Unisda Journal of Mathematics and Computer Science
pISSN : 2460-3333 eISSN : 2579-907X
Volume 12, Nomor 1, Hal. 36 - 47

Penerapan Model Logistik Fraksional dalam Memproyeksikan Jumlah Penduduk di Kabupaten Indramayu Tahun 2025-2030

Lu'lu Nurzahra[1], Isnu Aji Saputro[2*], Noor Sofiyati[3]

[1]Matematika, Universitas Jenderal Soedirman, lulunurzahra04@gmail.com
[2]Matematika, Universitas Jenderal Soedirman, isnu.saputro@unsoed.ac.id
[3]Matematika, Universitas Jenderal Soedirman, noor.sofiyati@unsoed.ac.id

Abstract. *The continuous growth in population necessitates accurate projections as a foundation for regional development planning. This study aims to apply a fractional logistic model employing the conformable fractional derivative to project the population of Indramayu Regency for the period 2025–2030. The research was conducted using population data from Indramayu Regency spanning the 2020–2024 period, with two fractional orders, namely α = 0,8 and α = 0,2, each comprising four model variations. The accuracy of the models was evaluated using the Mean Absolute Percentage Error (MAPE). The findings indicate that Model III with a fractional order of α = 0.8 yields the highest accuracy, with a MAPE value of 0.121669%. Based on this model, the population of Indramayu Regency is projected to increase from 1,943,094 inhabitants in 2025 to 1,991,027 inhabitants in 2030. The results demonstrate that the conformable fractional logistic model is capable of providing population projections with excellent accuracy, thereby offering a potential alternative for population-data-based development planning.*

***Keywords*:** *Projection, population, logistics model, fractional.*

Abstrak. Pertumbuhan jumlah penduduk yang terus meningkat memerlukan proyeksi yang akurat sebagai dasar perencanaan pembangunan daerah. Penelitian ini bertujuan menerapkan model logistik fraksional dengan turunan fraksional konformabel untuk memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Indramayu tahun 2025–2030. Penelitian dilakukan menggunakan data jumlah penduduk Kabupaten Indramayu periode 2020–2024 dengan menguji dua orde fraksional, yaitu $\alpha = 0{,}8$ dan $\alpha = 0{,}2$, masing-masing terdiri atas empat variasi model. Tingkat akurasi model dievaluasi menggunakan Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Hasil penelitian menunjukkan bahwa Model III dengan orde fraksional $\alpha = 0{,}8$ memberikan akurasi terbaik dengan nilai MAPE sebesar 0,121669%. Berdasarkan model tersebut, jumlah penduduk Kabupaten Indramayu diproyeksikan meningkat dari 1.943.094 jiwa pada tahun 2025 menjadi 1.991.027 jiwa pada tahun 2030. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model logistik fraksional konformabel mampu memberikan proyeksi jumlah penduduk dengan tingkat akurasi yang sangat baik sehingga berpotensi menjadi alternatif dalam perencanaan pembangunan berbasis data kependudukan.

***Kata Kunci*:** *proyeksi, penduduk, model logistik, fraksional*

1. Pendahuluan

Indonesia memiliki jumlah penduduk yang besar. Oleh karena itu, pemerintah atau negara perlu memberikan perhatian khusus dalam mengelola wilayah dan membuat kebijakan untuk menjaga kestabilan sumber daya pembangunan. Suatu wilayah yang memiliki pertumbuhan jumlah penduduk yang tinggi harus diikuti dengan peningkatan berbagai sarana dan prasarana yang dibutuhkan. Akibatnya, perlu adanya kontrol jumlah penduduk di suatu wilayah agar pemerintah siap untuk membangun fasilitas yang ada [1].

Berdasarkan data BPS Kabupaten Indramayu, proporsi jumlah penduduk di Kabupaten Indramayu pada tahun 2024 adalah sebanyak 1,95 juta jiwa. Jumlah ini dalam 13 tahun berturut-turut terus mengalami kenaikan. Selama lima tahun terakhir, rata-rata pertumbuhan tahunan atau *Compound Annual Growth Rate* (CAGR) jumlah penduduk di wilayah ini sebesar 2,42%. Pertumbuhan ini lebih tinggi dibandingkan dengan pertumbuhan lima tahun sebelumnya yaitu tercatat sebesar 0,44%. Pada tahun 2024, mayoritas penduduk Kabupaten Indramayu di dominasi oleh usia produktif (umur pada rentang 15-59 tahun) yang jumlahnya mencapai 1,28 juta atau 65,73% dari total populasi. Sedangkan usia anak-anak (umur 0-14 tahun) serta usia lanjut yang berumur lebih dari 60 tahun masing-masing sebesar 22,26% dan 12,01% [2].

