

Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari

Diana Putri Prahasti¹, Nur Hamid²

¹Universitas Nurul Jadid, dianaprahasti@gmail.com

²Universitas Nurul Jadid, nurhamid@unuja.ac.id

Abstract. This paper presents the explicit forms of complete weight enumerators (CWEs) for ternary self-dual codes of lengths 4, 8, 12, 16, and 20. Complete weight enumerators polynomials describe the distribution of the symbols 0, 1, and 2 in each codeword, making them essential for analyzing non-binary codes. The results focus on the complete weight enumerators polynomials that form a basis for each code. This documentation serves as a concrete reference for further research in ternary code theory.

Keywords: ternary code, self-dual, complete weight enumerator

Abstrak. Penelitian ini menyajikan bentuk eksplisit dari basis pencacah bobot lengkap (Complete Weight Enumerator/CWE) untuk kode ternari swa-dual dengan panjang 4, 8, 12, 16, dan 20. Polinomial dari pencacah bobot lengkap menggambarkan distribusi simbol 0, 1, dan 2 dalam setiap kata kode, sehingga penting dalam analisis kode non-biner. Hasil yang ditampilkan adalah pencacah bobot lengkap yang membentuk basis dari masing-masing kode. Dokumentasi ini dapat menjadi referensi konkret bagi penelitian lebih lanjut dalam teori kode ternari.

Kata Kunci: kode ternari, swa-dual, pencacah bobot lengkap

1. Pendahuluan

Kode linier adalah suatu metode pengkodean pesan digital yang digunakan untuk mendeteksi dan memperbaiki kesalahan dalam proses transmisi melalui saluran komunikasi yang bising [1]. Kode linier banyak digunakan dalam sistem komunikasi digital agar data tetap akurat meskipun terjadi gangguan saat pengiriman.

Pencacah bobot lengkap adalah sebuah polinomial yang menghitung jumlah dan jenis distribusi simbol dalam setiap kata kode dari kode linier. Pencacah bobot lengkap tidak hanya menghitung berapa banyak posisi yang bukan nol seperti pada pencacah bobot biasa, tapi juga menghitung berapa banyak setiap simbol dari alfabet muncul di semua kata kode [2]. Oleh karena itu, pencacah bobot lengkap sangat berguna untuk kode non-biner, seperti kode ternari yang terdiri dari lapangan hingga $\mathbb{F}_3 = \{0,1,2\}$.

Pencacah bobot lengkap tidak hanya digunakan untuk menganalisis distribusi simbol dalam kata kode, tetapi juga memainkan peran penting dalam berbagai bidang aplikasi. Pencacah bobot lengkap telah diterapkan dalam konstruksi skema berbagi rahasia dengan struktur akses tertentu [3], serta dalam pengembangan kode autentikasi sistematis yang efisien [2]. Selain itu, pencacah bobot lengkap juga digunakan untuk menghitung transformasi Walsh dari fungsi

monomial dan fungsi bentuk kuadratik pada medan hingga [4], serta dalam konstruksi kode torsion atas gelanggang hingga yang mendukung aplikasi pada kode komposisi konstan dan autentikasi [5].

Dalam penelitian ini, kami menyajikan bentuk eksplisit pencacah bobot lengkap dari kode ternari swa-dual dengan panjang 4, 8, 12, 16, dan 20. Namun tidak semua pencacah bobot lengkap yang akan kami sajikan, hanya pencacah bobot lengkap yang merupakan basis data dari kode saja. Data kode diambil dari basis data kode ternari swa-dual [6]. Tujuan utama penelitian ini adalah mendokumentasikan bentuk basis dari pencacah bobot lengkap secara eksplisit dan menyediakan referensi konkret bagi pengkaji lanjutan dalam bidang teori kode, khususnya untuk kode ternari. Komputasi dilakukan dengan menggunakan SageMath untuk memudahkan pengerjaan[7]. Dengan menggunakan SageMath, diperoleh bentuk eksplisit basis dari pencacah bobot lengkap dari kode ternari swa dual dengan panjang 4, 8, 12, 16, dan 20.

2 Dasar Kode

2.1 Kode Linear dari Kode Ternari

Kode linear ternari adalah subruang dari \mathbb{F}_3 , yaitu vektor berdimensi n atas medan hingga $\mathbb{F}_3 = \{0, 1, 2\}$. Suatu kode linear dikatakan memiliki parameter $[n, k, d]$ jika merupakan subruang berdimensi k dan memiliki jarak minimum d. Kode disebut swa dual jika kode tersebut sama dengan dual-nya, yaitu $C = C^\perp$, di mana C^\perp adalah himpunan semua vektor yang ortogonal terhadap semua vektor dalam C berdasarkan hasil kali dalam standar.

