

PROFIL KEMAMPUAN PENALARAN DEDUKTIF MAHASISWA PADA MATERI RUANG VEKTOR

Palupi Sri Wijayanti

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UPY
Jl. PGRI I Sonosewu No. 117, Yogyakarta, palupi@upy.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui profil kemampuan penalaran deduktif mahasiswa pada materi ruang vektor. Kemampuan penalaran deduktif mahasiswa perlu dikembangkan untuk memberikan pengalaman dalam membuktikan suatu teorema yang sering ditemukan dalam perkuliahan matematika. Penalaran deduktif adalah proses berfikir yang berawal dari pembuktian pernyataan-pernyataan khusus untuk diambil suatu kesimpulan secara general. Jenis penelitian ini adalah deskriptif kuantitatif dan kualitatif. Penelitian dilakukan pada semester gasal di program studi pendidikan matematika Universitas PGRI Yogyakarta. Instrumen penelitian yang digunakan adalah soal tes penalaran deduktif. Pengolahan data dilakukan secara deskriptif dengan dua macam yaitu kualitatif dan kuantitatif. Pengolahan data kuantitatif dilakukan dengan mencari rata-rata, modus, dan persentase kelulusan kompetensi mahasiswa. pengolahan data kualitatif dilakukan dengan mengkonversi data kuantitatif ke indikator penalaran deduktif sehingga diperoleh kategorisasi kemampuan penalaran deduktif mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa profil kemampuan penalaran deduktif mahasiswa pada materi ruang vektor adalah 21% berada pada kategori rendah, 46% berkategori sedang, dan 33% berkategori tinggi.

Kata Kunci : profil kemampuan, penalaran deduktif, ruang vektor.

ABSTRACT

The aim of this is to determine the profile of students' deductive reasoning ability on vector space chapter. Students' deductive reasoning abilities must develop to enhance students' experiences to prove a theorem that is often found in mathematics teaching and learning. Deductive reasoning is a process of reasoning that begins with the proof of specific statements to take a general conclusion. The type of this research is descriptive quantitative and qualitative. The research was conducted in the first of the year grade in mathematics education study program, PGRI University of Yogyakarta. The instruments of this research use a deductive reasoning test. Analysis of data use descriptive analysis in qualitative and quantitative. The quantitative data is used to find the mean, mode, and percentage of students' competencies. The qualitative data is used to show the categorization of students deductive reasoning ability. The results of this study is the profile of students deductive reasoning ability on vector space chapter is 21% is in low category, 46% is moderate category, and 33% high category.

Keywords: skills profile, deductive reasoning, vector space.

PENDAHULUAN

Kegunaan pembelajaran matematika yang diperoleh mahasiswa di kelas dapat dirasakan secara langsung berupa pengembangan proses bernalar. Proses bernalar dapat disamakan dengan proses berfikir seseorang. Terdapat beberapa macam jenis proses bernalar yaitu: berfikir abstrak, berfikir induktif, berfikir deduktif, berfikir analogi, dan berfikir integratif (Sari, 2016). Perkuliahan matematika merupakan proses pembelajaran yang juga menggunakan proses penalaran. Pada pembuktian suatu pernyataan yang belum diketahui nilai kebenarannya dapat diselesaikan dengan salah satu metode penalaran yaitu penalaran deduktif. Penalaran deduktif cenderung mengandalkan logika dalam membuktikan kebenaran suatu pernyataan (Hernadi, 2008). Menurut Soedjadi, dalam pembelajaran matematika pola pikir deduktif sangatlah penting dan merupakan salah satu tujuan bersifat formal yang memberikan tekanan kepada penataan nalar (Sukayasa, 2009).

Penalaran deduktif yang dilatihkan pada mahasiswa saat perkuliahan akan memberikan dampak yang baik bagi perkembangan logika

mahasiswa. Langkah-langkah pembuktian yang runtut dan sesuai teorema atau aksioma mengajarkan kepada mahasiswa untuk dapat mematuhi aturan dan memutar pikiran untuk membuktikan kebenaran aksioma dan teorema. Pengalaman untuk mengubah-ubah simbol dan mengolah operasi yang bersesuaian dengan teorema dan prinsip himpunan bilangan menambah kemampuan dan pengalaman mahasiswa dalam memanggil memori, mengaitkan prinsip, serta fakta yang ada pada matematika yaitu ruang vektor.