Pertumbuhan jumlah penduduk di Kabupaten Indramayu menunjukkan adanya perubahan demografis yang perlu mendapatkan perhatian dari para perencana dan pembuat kebijakan daerah. Peningkatan jumlah penduduk yang terjadi dari tahun ke tahun memberikan berbagai tantangan, terutama dalam penyediaan kebutuhan dasar seperti pendidikan, kesehatan, dan lapangan kerja. Pertumbuhan penduduk sebesar 2,24% mencerminkan adanya peningkatan jumlah populasi yang berpengaruh terhadap struktur sosial dan ekonomi masyarakat Indramayu. Hal ini menunjukkan bahwa meskipun peningkatan jumlah penduduk dapat menjadi potensi tenaga kerja dan pasar yang besar, tanpa diimbangi dengan kebijakan pembangunan yang tepat, hal tersebut dapat menimbulkan tekanan terhadap sumber daya dan infrastruktur daerah [2].

Proyeksi jumlah penduduk merupakan komponen penting dalam perencanaan pembangunan ekonomi dan sosial di Kabupaten Indramayu. Hasil proyeksi penduduk dapat digunakan oleh pemerintah daerah untuk memperkirakan kebutuhan masa depan, seperti penyediaan infrastruktur, layanan pendidikan, kesehatan, serta lapangan kerja yang sesuai dengan pertumbuhan jumlah penduduk untuk merumuskan kebijakan pembangunan yang berkelanjutan dan adaptif terhadap perubahan demografis. Metode yang digunakan dalam proyeksi sangat memengaruhi tingkat ketepatan hasil estimasi. Salah satu pengembangan model yang dapat digunakan untuk meningkatkan fleksibilitas dalam memodelkan pertumbuhan penduduk adalah model logistik fraksional dengan turunan fraksional konformabel. Penelitian tentang model logistik fraksional pernah dilakukan oleh [3] yang mengkaji model logistik fraksional konformabel dan mengestimasi orde turunan. Sementara itu, [4] mengembangkan pendekatan baru dengan metode dekomposisi Laplace untuk menyelesaikan model logistik fraksional. Keberadaan orde fraksional α memungkinkan model menyesuaikan karakteristik pertumbuhan secara lebih fleksibel dibandingkan model berorde bilangan bulat. Oleh karena itu, pada penelitian ini diterapkan model logistik fraksional untuk memproyeksikan

jumlah penduduk Kabupaten Indramayu tahun 2025–2030 serta mengevaluasi pengaruh variasi nilai orde fraksional terhadap tingkat akurasi model. Hasil penelitian diharapkan dapat menghasilkan model proyeksi yang paling representatif dalam menggambarkan dinamika pertumbuhan penduduk di Kabupaten Indramayu.

2. Landasan Teori

2.1 Jumlah Penduduk

Jumlah penduduk Indonesia terus mengalami peningkatan setiap tahunnya. Data hasil sensus menunjukkan bahwa laju pertumbuhan penduduk di Indonesia masih tergolong tinggi, terutama di wilayah perkotaan. Kondisi ini menuntut adanya upaya pengendalian pertumbuhan penduduk guna menjaga keseimbangan antara jumlah penduduk dan daya dukung lingkungan [5]. Menurut teori Malthus, pertumbuhan penduduk cenderung mengikuti pola eksponensial (deret ukur), sedangkan ketersediaan pangan bertambah secara aritmetika (deret hitung). Ketidakseimbangan tersebut berpotensi menimbulkan tekanan terhadap sumber daya alam apabila tidak diimbangi dengan pengelolaan yang tepat. Selain itu, meningkatnya jumlah penduduk juga menyebabkan penurunan daya dukung dan daya tampung lingkungan, termasuk berkurangnya kemampuan lahan dalam memenuhi kebutuhan hidup manusia [6].

2.2 Proyeksi Penduduk

Pertumbuhan penduduk akan berdampak pada kondisi ketenagakerjaan suatu daerah. Semakin besar jumlah pertumbuhan penduduk, maka akan semakin banyak dibutuhkan lapangan pekerjaan untuk menampungnya. Jika daya tampung lapangan pekerjaan tidak memadai, maka akan banyak penduduk yang tidak bekerja atau menganggur [7].

Proyeksi (*projection*) adalah perkiraan jumlah penduduk berdasarkan sensus. Perkiraan penduduk tidak hanya beberapa tahun sesudah sensus tetapi mungkin sampai beberapa puluh tahun sesudah sensus. Proyeksi penduduk merupakan perhitungan yang menunjukkan keadaan fertilitas, mortalitas dan migrasi dimasa yang akan datang [8].

Kebutuhan proyeksi penduduk merupakan strategi untuk analisis kestabilan terhadap laju pertumbuhan penduduk pada periode mendatang. Data proyeksi juga dapat membantu pemerintah untuk membuat kebijakan yang strategis guna kepentingan masyarakat. Misalnya, dengan mengetahui komposisi dan sebaran penduduk di masa depan, pemerintah dapat merancang kebijakan yang tepat di bidang ketenagakerjaan, pendidikan, kesehatan, dan infrastruktur [9].