2.2. Pencacah Bobot Lengkap

Pencacah bobot lengkap dari kode ternari C didefinisikan sebagai berikut

$$CW_C(x, y, z) = \sum_{c \in C} x^{n_0(c)} y^{n_1(c)} z^{n_2(c)} \quad (1)$$

di mana $n_i(c)$ menyatakan banyaknya komponen dari c yang kongruen dengan mod 3. Penjelasan terkait kode linier dan pencacah bobot lengkap untuk kode ternari dapat dilihat pada [8]. Pencacah bobot lengkap yang akan disajikan hanya yang merupakan suatu basis dari setiap panjang kode swa dual dari kode ternari.

3 Hasil dan Pembahasan

Pada bagian ini, akan disajikan bentuk eksplisit dari pencacah bobot lengkap dari kode ternari swa dual dengan panjang 4, 8, 12, 16, dan 20 yang di ambil dari [6]. Pencacah bobot lengkap dituliskan dalam bentuk polinomial multivariat terhadap variabel x, y, z yang masing-masing mempresentasikan simbol 0, 1, 2 dari \mathbb{F}_3 .

3.1 Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari dengan Panjang 4

Pencacah boot lengkap dengan panjang 4 ada satu polinomial yang juga merupakan basis dari kode, disajikan sebagai berikut:

$$p_4 = x^4 + xy^3 + 3xy^2z + 3xyz^2 + xz^3$$

3.2 Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari dengan Panjang 8

Pencacah boot lengkap dengan panjang 8 ada satu polinomial yang juga merupakan basis dari kode, disajikan sebagai berikut:

$$p_8 = x^8 + 2x^5y^3 + x^2y^6 + 6x^5y^2z + 6x^2y^5z + 6x^5yz^2 + 15x^2y^4z^2 + 2x^5z^3 + 20x^2y^3z^3 \\ + 15x^2y^2z^4 + 6x^2yz^5 + x^2z^6$$

3.3 Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari dengan Panjang 12

Pencacah boot lengkap dengan panjang 12 ada 3 polinomial namun yang menjadi basis hanya ada 2 polinomial yang disajikan sebagai berikut:

$$p_{12a} = x^{12} + 22x^6y^6 + y^{12} + 220x^6y^3z^3 + 220x^3y^6z^3 + 22x^6z^6 + 220x^3y^3z^6 + 22y^6z^6 + z^{12} \\ p_{12b} = x^{12} + 3x^9y^3 + 3x^6y^6 + x^3y^9 + 9x^9y^2z + 18x^6y^5z + 9x^3y^8z + 9x^9yz^2 + 45x^6y^4z^2 \\ + 36x^3y^7z^2 + 3x^9z^3 + 60x^6y^3z^3 + 84x^3y^6z^3 + 45x^6y^2z^4 + 126x^3y^5z^4 + 18x^6yz^5 \\ + 126x^3y^4z^5 + 3x^6z^6 + 84x^3y^3z^6 + 36x^3y^2z^7 + 9x^3yz^8 + x^3z^9$$

3.4 Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari dengan Panjang 16

Pencacah boot lengkap dengan panjang 16 ada 7 polinomial yang semua polinomialnya merupakan basis dari kode, disajikan sebagai berikut:

$$p_{16a} = x^{16} + 4x^{13}y^3 + 6x^{10}y^6 + 4x^7y^9 + x^4y^{12} + 12x^{13}y^2z + 36x^{10}y^5z + 36x^7y^8z + 12x^4y^{11}z \\ + 12x^{13}yz^2 + 90x^{10}y^4z^2 + 144x^7y^7z^2 + 66x^4y^{10}z^2 + 4x^{13}z^3 + 120x^{10}y^3z^3 + 336x^7y^6z^3 \\ + 220x^4y^9z^3 + 90x^{10}y^2z^4 + 504x^7y^5z^4 + 495x^4y^8z^4 + 36x^{10}yz^5 + 504x^7y^4z^5 \\ + 792x^4y^7z^5 + 6x^{10}z^6 + 336x^7y^3z^6 + 924x^4y^6z^6 + 144x^7y^2z^7 + 792x^4y^5z^7 + 36x^7yz^8 \\ + 495x^4y^4z^8 + 4x^7z^9 + 220x^4y^3z^9 + 66x^4y^2z^{10} + 12x^4yz^{11} + x^4z^{12} \\ p_{16b} = x^{16} + 5x^{13}y^3 + 10x^{10}y^6 + 10x^7y^9 + 5x^4y^{12} + xy^{15} + 3x^{13}y^2z + 12x^{10}y^5z + 18x^7y^8z \\ + 12x^4y^{11}z + 3xy^{14}z + 3x^{13}yz^2 + 12x^{10}y^4z^2 + 18x^7y^7z^2 + 12x^4y^{10}z^2 + 3xy^{13}z^2 \\ + 5x^{13}z^3 + 236x^{10}y^3z^3 + 462x^7y^6z^3 + 236x^4y^9z^3 + 5xy^{12}z^3 + 12x^{10}y^2z^4 + 684x^7y^5z^4 \\ + 684x^4y^8z^4 + 12xy^{11}z^4 + 12x^{10}yz^5 + 684x^7y^4z^5 + 684x^4y^7z^5 + 12xy^{10}z^5 + 10x^{10}z^6 \\ + 462x^7y^3z^6 + 462x^4y^6z^6 + 10xy^9z^6 + 18x^7y^2z^7 + 684x^4y^5z^7 + 18xy^8z^7 + 18x^7yz^8 \\ + 684x^4y^4z^8 + 18xy^7z^8 + 10x^7z^9 + 236x^4y^3z^9 + 10xy^6z^9 + 12x^4y^2z^{10} + 12xy^5z^{10} \\ + 12x^4yz^{11} + 12xy^4z^{11} + 5x^4z^{12} + 5xy^3z^{12} + 3xy^2z^{13} + 3xyz^{14} + xz^{15} \\ p_{16c} = x^{16} + x^{13}y^3 + 22x^{10}y^6 + 22x^7y^9 + x^4y^{12} + xy^{15} + 3x^{13}y^2z + 66x^7y^8z + 3xy^{14}z \\ + 3x^{13}yz^2 + 66x^7y^7z^2 + 3xy^{13}z^2 + x^{13}z^3 + 220x^{10}y^3z^3 + 462x^7y^6z^3 + 220x^4y^9z^3 \\ + xy^{12}z^3 + 660x^7y^5z^4 + 660x^4y^8z^4 + 660x^7y^4z^5 + 660x^4y^7z^5 + 22x^{10}z^6 + 462x^7y^3z^6 \\ + 462x^4y^6z^6 + 22xy^9z^6 + 66x^7y^2z^7 + 660x^4y^5z^7 + 66xy^8z^7 + 66x^7yz^8 + 660x^4y^4z^8 \\ + 66xy^7z^8 + 22x^7z^9 + 220x^4y^3z^9 + 22xy^6z^9 + x^4z^{12} + xy^3z^{12} + 3xy^2z^{13} + 3xyz^{14} \\ + xz^{15} \\ p_{16d} = x^{16} + 4x^{13}y^3 + 6x^{10}y^6 + 4x^7y^9 + x^4y^{12} + 66x^{10}y^4z^2 + 144x^7y^7z^2 + 90x^4y^{10}z^2 \\ + 12xy^{13}z^2 + 4x^{13}z^3 + 120x^{10}y^3z^3 + 336x^7y^6z^3 + 220x^4y^9z^3 + 66x^{10}y^2z^4 + 792x^7y^5z^4 \\ + 495x^4y^8z^4 + 12xy^{11}z^4 + 792x^7y^4z^5 + 504x^4y^7z^5 + 36xy^{10}z^5 + 6x^{10}z^6 + 336x^7y^3z^6 \\ + 924x^4y^6z^6 + 144x^7y^2z^7 + 504x^4y^5z^7 + 36xy^8z^7 + 495x^4y^4z^8 + 36xy^7z^8 + 4x^7z^9 \\ + 220x^4y^3z^9 + 90x^4y^2z^{10} + 36xy^5z^{10} + 12xy^4z^{11} + x^4z^{12} + 12xy^2z^{13}$$