Pembelajaran matematika pada mata kuliah aljabar linear dalam materi ruang vektor mengajarkan mahasiswa untuk mengembangkan proses bernalar deduktif. Proses bernalar deduktif yang dikembangkan dilakukan dengan mengajak mahasiswa untuk mencari kebenaran suatu pernyataan. Pernyataan yang diberikan merupakan permasalahan ruang vektor yang harus dibuktikan apakah benar pernyataan tersebut adalah ruang vektor atau bukan.

Pada materi ruang vektor umum terdapat pernyataan bahwa semua benda \mathbf{u} , \mathbf{v} , \mathbf{w} pada V dan oleh semua skalar k dan l , maka akan dikatakan V sebagai suatu ruang vektor (*vector space*) dari

semua benda pada V apabila memenuhi sepuluh aksioma (Anton, 1987). Permasalahan yang diperoleh mahasiswa dilanjutkan untuk membuktikan suatu ruang vektor yang harus menunjukkan terpenuhinya aksioma-aksioma sebagai syarat ruang vektor. Metode pembuktian ini disebut sebagai metode penalaran deduktif. Jacobs menyatakan bahwa "*deductive reasoning is a method of drawing conclusions from facts that we accept as true by using logic* (penalaran deduktif adalah suatu cara penarikan kesimpulan dari pernyataan atau fakta-fakta yang dianggap benar dengan menggunakan logika) (Sukayasa, 2009).

Pembuktian sepuluh aksioma ruang vektor umum yang telah dilakukan mahasiswa terkadang tidak semua jawaban ataupun langkah pembuktian yang benar sehingga menyebabkan penarikan kesimpulan tidak sesuai dengan definisi ruang vektor. Hal ini sering dialami mahasiswa dan terkadang pula sudah benar mengoperasikan simbol-simbol pada operasi yang bersesuaian namun belum tepat menentukan kesimpulan apakah aksioma terpenuhi atau tidak sehingga kesimpulan umum yang dibuat juga keliru. Oleh karena itu, pembelajaran matematika

yang mengajarkan dalam logika di setiap langkah penyelesaian pembuktian dapat melatih kemampuan penalaran mahasiswa untuk menunjukkan terpenuhinya aksioma secara empiris dan logis dalam menarik kesimpulan general.

Menurut Sternberg, penalaran deduktif merupakan proses penalaran yang bertujuan untuk mencapai tujuan tertentu berkaitan dengan satu atau lebih pernyataan umum mengenai apa yang diketahui. Sebanding dengan pernyataan Sumaryono yang mengemukakan bahwa penalaran deduktif menuntut penarikan kesimpulan yang berasal dari hal-hal yang bersifat umum kepada hal-hal yang bersifat khusus. Tim PPPG juga menyatakan hal yang sejalan bahwa penalaran deduktif adalah penarikan kesimpulan yang prosesnya melibatkan teori atau rumus matematika lainnya yang sebelumnya sudah dibuktikan kebenarannya (Nike K, 2015).

Dengan demikian penalaran deduktif adalah penalaran yang menunjukkan langkah logis suatu bukti untuk pengambilan kesimpulan yang bersifat umum. Pengambilan kesimpulan didasarkan pada bukti-bukti beberapa empiris secara khusus yang kemudian digeneralikan. Indikator kemampuan