2.3 Model Pertumbuhan Logistik

Model pertumbuhan logistik adalah perkembangan model eksponensial yang pertama kali diperkenalkan oleh Malthus. Model pertumbuhan populasi logistik merupakan penyempurnaan dari model pertumbuhan eksponensial. Dengan menggunakan prinsip logistik (*logistic law*), diasumsikan bahwa suatu populasi tidak dapat bertambah tanpa batas. Model pertumbuhan logistik menyatakan bahwa pada suatu waktu tertentu, jumlah populasi akan mendekati titik keseimbangan (*equilibrium*). Pada kondisi tersebut, angka kelahiran dan kematian dianggap

seimbang sehingga grafik pertumbuhan akan mendatar atau mencapai kondisi tanpa pertumbuhan (*zero growth*).

Bentuk paling sederhana untuk laju pertumbuhan relatif yang mengakomodasi asumsi-asumsi ini adalah:

$$\frac{1}{N}\frac{dN}{dt} = r\left(1 - \frac{N}{K}\right) \tag{1}$$

Berdasarkan persamaan (1), laju pertumbuhan relatif populasi ($\frac{1}{N}\frac{dN}{dt}$) ditentukan oleh laju pertumbuhan intrinsik (r) dan daya dukung lingkungan (K), dengan $N(t)$ sebagai jumlah populasi pada waktu tertentu. Model ini menggambarkan pertumbuhan logistik, di mana laju pertumbuhan akan semakin melambat seiring populasi (N) mendekati kapasitas maksimum lingkungan (K), mencerminkan adanya batasan sumber daya yang tersedia.

Berdasarkan persamaan laju pertumbuhan logistik, solusi umumnya dinyatakan sebagai:

$$N(t) = \frac{K}{e^{-rt}\left(\frac{K}{N_0} - 1\right) + 1} \tag{2}$$

dengan N_0 adalah jumlah populasi awal. Estimasi parameter r dan K dilakukan menggunakan data dari tiga tahun pertama pengamatan. Jika N_0 , N_1 , dan N_2 masing-masing menyatakan jumlah populasi pada tahun ke-0, ke-1, dan ke-2, maka diperoleh hubungan:

$$\frac{(1-e^{-r})}{K} = \frac{1}{N_1} - \frac{e^{-r}}{N_0} \tag{3}$$

dan

$$\frac{(1-e^{-2r})}{K} = \frac{1}{N_2} - \frac{e^{-r}}{N_0} \tag{4}$$

Dengan membagi Persamaan (3) dan (4), diperoleh:

$$e^{-r} = \frac{N_0(N_2 - N_1)}{N_2(N_1 - N_0)} \tag{5}$$

Selanjutnya, substitusi persamaan (5) ke persamaan (3) menghasilkan persamaan daya dukung lingkungan:

$$K = \frac{N_1(2N_0N_2 - N_2N_1 - N_0N_1)}{N_0N_2 - N_1^2} \tag{6}$$

Nilai r dan K dapat ditentukan secara eksplisit berdasarkan data populasi tiga tahun awal.

2.4 Turunan Fraksional Konformabel

Turunan konformabel fraksional mampu mengatasi berbagai kekurangan yang terdapat pada turunan fraksional klasik, misalnya ketergantungannya pada representasi integral non-lokal serta ketidakselarasannya dengan aturan kalkulus dasar seperti aturan rantai dan aturan perkalian [10].

Definisi 1. (Definisi Turunan Fraksional Konformabel yang Diperumum).
Turunan fraksional konformabel diperumum didefinisikan dengan

$$D_{\psi}^{\alpha} g(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{g\left(t + \varepsilon \psi(\alpha, t)\right) - g(t)}{\varepsilon} \tag{7}$$

untuk setiap $t > 0$ *dan* $0 < \alpha \leq 1$. *Agar setiap nilai orde* $\alpha \in (0,1)$, *fungsi konformabel fraksional* ψ *harus memenuhi syarat bahwa:*

$$\psi(1, t) = 1$$

dan

$$\psi(\cdot, p) \neq \psi(\cdot, q), \textit{dimana}\, p \neq q \;\textit{dan}\, p, q \in (0,1)$$

Teorema 2.1.