$$\begin{aligned}
 p_{16e} = & x^{16} + 2x^{13}y^3 + 6x^{10}y^6 + 10x^7y^9 + 5x^4y^{12} + 15x^{10}y^5z + 15x^7y^8z + 3x^4y^{11}z + 3xy^{14}z \\
 & + 30x^{10}y^4z^2 + 168x^7y^7z^2 + 30x^4y^{10}z^2 + 2x^{13}z^3 + 142x^{10}y^3z^3 + 390x^7y^6z^3 \\
 & + 260x^4y^9z^3 + 10xy^{12}z^3 + 30x^{10}y^2z^4 + 735x^7y^5z^4 + 420x^4y^8z^4 + 3xy^{11}z^4 + 15x^{10}yz^5 \\
 & + 735x^7y^4z^5 + 735x^4y^7z^5 + 15xy^{10}z^5 + 6x^{10}z^6 + 390x^7y^3z^6 + 546x^4y^6z^6 + 66xy^9z^6 \\
 & + 168x^7y^2z^7 + 735x^4y^5z^7 + 15xy^8z^7 + 15x^7yz^8 + 420x^4y^4z^8 + 15xy^7z^8 + 10x^7z^9 \\
 & + 260x^4y^3z^9 + 66xy^6z^9 + 30x^4y^2z^{10} + 15xy^5z^{10} + 3x^4yz^{11} + 3xy^4z^{11} + 5x^4z^{12} \\
 & + 10xy^3z^{12} + 3xyz^{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{16f} = & x^{16} + x^{13}y^3 + 13x^7y^9 + 13x^4y^{12} + 39x^{10}y^5z + 3xy^{14}z + 234x^7y^7z^2 + x^{13}z^3 + 156x^{10}y^3z^3 \\
 & + 390x^7y^6z^3 + 247x^4y^9z^3 + 702x^7y^5z^4 + 468x^4y^8z^4 + 39x^{10}yz^5 + 702x^7y^4z^5 \\
 & + 702x^4y^7z^5 + 39xy^{10}z^5 + 390x^7y^3z^6 + 546x^4y^6z^6 + 78xy^9z^6 + 234x^7y^2z^7 + 702x^4y^5z^7 \\
 & + 468x^4y^4z^8 + 13x^7z^9 + 247x^4y^3z^9 + 78xy^6z^9 + 39xy^5z^{10} + 13x^4z^{12} + 3xyz^{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{16g} = & x^{16} + 7x^{10}y^6 + 8x^7y^9 + 14x^{10}y^5z + 50x^7y^8z + 7x^4y^{11}z + xy^{14}z + 49x^{10}y^4z^2 + 182x^7y^7z^2 \\
 & + 49x^4y^{10}z^2 + 84x^{10}y^3z^3 + 434x^7y^6z^3 + 203x^4y^9z^3 + 7xy^{12}z^3 + 49x^{10}y^2z^4 \\
 & + 686x^7y^5z^4 + 392x^4y^8z^4 + 7xy^{11}z^4 + 14x^{10}yz^5 + 686x^7y^4z^5 + 686x^4y^7z^5 + 14xy^{10}z^5 \\
 & + 7x^{10}z^6 + 434x^7y^3z^6 + 686x^4y^6z^6 + 49xy^9z^6 + 182x^7y^2z^7 + 686x^4y^5z^7 + 50xy^8z^7 \\
 & + 50x^7yz^8 + 392x^4y^4z^8 + 50xy^7z^8 + 8x^7z^9 + 203x^4y^3z^9 + 49xy^6z^9 + 49x^4y^2z^{10} \\
 & + 14xy^5z^{10} + 7x^4yz^{11} + 7xy^3z^{12} + xyz^{14}
 \end{aligned}$$