penalaran deduktif dalam pembelajaran matematika yaitu: (1) melaksanakan perhitungan berdasarkan rumus/aturan matematika yang berlaku, (2) menarik kesimpulan berdasarkan aturan inferensi, (3) membuktikan secara langsung, (4) membuktikan secara tidak langsung, (5) membuktikan dengan induksi matematik (Sumarno, 2016). Pada materi ruang vektor, indikator kemampuan penalaran deduktif yang digunakan adalah membuktikan secara langsung karena akan mengajarkan untuk membuktikan terpenuhinya sepuluh aksioma. Indikator jawaban yang digunakan untuk menentukan perolehan skor antara lain: penggunaan simbol matematika, operasi yang bersesuaian dengan aksioma, kelengkapan sifat aksioma, dan pernyataan kembali untuk menginterpretasikan ke masalah semula.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini termasuk dalam jenis penelitian deskriptif kuantitatif dan kualitatif. Waktu dan lokasi pelaksanaan penelitian adalah pada tahun 2017 semester gasal di program studi pendidikan matematika Universitas PGRI Yogyakarta. Populasi penelitian adalah mahasiswa angkatan 2016 dan sampel penelitian adalah kelas A1. Instrumen penelitian yang digunakan adalah soal tes penalaran deduktif. Pengolahan data dilakukan secara deskriptif dengan dua

macam yaitu kualitatif dan kuantitatif. Pengolahan data kuantitatif dilakukan dengan mencari rata-rata, modus, dan persentase kelulusan kompetensi mahasiswa. pengolahan data kualitatif dilakukan dengan mengkonversi data kuantitatif ke indikator penalaran deduktif sehingga diperoleh kategorisasi kemampuan penalaran deduktif mahasiswa.

Prosedur penelitian yang dilakukan adalah tahap awal, inti, dan akhir. Tahap awal memuat langkah pengkondisian kelas sampel dengan mengasumsikan kompetensi awal ruang vektor yang dimiliki mahasiswa adalah homogen. Pada tahap inti dilakukan dengan mempersiapkan penyajian materi dan instrumen pengambilan data. Tahap akhir yaitu pengolahan data kuantitatif dan data kualitatif. Pengolahan data kuantitatif didasarkan pada rubrik penskoran kemampuan penalaran deduktif sebagai berikut.

Tabel 1. Rubrik Skor Penalaran Deduktif

Indikator jawaban	skor
(A) Tidak ada jawaban	0
(B) Menyatakan data/ Pernyataan yang akan dibuktikan dalam bentuk simbol matematika.	0 – 3
(C) Menyusun model matematika masalah dan pernyataan yang akan dibuktikan berdasarkan kelengkapan sifat aksioma	0 – 3

(D) Mengidentifikasi aksioma yang menjadi syarat ruang vektor umum.	0 – 3
(E) Melaksanakan operasi-operasi matematika yang relevan disertai dengan penjelasan/alasan untuk memperoleh pernyataan bukti terpenuhi	0 – 3
(F) Menyatakan kembali bukti ke dalam bentuk kalimat biasa yang menunjukkan generalisasi	0 – 3
Total	15

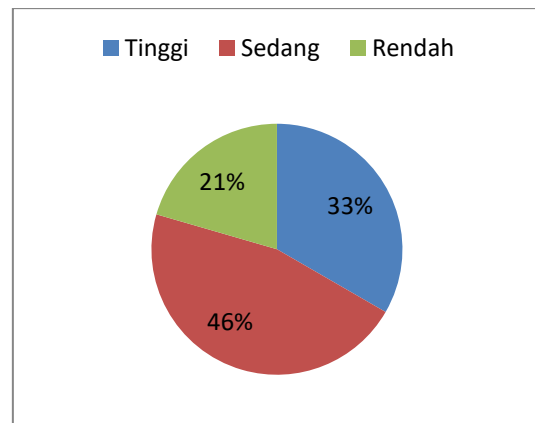
Pengolahan data kualitatif didasarkan pada kriteria kategori kemampuan dalam hasil belajar karena kemampuan penalaran deduktif termasuk dari bagian dari kemampuan dalam hasil belajar yang telah dimodifikasi.

Tabel 2. Kategori perolehan skor

Skor (s)	Tingkat kemampuan
$s \geq 80$	Tinggi
$60 \leq s < 80$	Sedang
$s < 60$	Rendah

HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah dilakukan analisis deskriptif kualitatif dan kuantitatif profil kemampuan penalaran deduktif yang diperoleh mahasiswa kelas A1 disajikan berdasarkan grafik berikut.