Jika u: $(0, \infty) \to \mathbb{R}$ terdiferensialkan untuk setiap $t > 0$, maka untuk $\alpha \in (0,1]$,

$$D_{\psi}^{\alpha} u(t) = \psi(\alpha, t) \frac{d}{dt} u(t).$$

2.5 Model Pertumbuhan Logistik Fraksional Konformabel

Model pertumbuhan logistik klasik dapat diperluas ke dalam bentuk fraksional menggunakan turunan fraksional konformabel, di mana orde turunan α memberikan fleksibilitas tambahan dalam menggambarkan dinamika pertumbuhan. Model logistik fraksional konformabel analog dengan model klasik, dengan bentuk laju pertumbuhan relatif $D_0^N(t) = rN(1 - N/K)$. Berdasarkan Teorema 2.1, dengan $\psi(\alpha, t) = t^{1-\alpha}/(2 - \alpha)$, diperoleh solusi khusus yang di:

$$N(t) = \frac{K}{e^{-\frac{r(2-\alpha)t^{\alpha}}{\alpha}} \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) + 1} \tag{8}$$

dengan N_0 adalah populasi awal, r laju pertumbuhan intrinsik, dan K daya dukung lingkungan. Penurunan solusi khusus dari model logistik fraksional yang digunakan dalam penelitian ini mengacu pada hasil yang telah diperoleh dari [11].

3. Metodologi Penelitian

Data yang digunakan adalah data sekunder yaitu data jumlah penduduk di Kabupaten Indramayu dari tahun 2020–2024 yang diperoleh dari publikasi BPS Kabupaten Indramayu. Data jumlah penduduk di Kabupaten Indramayu ini digunakan untuk menghitung proyeksi jumlah penduduk di Kabupaten Indramayu tahun 2025–2030. Data yang digunakan disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Jumlah Penduduk di Kabupaten Indramayu Tahun 2020-2024

Periode (*t*)	Tahun	Jumlah Penduduk (jiwa)
0	2020	1.851.733
1	2021	1.873.403
2	2022	1.894.336
3	2023	1.914.039
4	2024	1.932.521

4. Hasil dan Pembahasan

Dalam memproyeksikan jumlah penduduk di Kabupaten Indramayu tahun 2025–2030 menggunakan model logistik fraksional, dipilih nilai α yaitu $\alpha = 0{,}8$ dan $\alpha = 0{,}2$. Kedua nilai tersebut dipilih untuk merepresentasikan dua tingkat orde fraksional yang berbeda sehingga dapat diamati pengaruh perubahan nilai α terhadap hasil proyeksi jumlah penduduk.

4.1 Menentukan Nilai Daya Dukung Lingkungan

Langkah pertama yang dilakukan untuk menentukan model proyeksi jumlah penduduk adalah dengan menentukan nilai daya dukung lingkungan serta menghitung laju pertumbuhan dari data yang dimiliki. Berdasarkan persamaan (6) diperoleh nilai daya dukung lingkungan, yaitu

$$K = \frac{N_1(2N_0N_2 - N_2N_1 - N_0N_1)}{N_0N_2 - N_1^2}.$$

Kemudian, substitusi nilai N_0, N_1, dan N_2 pada Tabel 1, akan diperoleh nilai $K = 2.336.687$.

4.2 Menentukan Model Logistik Fraksional untuk $\alpha = 0,8$

Subtitusi nilai K serta $\alpha = 0{,}8$ ke persamaan (8), diperoleh laju pertumbuhan intrinsik (r) dan model logistik fraksional untuk $t = 1, t = 2, t = 3$, dan, $t = 4$ sebagai berikut:

a) Model I

Untuk $t = 1$ dengan $N(1) = 1.873.403$, diperoleh untuk $\alpha = 0{,}8$ sebagai berikut

$$1.873.403 = \frac{2.336.687}{e^{-\frac{r(2-0,8)1^{0,8}}{0,8}}\left(\frac{2.336.687}{1.851.733} - 1\right) + 1}$$

$$r_1 = 0{,}038232252$$

Jadi, diperoleh Model Logistik I Fraksional $\alpha = 0{,}8$

$$N_1 = \frac{2.336.687}{0{,}26\, e^{(-0,057348378)t^{0,8}} + 1}.$$

b) Model II

Untuk $t = 2$ dengan $N(2) = 1.894.336$, diperoleh untuk $\alpha = 0{,}8$ sebagai berikut

$$1.894.336 = \frac{2.336.687}{e^{-\frac{r(2-0,8)2^{0,8}}{0,8}}\left(\frac{2.336.687}{1.851.773} - 1\right) + 1}$$

$$r_2 = 0{,}043945118$$

Jadi, diperoleh Model Logistik II Fraksional $\alpha = 0{,}8$

$$N_2 = \frac{2.336.687}{0{,}26\, e^{(-0,065917677)t^{0,8}} + 1}.$$

c) Model III

Untuk $t = 3$ dengan $N(3) = 1.914.039$, diperoleh untuk $\alpha = 0{,}8$ sebagai berikut

$$1.914.039 = \frac{2.336.687}{e^{-\frac{r(2-0,8)3^{0,8}}{0,8}}\left(\frac{2.336.687}{1.851.733}-1\right)+1}$$

$$r_3 = 0,047229268$$

Jadi, diperoleh Model Logistik III Fraksional $\alpha = 0,8$

$$N_3 = \frac{2.336.687}{0,26\, e^{(-0,070843902)t^{0,8}}+1}$$

d) Model IV

Untuk $t = 4$ dengan $N(4) = 1.932.521$, diperoleh untuk $\alpha = 0,8$ sebagai berikut