3.5 Pencacah Bobot Lengkap dari Kode Ternari dengan Panjang 20

Pencacah boot lengkap dengan panjang 20 ada 24 polinomial namun yang menjadi basis hanya ada 7 polinomial yang disajikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 p_{20a} = & x^{20} + 5x^{17}y^3 + 10x^{14}y^6 + 10x^{11}y^9 + 5x^8y^{12} + x^5y^{15} + 15x^{17}y^2z + 60x^{14}y^5z + 90x^{11}y^8z \\
 & + 60x^8y^{11}z + 15x^5y^{14}z + 15x^{17}yz^2 + 150x^{14}y^4z^2 + 360x^{11}y^7z^2 + 330x^8y^{10}z^2 \\
 & + 105x^5y^{13}z^2 + 5x^{17}z^3 + 200x^{14}y^3z^3 + 840x^{11}y^6z^3 + 1100x^8y^9z^3 + 455x^5y^{12}z^3 \\
 & + 150x^{14}y^2z^4 + 1260x^{11}y^5z^4 + 2475x^8y^8z^4 + 1365x^5y^{11}z^4 + 60x^{14}yz^5 + 1260x^{11}y^4z^5 \\
 & + 3960x^8y^7z^5 + 3003x^5y^{10}z^5 + 10x^{14}z^6 + 840x^{11}y^3z^6 + 4620x^8y^6z^6 + 5005x^5y^9z^6 \\
 & + 360x^{11}y^2z^7 + 3960x^8y^5z^7 + 6435x^5y^8z^7 + 90x^{11}yz^8 + 2475x^8y^4z^8 + 6435x^5y^7z^8 \\
 & + 10x^{11}z^9 + 1100x^8y^3z^9 + 5005x^5y^6z^9 + 330x^8y^2z^{10} + 3003x^5y^5z^{10} + 60x^8yz^{11} \\
 & + 1365x^5y^4z^{11} + 5x^8z^{12} + 455x^5y^3z^{12} + 105x^5y^2z^{13} + 15x^5yz^{14} + x^5z^{15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{20b} = & x^{20} + 6x^{17}y^3 + 15x^{14}y^6 + 20x^{11}y^9 + 15x^8y^{12} + 6x^5y^{15} + x^2y^{18} + 6x^{17}y^2z + 30x^{14}y^5z \\
 & + 60x^{11}y^8z + 60x^8y^{11}z + 30x^5y^{14}z + 6x^2y^{17}z + 6x^{17}yz^2 + 39x^{14}y^4z^2 + 96x^{11}y^7z^2 \\
 & + 114x^8y^{10}z^2 + 66x^5y^{13}z^2 + 15x^2y^{16}z^2 + 6x^{17}z^3 + 264x^{14}y^3z^3 + 780x^{11}y^6z^3 \\
 & + 816x^8y^9z^3 + 318x^5y^{12}z^3 + 24x^2y^{15}z^3 + 39x^{14}y^2z^4 + 1452x^{11}y^5z^4 + 2826x^8y^8z^4 \\
 & + 1452x^5y^{11}z^4 + 39x^2y^{14}z^4 + 30x^{14}yz^5 + 1452x^{11}y^4z^5 + 4824x^8y^7z^5 + 3468x^5y^{10}z^5 \\
 & + 66x^2y^{13}z^5 + 15x^{14}z^6 + 780x^{11}y^3z^6 + 5490x^8y^6z^6 + 4812x^5y^9z^6 + 87x^2y^{12}z^6 \\
 & + 96x^{11}y^2z^7 + 4824x^8y^5z^7 + 4824x^5y^8z^7 + 96x^2y^{11}z^7 + 60x^{11}yz^8 + 2826x^8y^4z^8 \\
 & + 4824x^5y^7z^8 + 114x^2y^{10}z^8 + 20x^{11}z^9 + 816x^8y^3z^9 + 4812x^5y^6z^9 + 128x^2y^9z^9 \\
 & + 114x^8y^2z^{10} + 3468x^5y^5z^{10} + 114x^2y^8z^{10} + 60x^8yz^{11} + 1452x^5y^4z^{11} + 96x^2y^7z^{11} \\
 & + 15x^8z^{12} + 318x^5y^3z^{12} + 87x^2y^6z^{12} + 66x^5y^2z^{13} + 66x^2y^5z^{13} + 30x^5yz^{14} \\
 & + 39x^2y^4z^{14} + 6x^5z^{15} + 24x^2y^3z^{15} + 15x^2y^2z^{16} + 6x^2yz^{17} + x^2z^{18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{20c} = & x^{20} + 2x^{17}y^3 + 23x^{14}y^6 + 44x^{11}y^9 + 23x^8y^{12} + 2x^5y^{15} + x^2y^{18} + 6x^{17}y^2z + 6x^{14}y^5z \\
& + 132x^{11}y^8z + 132x^8y^{11}z + 6x^5y^{14}z + 6x^2y^{17}z + 6x^{17}yz^2 + 15x^{14}y^4z^2 + 132x^{11}y^7z^2 \\
& + 330x^8y^{10}z^2 + 6x^5y^{13}z^2 + 15x^2y^{16}z^2 + 2x^{17}z^3 + 240x^{14}y^3z^3 + 704x^{11}y^6z^3 \\