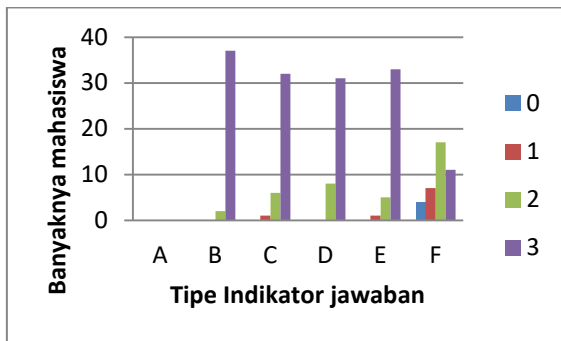


Gambar 1. Diagram prosentase profil kemampuan penalaran deduktif mahasiswa

Skor minimum sebagai standar kelulusan kompetensi di Program Studi Pendidikan Matematika UPY adalah 60. Batas minimum memperoleh skor tertinggi adalah 80. Berdasarkan hasil penilaian yang diperoleh mahasiswa menunjukkan selisih yang tidak terlalu besar antara prosentase kategori tinggi, sedang, maupun rendah yaitu sekitar 13-18%. Hal ini dapat dianalisis dan ditarik suatu kesimpulan bahwa tingkat pemahaman mahasiswa yang masih rendah bisa ditingkatkan dengan memberikan waktu tambahan dan tugas tambahan sebagai pengulangan dalam memperdalam materi pembuktian ruang vektor umum.

Profil kemampuan penalaran deduktif mahasiswa pada materi ruang vektor juga dilakukan berdasarkan

analisis yang dilihat dari setiap indikator jawaban pada rubrik skor. Berikut data perolehan skor penalaran deduktif dengan aspek membuktikan secara langsung berdasarkan indikator jawaban mahasiswa dengan skor 0, 1, 2, dan 3..



Gambar 2. Diagram perolehan skor yang disesuaikan dengan indikator jawaban

Berdasarkan Gambar 2 menunjukkan bahwa banyaknya mahasiswa yang tidak menjawab (indikator A) pada soal pembuktian ruang vektor umum adalah tidak ada seorang pun. Ini menunjukkan bahwa pemahaman mahasiswa tentang ruang vektor sudah ada dan sudah memahami konsep dasar ruang vektor. Pada tipe indikator jawaban B yang menyatakan data/pernyataan yang akan dibuktikan dalam bentuk simbol matematika, banyaknya mahasiswa yang telah menguasai kompetensi ini ada 37 mahasiswa yang menunjukkan hampir sebagian besar mahasiswa telah

menguasai kompetensi tersebut. Hal ini ditunjukkan dari jawaban mahasiswa yang telah mampu mengambil suatu premis yang sesuai dengan pernyataan pada soal yang diberikan. Mahasiswa telah dapat menunjukkan premis tersebut menggunakan simbol matematika sesuai dengan prinsip matematika yang berlaku seperti ruang vektor R^n , $M_{m \times n}$, $P(x)$, ataupun yang lain. Sedangkan perolehan skor 2 untuk indikator B hanya terdapat 2 mahasiswa yang memperoleh skor 2 tersebut.

Hal di atas menunjukkan bahwa hanya ada sedikit mahasiswa yang belum sempurna menggunakan simbol matematika berdasarkan operasi yang diminta pada persoalan yang sedang dihadapi. Perolehan skor 1 dan 0 tidak ada satupun mahasiswa yang memperolehnya sehingga ini dapat menjelaskan bahwa pemahaman mahasiswa sebagian besar telah baik hanya masih bingung dalam menentukan pilihan simbol yang baik digunakan. Kejadian yang hampir sama juga ditunjukkan pada indikator jawaban tipe D yaitu mengidentifikasi aksioma yang menjadi syarat ruang vektor umum. Seluruh mahasiswa telah mengetahui terdapat sepuluh aksioma yang harus

dibuktikan namun terkadang ada satu atau dua langkah yang masih terlupakan untuk dibuktikan.