$$1.932.521 = \frac{2.336.687}{e^{-\frac{r(2-0,8)4^{0,8}}{0,8}}\left(\frac{2.336.687}{1.851.733}-1\right)+1}$$

$$r_4 = 0,049467$$

Jadi, diperoleh Model Logistik IV Fraksional $\alpha = 0,8$

$$N_4 = \frac{2.336.687}{0,26\, e^{(-0,07416)t^{0,8}}+1}.$$

4.3 Menentukan Model Logistik Fraksional untuk $\alpha = 0,2$

Subtitusi nilai K serta $\alpha = 0,2$ ke persamaan (8), diperoleh laju pertumbuhan intrinsik (r) dan model logistik fraksional untuk $t = 1, t = 2, t = 3$, dan, $t = 4$ sebagai berikut:

a) Model I

Untuk $t = 1$ dengan $N(1) = 1.873.403$, diperoleh untuk $\alpha = 0,2$ sebagai berikut

$$1.873.403 = \frac{2.336.687}{e^{-\frac{r(2-0,2)1^{0,2}}{0,2}}\left(\frac{2.336.687}{1.851.733}-1\right)+1}$$

$$r_1 = 0,006372042.$$

Jadi, diperoleh Model Logistik I Fraksional $\alpha = 0,2$

$$N_1 = \frac{2.336.687}{0,26\, e^{(-0,057348378)t^{0,2}}+1}.$$

b) Model II

Untuk $t = 2$ dengan $N(2) = 1.894.336$, diperoleh untuk $\alpha = 0,2$ sebagai berikut

$$1.894.336 = \frac{2.336.687}{e^{-\frac{r(2-0,2)2^{0,2}}{0,2}}\left(\frac{2.336.687}{1.851.773}-1\right)+1}$$

$$r_2 = 0,01109437$$

Jadi, diperoleh Model Logistik II Fraksional $\alpha = 0,2$

$$N_2 = \frac{2.336.687}{0,26\, e^{(-0.09984933)t^{0,2}}+1}.$$

c) Model III

Untuk $t = 3$ dengan $N(3) = 1.914.039$, diperoleh untuk $\alpha = 0,2$ sebagai berikut

$$1.914.039 = \frac{2.336.687}{e^{-\frac{r(2-0,2)3^{0,2}}{0,2}}\left(\frac{2.336.687}{1.851.733}-1\right)+1}$$

$$r_3 = 0{,}01521713$$

Jadi, diperoleh Model Logistik III Fraksional $\alpha = 0{,}2$

$$N_3 = \frac{2.336.687}{0{,}26\, e^{(-0{,}13695417)t^{0,2}}+1}.$$

d) Model IV

Untuk $t = 4$ dengan $N(4) = 1.932.521$, diperoleh untuk $\alpha = 0{,}2$ sebagai berikut

$$1.932.521 = \frac{2.336.687}{e^{-\frac{r(2-0,2)4^{0,2}}{0,2}}\left(\frac{2.336.687}{1.851.733}-1\right)+1}$$

$$r_4 = 0{,}018941$$

Jadi, diperoleh Model Logistik IV Fraksional $\alpha = 0{,}2$

$$N_4 = \frac{2.336.687}{0{,}26\, e^{(-0.170469)t^{0,2}}+1}.$$

4.4 Menghitung proyeksi jumlah penduduk di Kabupaten Indramayu tahun 2020-2024

Hasil proyeksi jumlah penduduk di Kabupaten Indramayu tahun 2020−2024 dengan model logistik fraksional orde $\alpha = 0{,}8$ dan $\alpha = 0{,}2$ disajikan pada Tabel 2 dan Tabel 3 berikut.