& + 1100x^8y^9z^3 + 222x^5y^{12}z^3 + 20x^2y^{15}z^3 + 15x^{14}y^2z^4 + 1320x^{11}y^5z^4 + 2970x^8y^8z^4 \\
& + 1320x^5y^{11}z^4 + 15x^2y^{14}z^4 + 6x^{14}y^5z^5 + 1320x^{11}y^4z^5 + 4752x^8y^7z^5 + 3300x^5y^{10}z^5 \\
& + 6x^2y^{13}z^5 + 23x^{14}z^6 + 704x^{11}y^3z^6 + 5346x^8y^6z^6 + 4664x^5y^9z^6 + 23x^2y^{12}z^6 \\
& + 132x^{11}y^2z^7 + 4752x^8y^5z^7 + 4752x^5y^8z^7 + 132x^2y^{11}z^7 + 132x^{11}yz^8 + 2970x^8y^4z^8 \\
& + 4752x^5y^7z^8 + 330x^2y^{10}z^8 + 44x^{11}z^9 + 1100x^8y^3z^9 + 4664x^5y^6z^9 + 440x^2y^9z^9 \\
& + 330x^8y^2z^{10} + 3300x^5y^5z^{10} + 330x^2y^8z^{10} + 132x^8yz^{11} + 1320x^5y^4z^{11} + 132x^2y^7z^{11} \\
& + 23x^8z^{12} + 222x^5y^3z^{12} + 23x^2y^6z^{12} + 6x^5y^2z^{13} + 6x^2y^5z^{13} + 6x^5yz^{14} + 15x^2y^4z^{14} \\
& + 2x^5z^{15} + 20x^2y^3z^{15} + 15x^2y^2z^{16} + 6x^2yz^{17} + x^2z^{18} \\
p_{20d} = & x^{20} + 5x^{17}y^3 + 10x^{14}y^6 + 10x^{11}y^9 + 5x^8y^{12} + x^5y^{15} + 3x^{17}y^2z + 12x^{14}y^5z + 18x^{11}y^8z \\
& + 12x^8y^{11}z + 3x^5y^{14}z + 3x^{17}yz^2 + 78x^{14}y^4z^2 + 228x^{11}y^7z^2 + 246x^8y^{10}z^2 + 105x^5y^{13}z^2 \\
& + 12x^2y^{16}z^2 + 5x^{17}z^3 + 128x^{14}y^3z^3 + 660x^{11}y^6z^3 + 992x^8y^9z^3 + 491x^5y^{12}z^3 \\
& + 36x^2y^{15}z^3 + 78x^{14}y^2z^4 + 1416x^{11}y^5z^4 + 2727x^8y^8z^4 + 1437x^5y^{11}z^4 + 48x^2y^{14}z^4 \\
& + 12x^{14}yz^5 + 1416x^{11}y^4z^5 + 4824x^8y^7z^5 + 2775x^5y^{10}z^5 + 84x^2y^{13}z^5 + 10x^{14}z^6 \\
& + 660x^{11}y^3z^6 + 6348x^8y^6z^6 + 4141x^5y^9z^6 + 144x^2y^{12}z^6 + 228x^{11}y^2z^7 + 4824x^8y^5z^7 \\
& + 5319x^5y^8z^7 + 156x^2y^{11}z^7 + 18x^{11}yz^8 + 2727x^8y^4z^8 + 5319x^5y^7z^8 + 180x^2y^{10}z^8 \\
& + 10x^{11}z^9 + 992x^8y^3z^9 + 4141x^5y^6z^9 + 216x^2y^9z^9 + 246x^8y^2z^{10} + 2775x^5y^5z^{10} \\
& + 180x^2y^8z^{10} + 12x^8yz^{11} + 1437x^5y^4z^{11} + 156x^2y^7z^{11} + 5x^8z^{12} + 491x^5y^3z^{12} \\
& + 144x^2y^6z^{12} + 105x^5y^2z^{13} + 84x^2y^5z^{13} + 3x^5yz^{14} + 48x^2y^4z^{14} + x^5z^{15} + 36x^2y^3z^{15} \\
& + 12x^2y^2z^{16} \\
p_{20e} = & x^{20} + 3x^{17}y^3 + 8x^{14}y^6 + 16x^{11}y^9 + 15x^8y^{12} + 5x^5y^{15} + 3x^{17}y^2z + 21x^{14}y^5z + 48x^{11}y^8z \\
& + 48x^8y^{11}z + 21x^5y^{14}z + 3x^2y^{17}z + 3x^{17}yz^2 + 36x^{14}y^4z^2 + 261x^{11}y^7z^2 + 273x^8y^{10}z^2 \\
& + 54x^5y^{13}z^2 + 9x^2y^{16}z^2 + 3x^{17}z^3 + 146x^{14}y^3z^3 + 673x^{11}y^6z^3 + 1209x^8y^9z^3 \\
& + 374x^5y^{12}z^3 + 19x^2y^{15}z^3 + 36x^{14}y^2z^4 + 1296x^{11}y^5z^4 + 2844x^8y^8z^4 + 1296x^5y^{11}z^4 \\
& + 36x^2y^{14}z^4 + 21x^{14}yz^5 + 1296x^{11}y^4z^5 + 5013x^8y^7z^5 + 2820x^5y^{10}z^5 + 54x^2y^{13}z^5 \\
& + 8x^{14}z^6 + 673x^{11}y^3z^6 + 5736x^8y^6z^6 + 4337x^5y^9z^6 + 130x^2y^{12}z^6 + 261x^{11}y^2z^7 \\
& + 5013x^8y^5z^7 + 5013x^5y^8z^7 + 261x^2y^{11}z^7 + 48x^{11}yz^8 + 2844x^8y^4z^8 + 5013x^5y^7z^8 \\
