surabaya: PT.Prenhallindo

[4] Duval, Art. 2005. An Example of Induction: Chromatic Polynomials. http://www.math.utep.edu/Faculty/duval/class/2325/084/chrpoly.pdf, diakses Selasa, 3 Juli 2012, pukul 06.21 WIB)

[5] Mphako-Banda, Eunice. 2007. Some Polynomials of Flower Graphs http://www.m-hikari.com/imf-password2007/49-52-2007/bandaIMF49-52-2007.pdf diakses Selasa, 3 Juli 2012, pukul 17.39 WIB)