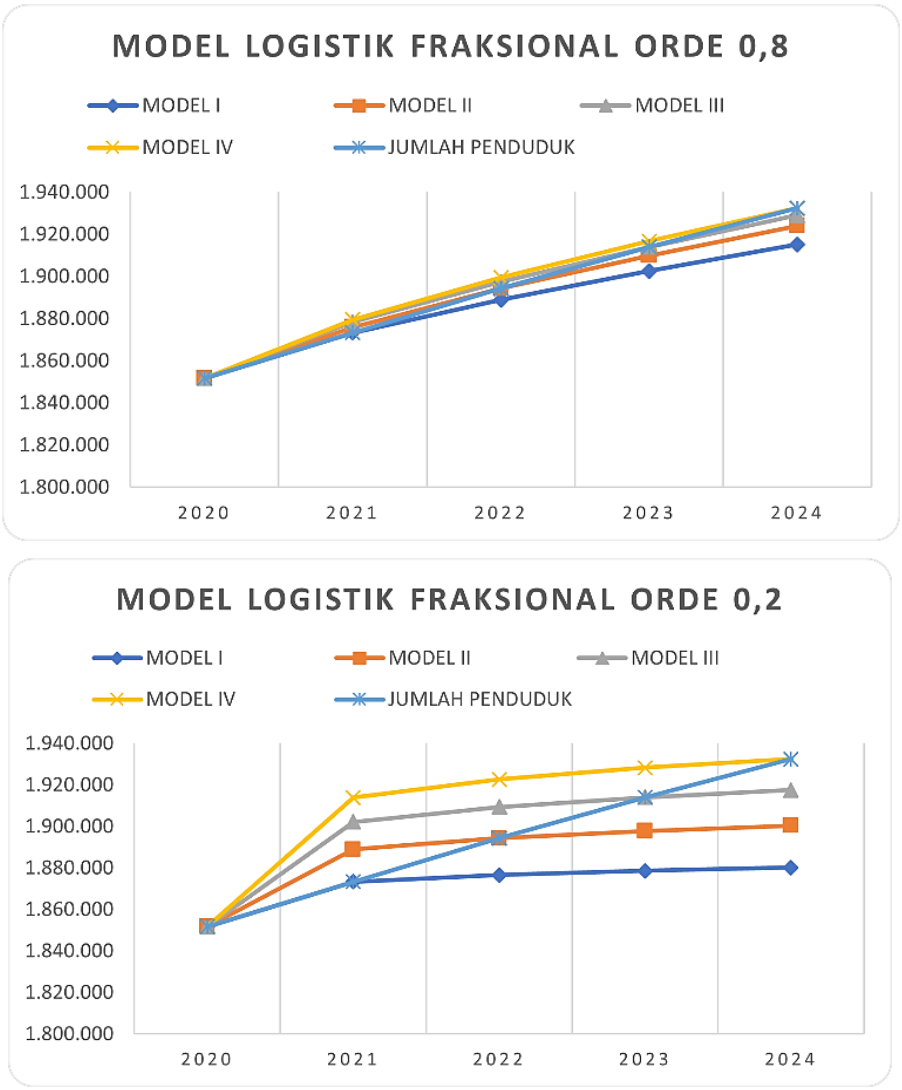
Tabel 2. Proyeksi Jumlah Penduduk di Kabupaten Indramayu Tahun 2020-2024 dengan Model Logistik Fraksional $\alpha = 0{,}8$

Periode (t)	**Tahun**	**Jumlah Penduduk (jiwa)**	**Model I**	**Model II**	**Model III**	**Model IV**
0	2020	1.851.733	1.851.733	1.851.773	1.851.733	1.851.733
1	2021	1.873.403	1.873.403	1.876.000	1.878.412	1.879.615
2	2022	1.894.336	1.888.986	1.894.373	1.897.458	1.899.485
3	2023	1.914.039	1.902.670	1.909.917	1.914.077	1.916.796
4	2024	1.932.521	1.915.159	1.924.052	1.929.155	1.932.480

Tabel 3. Proyeksi Jumlah Penduduk di Kabupaten Indramayu Tahun 2020-2024 dengan Model Logistik Fraksional $\alpha = 0{,}2$

Periode (t)	**Tahun**	**Jumlah Penduduk (jiwa)**	**Model I**	**Model II**	**Model III**	**Model IV**
0	2020	1.851.733	1.851.733	1.851.773	1.851.733	1.851.733
1	2021	1.873.403	1.873.403	1.889.010	1.902.262	1.913.987
2	2022	1.894.336	1.876.562	1.894.357	1.909.418	1.922.692
3	2023	1.914.039	1.878.615	1.897.819	1.914.038	1.928.297
4	2024	1.932.521	1.880.171	1.900.438	1.917.525	1.932.518

Kurva garis perbandingan jumlah penduduk di Kabupaten Indramayu tahun 2020–2024 antara data aktual dengan hasil proyeksi model logistik fraksional orde 0,8 dan 0,2 disajikan pada Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Perbandingan Model Logistik Fraksional orde 0,8 dan 0,2 dengan Nilai Aktual dari Proyeksi Jumlah Penduduk di Kabupaten Indramayu Tahun 2020−2024

Berdasarkan Gambar 1, pada orde $\alpha = 0{,}8$, seluruh model menghasilkan kurva pertumbuhan yang relatif dekat dengan data aktual. Perbedaan antar model tidak terlalu signifikan, namun Model III memberikan hasil yang paling mendekati jumlah penduduk aktual pada hampir seluruh periode pengamatan. Hal ini menunjukkan bahwa penggunaan orde fraksional yang lebih mendekati satu masih mampu mempertahankan karakteristik model logistik klasik, tetapi dengan fleksibilitas yang lebih baik dalam mengikuti pola pertumbuhan penduduk. Sebaliknya, pada orde $\alpha = 0{,}2$, perbedaan hasil proyeksi antar model terlihat lebih jelas. Model I menghasilkan estimasi yang cenderung lebih rendah dibandingkan data aktual, sedangkan Model III dan Model IV memberikan estimasi yang lebih

tinggi, terutama pada tahun 2021–2023. Kondisi ini menunjukkan bahwa semakin kecil nilai orde fraksional, semakin besar pengaruhnya terhadap dinamika pertumbuhan yang dihasilkan model sehingga sensitivitas terhadap perubahan parameter menjadi lebih tinggi.