& + 273x^2y^{10}z^8 + 16x^{11}z^9 + 1209x^8y^3z^9 + 4337x^5y^6z^9 + 222x^2y^9z^9 + 273x^8y^2z^{10} \\
& + 2820x^5y^5z^{10} + 273x^2y^8z^{10} + 48x^8yz^{11} + 1296x^5y^4z^{11} + 261x^2y^7z^{11} + 15x^8z^{12} \\
& + 374x^5y^3z^{12} + 130x^2y^6z^{12} + 54x^5y^2z^{13} + 54x^2y^5z^{13} + 21x^5yz^{14} + 36x^2y^4z^{14} \\
& + 5x^5z^{15} + 19x^2y^3z^{15} + 9x^2y^2z^{16} + 3x^2yz^{17} \\
p_{20f} = & x^{20} + 2x^{17}y^3 + x^{14}y^6 + 13x^{11}y^9 + 26x^8y^{12} + 13x^5y^{15} + 3x^{17}y^2z + 42x^{14}y^5z + 39x^{11}y^8z \\
& + 39x^8y^{11}z + 42x^5y^{14}z + 3x^2y^{17}z + 3x^{17}yz^2 + 3x^{14}y^4z^2 + 351x^{11}y^7z^2 + 273x^8y^{10}z^2 \\
& + 39x^5y^{13}z^2 + 9x^2y^{16}z^2 + 2x^{17}z^3 + 158x^{14}y^3z^3 + 663x^{11}y^6z^3 + 1352x^8y^9z^3 \\
& + 260x^5y^{12}z^3 + 9x^2y^{15}z^3 + 3x^{14}y^2z^4 + 1209x^{11}y^5z^4 + 3042x^8y^8z^4 + 1209x^5y^{11}z^4 \\
& + 3x^2y^{14}z^4 + 42x^{14}yz^5 + 1209x^{11}y^4z^5 + 4914x^8y^7z^5 + 2886x^5y^{10}z^5 + 39x^2y^{13}z^5 \\
& + x^{14}z^6 + 663x^{11}y^3z^6 + 5538x^8y^6z^6 + 4381x^5y^9z^6 + 195x^2y^{12}z^6 + 351x^{11}y^2z^7 \\
& + 4914x^8y^5z^7 + 4914x^5y^8z^7 + 351x^2y^{11}z^7 + 39x^{11}yz^8 + 3042x^8y^4z^8 + 4914x^5y^7z^8 \\
& + 273x^2y^{10}z^8 + 13x^{11}z^9 + 1352x^8y^3z^9 + 4381x^5y^6z^9 + 156x^2y^9z^9 + 273x^8y^2z^{10} \\
& + 2886x^5y^5z^{10} + 273x^2y^8z^{10} + 39x^8yz^{11} + 1209x^5y^4z^{11} + 351x^2y^7z^{11} + 26x^8z^{12} \\
& + 260x^5y^3z^{12} + 195x^2y^6z^{12} + 39x^5y^2z^{13} + 39x^2y^5z^{13} + 42x^5yz^{14} + 3x^2y^4z^{14} \\
& + 13x^5z^{15} + 9x^2y^3z^{15} + 9x^2y^2z^{16} + 3x^2yz^{17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{20g} = & x^{20} + x^{17}y^3 + 7x^{14}y^6 + 15x^{11}y^9 + 8x^8y^{12} + 3x^{17}y^2z + 14x^{14}y^5z + 85x^{11}y^8z + 81x^8y^{11}z \\
 & + 8x^5y^{14}z + x^2y^{17}z + 3x^{17}yz^2 + 49x^{14}y^4z^2 + 294x^{11}y^7z^2 + 405x^8y^{10}z^2 \\
 & + 70x^5y^{13}z^2 + 3x^2y^{16}z^2 + x^{17}z^3 + 84x^{14}y^3z^3 + 714x^{11}y^6z^3 + 1341x^8y^9z^3 \\
 & + 378x^5y^{12}z^3 + 10x^2y^{15}z^3 + 49x^{14}y^2z^4 + 1148x^{11}y^5z^4 + 2976x^8y^8z^4 + 1162x^5y^{11}z^4 \\
 & + 29x^2y^{14}z^4 + 14x^{14}yz^5 + 1148x^{11}y^4z^5 + 4914x^8y^7z^5 + 2534x^5y^{10}z^5 + 56x^2y^{13}z^5 \\
 & + 7x^{14}z^6 + 714x^{11}y^3z^6 + 5670x^8y^6z^6 + 4172x^5y^9z^6 + 119x^2y^{12}z^6 + 294x^{11}y^2z^7 \\
 & + 4914x^8y^5z^7 + 5244x^5y^8z^7 + 246x^2y^{11}z^7 + 85x^{11}yz^8 + 2976x^8y^4z^8 + 5244x^5y^7z^8 \\
 & + 361x^2y^{10}z^8 + 15x^{11}z^9 + 1341x^8y^3z^9 + 4172x^5y^6z^9 + 398x^2y^9z^9 + 405x^8y^2z^{10} \\
 & + 2534x^5y^5z^{10} + 361x^2y^8z^{10} + 81x^8yz^{11} + 1162x^5y^4z^{11} + 246x^2y^7z^{11} + 8x^8z^{12} \\
 & + 378x^5y^3z^{12} + 119x^2y^6z^{12} + 70x^5y^2z^{13} + 56x^2y^5z^{13} + 8x^5yz^{14} + 29x^2y^4z^{14} \\
 & + 10x^2y^3z^{15} + 3x^2y^2z^{16} + x^2yz^{17}
 \end{aligned}$$