Berdasarkan Gambar 2, indikator tipe C dan E menunjukkan hasil yang hampir bersesuaian. Pada indikator C yang melihat kemampuan penalaran deduktif mahasiswa dari proses melaksanakan operasi-operasi matematika yang relevan disertai dengan penjelasan/alasan untuk memperoleh pernyataan bukti terpenuhi. Dengan melihat Gambar 2, perolehan skor 3 pada indikator ini lebih dari 30 mahasiswa yang menunjukkan bahwa mahasiswa dapat mengoperasikan hal-hal khusus berdasarkan teorema ataupun aturan yang telah berlaku.

Selain itu, kemampuan penalaran deduktif mahasiswa yang dilihat dari kompetensi menyusun model matematika masalah dan pernyataan yang akan dibuktikan berdasarkan kelengkapan sifat aksioma telah dikuasai sebagian besar mahasiswa. Terbukti hanya ada sedikit atau hanya terdapat kurang dari 10 mahasiswa yang memperoleh skor 2 dan ini juga dapat menunjukkan skor mahasiswa yang hampir sempurna. Permasalahan yang menyebabkan kekurangsempurnaan tersebut terlihat

dari kurang lengkapnya sifat aksioma yang bijektif. Sedangkan mahasiswa yang memperoleh skor 1 disebabkan oleh terlambatnya mengikuti perkuliahan atau sering tidak hadir sehingga saat latihan di kelas tidak mengikuti bahkan tugas pendukung terkadang tidak memenuhi. Walaupun demikian, terlambatnya mengikuti perkuliahan masih mendapat sedikit pengalaman yang tidak komplis sehingga saat membuktikan tidak genap sepuluh aksioma terlaksana.

Pada indikator jawaban tipe F yaitu menyatakan kembali bukti ke dalam bentuk kalimat biasa yang menunjukkan generalisasi masih banyak yang tidak melakukan. Sehingga penilaian untuk kemampuan penalaran deduktif yang dilihat dari penarikan kesimpulan untuk generalisasi masih cenderung terlupakan setelah aksioma-aksioma ditunjukkan terpenuhi. Menginterpretasikan kembali hasil analisis khusus untuk dilakukan kesimpulan umum perlu ditekankan kepada mahasiswa karena bentuk umum yang akan dibuktikan harus sesuai dengan permasalahan yang sedang dihadapi.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, kesimpulan yang dapat diperoleh yaitu profil kemampuan penalaran deduktif mahasiswa pada materi ruang vektor adalah 21% berada pada kategori rendah, 46% berkategori sedang, dan 33% berkategori tinggi. Rekomendasi yang dapat diberikan untuk pengembangan kemampuan penalaran deduktif mahasiswa adalah pemberian waktu tambahan di luar jam perkuliahan untuk menambah pengalaman dalam menguraikan langkah-langkah pembuktian secara deduktif.

Sukayasa. (2009). Penalaran dan Pemecahan Masalah dalam Pembelajaran Geometri. *Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA*. Yogyakarta: 16 Mei.

Sumarno, U. (2016). Pedoman Pemberian Skor Pada Beragam Tes Kemampuan Matematik. Diakses dari utari-sumarmo.dosen.stkipsiliwangi.ac.id/files/2016/05/Pedoman-Pemberian-Skor-Tes-Kemampuan-Berpikir-Matematik-dan-MPP-2016-1.pdfopen_in_new [20 November 2017]

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. (1987). *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta: Erlangga.
- Sari, D.P. (2016). Berpikir Matematis dengan Metode Induktif, Deduktif, Analogi, Integratif dan Abstrak. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*. Vol. 5 (1), pp. 79-89.
- Hernadi, J. (2008). Metode Pembuktian Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*. Vol 2 (1), pp 1-13.
- Nike K, M.T. (2015). Penalaran Deduktif dan Induktif Siswa dalam Pemecahan Masalah Trigonometri ditinjau dari Tingkat IQ. *Jurnal Apotema*. Vol 1 (2), pp 65-75.