Perbandingan secara visual pada Gambar 1 belum cukup untuk menentukan model yang memiliki tingkat akurasi terbaik. Oleh karena itu, dilakukan evaluasi menggunakan indikator Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Nilai MAPE dihitung untuk setiap model sehingga dapat diketahui model logistik fraksional yang memberikan hasil proyeksi paling akurat. Hasil perhitungan tersebut disajikan pada Tabel 4 dan 5.

Tabel 4. MAPE Proyeksi Jumlah Penduduk di Kabupaten Indramayu Tahun $2020 - 2024$ dengan Model Logistik Fraksional orde 0,8

Periode (t)	Model I	Model II	Model III	Model IV
0	0,0000000	0,0000216	0,0000000	0,0000000
1	0,0000000	0,0013862	0,0026737	0,0033159
2	0,0028242	0,0000195	0,0016481	0,0027181
3	0,0059398	0,0021536	0,0000199	0,0014404
4	0,0089841	0,0043824	0,0017418	0,0000212
MAPE	0,354962%	0,159266%	0,121669%	0,149912%

Tabel 5. MAPE Proyeksi Jumlah Penduduk di Kabupaten Indramayu Tahun $2020 - 2024$ dengan Model Logistik Fraksional orde 0,2

Periode (t)	Model I	Model II	Model III	Model IV
0	0,0000000	0,0000216	0,0000000	0,0000000
1	0,0000000	0,0083308	0,0154046	0,0216633
2	0,0093827	0,0000111	0,0079616	0,0149688
3	0,0185075	0,0084742	0,0000005	0,0074492
4	0,0270890	0,0166016	0,0077598	0,0000016
MAPE	1,099583%	0,668787%	0,622531%	0,881656%

Berdasarkan Tabel 4, model logistik fraksional dengan orde $\alpha = 0{,}8$ pada Model III memiliki nilai MAPE paling kecil, yaitu sebesar 0,121669%, sehingga memberikan tingkat akurasi terbaik dalam memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Indramayu selama periode 2020–2024. Sementara itu, berdasarkan Tabel 5, model logistik fraksional dengan orde $\alpha = 0{,}2$ menghasilkan nilai MAPE yang lebih besar dari orde $\alpha = 0{,}8$. Dengan membandingkan kedua orde fraksional tersebut, dapat disimpulkan bahwa model logistik fraksional dengan orde $\alpha = 0{,}8$, khususnya Model III, memberikan hasil proyeksi yang paling akurat karena memiliki nilai MAPE terkecil, yaitu sebesar 0,121669%. Hasil ini menunjukkan bahwa pemilihan orde fraksional berpengaruh terhadap tingkat akurasi model dalam memproyeksikan jumlah penduduk.

4.5 Menghitung Proyeksi Jumlah Penduduk di Kabupaten Indramayu Tahun 2025-2030

Berdasarkan hasil evaluasi menggunakan nilai MAPE, Model III dengan orde fraksional $\alpha = 0{,}8$ dipilih sebagai model terbaik. Selanjutnya, model tersebut digunakan untuk memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Indramayu pada periode 2025–2030. Persamaan model yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$N_3 = \frac{2.336.687}{0{,}26\, e^{(-0{,}070843902)t^{0{,}8}} + 1}.$$

Hasil perhitungan proyeksi jumlah penduduk di Kabupaten Indramayu tahun 2025-2030 dapat dilihat pada Tabel 6 berikut.

Tabel 6. Proyeksi Jumlah Penduduk di Kabupaten Indramayu Tahun 2025-2030 dengan Model Logistik III Fraksional orde 0,8

Periode (t)	Tahun	Hasil Proyeksi Logistik Klasik (Jiwa)
5	2025	1.943.094
6	2026	1.956.121
7	2028	1.968.387
8	2029	1.979.996
9	2030	1.991.027

Berdasarkan Tabel 6, jumlah penduduk Kabupaten Indramayu diproyeksikan terus mengalami peningkatan setiap tahunnya. Pada tahun 2025 jumlah penduduk diperkirakan mencapai 1.943.094 jiwa dan meningkat menjadi 1.991.027 jiwa pada tahun 2030. Secara keseluruhan, jumlah penduduk diproyeksikan bertambah sekitar 47.933 jiwa selama periode 2025–2030. Meskipun terus mengalami peningkatan, laju pertumbuhan penduduk cenderung melambat, yang menunjukkan bahwa pertumbuhan populasi mulai mendekati kapasitas dukung (carrying capacity) sesuai karakteristik model logistik. Hasil proyeksi ini diharapkan dapat menjadi informasi bagi pemerintah daerah dalam menyusun kebijakan pembangunan, khususnya yang berkaitan dengan penyediaan infrastruktur, pelayanan pendidikan, pelayanan kesehatan, serta perencanaan kebutuhan sosial dan ekonomi di Kabupaten Indramayu.