4. Kesimpulan

Pencacah bobot lengkap dari kode ternari swa-dual dengan panjang 4, 8, 12, 16, dan 20 tidak semuanya merupakan basis dari kode tersebut, hanya ada beberapa yang menjadi basis diantaranya:

1. Kode dengan panjang 4 terdapat 1 pencacah bobot lengkap yang juga merupakan basis dari kode tersebut.
2. Kode dengan panjang 8 terdapat 1 pencacah bobot lengkap yang juga merupakan basis dari kode tersebut.
3. Kode dengan panjang 12 terdapat 3 pencacah bobot lengkap namun yang menjadi basis hanya 2 pencacah bobot lengkap saja.
4. Kode dengan panjang 16 terdapat 7 pencacah bobot lengkap yang juga merupakan basis dari kode tersebut.
5. Kode dengan panjang 20 terdapat 24 pencacah bobot lengkap namun yang menjadi basis hanya 7 pencacah bobot lengkap saja.

3 Daftar Pustaka

- [1] MacWilliams, F. J. and Sloane, N. J. A., *The Theory of Error-Correcting Codes*, North-Holland Publishing Company, 1977.
- [2] Xu, G., Cao, X., Xu, S., and Ping, J., Complete weight enumerators of a class of linear codes with two weights, *Discrete Mathematics*, Vol. 341, pp. 525–535, 2018.
- [3] Kong, X. and Yang, S., Complete weight enumerators of a class of linear codes with two or three weights, *Discrete Mathematics*, Vol. 342, pp. 3166–3176, 2019.
- [4] Yang, S., Kong, X., and Shi, X., Complete weight enumerators of a class of linear codes over finite fields, *Advances in Mathematics of Communications*, Vol. 15, No. 1, pp. 99–112, 2021.
- [5] Qiu, D., Ma, F., Gao, J., and Li, J., Complete weight enumerator of torsions and their applications, *Mathematics*, Vol. 13, Article 1165, 2025.

- [6] Munemasa, A., Self-Dual Codes over GF(3), Misc, tanpa tahun, tersedia secara daring: \texttt{<https://www.math.is.tohoku.ac.jp/~textasciitilde munemasa/research/codes/sd3.htm>} (diakses 12-Mar-2025).
- [7] The Sage Developers, SageMath, the Sage Mathematics Software System (Version 9.0.0), 2020, tersedia secara daring: \texttt{<https://www.sagemath.org>}
- [8] Hamid, N., Note on E-Polynomials Associated to Z4-Codes, *Nihonkai Mathematical Journal*, Vol. 30, pp. 31–40, 2019.