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian, model logistik fraksional konformabel mampu digunakan untuk memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Indramayu dengan tingkat akurasi yang sangat baik. Hasil evaluasi menggunakan Mean Absolute Percentage Error (MAPE) menunjukkan bahwa model logistik fraksional dengan orde $\alpha = 0{,}8$ memberikan tingkat akurasi yang lebih tinggi dibandingkan orde $\alpha = 0{,}2$. Dari keempat model yang diuji, Model III pada orde $\alpha = 0{,}8$ menghasilkan nilai MAPE terkecil, yaitu 0,121669%, sehingga dipilih sebagai model terbaik dalam penelitian ini.

Berdasarkan model terbaik tersebut, jumlah penduduk Kabupaten Indramayu diproyeksikan terus mengalami peningkatan pada periode 2025–2030, yaitu dari

1.943.094 jiwa pada tahun 2025 menjadi 1.991.027 jiwa pada tahun 2030. Meskipun demikian, pola pertumbuhan menunjukkan kecenderungan melambat saat mendekati daya dukung lingkungan (*carrying capacity*) sesuai karakteristik model logistik.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa penerapan turunan fraksional konformabel pada model logistik memberikan fleksibilitas yang lebih baik dalam memodelkan pertumbuhan penduduk. Oleh karena itu, model logistik fraksional dapat dijadikan sebagai salah satu alternatif metode proyeksi jumlah penduduk yang akurat untuk mendukung perencanaan pembangunan daerah.

6. Daftar Pustaka

[1] N. Nurmadhani and F. Faisol, "Penerapan model pertumbuhan logistik dalam memproyeksikan jumlah penduduk di Kabupaten Sumenep," *J. Edukasi dan Sains Mat.*, vol. 8, no. 2, pp. 145–156, 2022, [Online]. Available: https://doi.org/10.25134/jes-mat.v8i2.5436

[2] BPS Kabupaten Indramayu, *Kabupaten Indramayu Dalam Angka 2024, vol.* 43. Indramayu: BPS Kabupaten Indramayu, 2024.

[3] J. M. Abreu-Blaya, R., Fleitas, A., Valdés, J. E. N., Reyes, R., Rodríguez, J. M., & Sigarreta, "On the conformable fractional logistic models.," *Math. Methods Appl. Sci.*, vol. 43, no. 7, pp. 4156–4167, 2020.

[4] S. Jain, D., Bhargava, A., & Gupta, "A New Approach to Population Growth Model Involving a Logistic Differential Equation of Fractional Order.," *Crit. Rev. Biomed. Eng.*, vol. 53, no. 2, pp. 37–48, 2025.

[5] D. Anggreini, S. Sukiyanto, and B. D. Saputra, "Population Projection With The Application of The Differential Equation of The Logistic and Exponential Model (Case Study: Yogyakarta Special Region Province)," *Mathline J. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 8, no. 3, pp. 795–804, 2023, doi: 10.31943/mathline.v8i3.406.

[6] L. R. Alma, *Ilmu Kependudukan.* Malang: Penerbit Wineka Media, 2019.

[7] P. Tjiptoherijanto, "Proyeksi penduduk, angkatan kerja, tenaga kerja, dan peran serikat pekerja dalam peningkatan kesejahteraan," *Majalah Perencanaan Pembangunan, vol. 23*, pp. 1–10, 2001.

[8] D. Ratnasari, A. Atabany, B. P. Purwanto, and L. B. Salma, "Model pertumbuhan sapi perah Friesian Holstein (FH) dari lahir sampai beranak pertama di BBPTU-HPT sapi perah Baturraden menggunakan model matematik logistic," *J. Ilmu Produksi dan Teknol. Has. Peternak.*, vol. 7, no. 1, pp. 18–21, 2019.

[9] O. Rohaeni, "Model Pertumbuhan Populasi Satu Spesies Dengan Tundaan Waktu Diskrit," *J. Teor. dan Terap. Mat.*, vol. 16, no. 1, 2017.

[10] N. N. L. B. Chye, M. H. Lim, B. H. Guswanto, A. F. Embong, and M. A. Admon, "Analytic General Conformable Semigroup,"," *Int. J. Anal. Appl.*, vol. 23, no. 189, 2025.

[11] A. Sugandha, M. Mashuri, D. A. Pratama, E. Supriyanti, and R. Anggraeni, "Analysis Of Fractional Logistic Model Solution And Its Simulation On Human Development Index Data Of Cilacap District," *Mathline: J. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 10, no. 3, pp. 767–780, 2025, doi: 10.31943/mathline.v10i3.931