

Unisda Journal of

pISSN : 2460 - 3333

eISSN : 2579 - 907X

Mathematics and Computer

Science

Volume 05 | No 01, 2019

The logo consists of the letters 'U', 'M', and 'C' in a bold, white, sans-serif font. The 'U' and 'M' are connected at the top, and the 'C' is positioned to the right of the 'M'. The logo is set against a light blue background that transitions into a darker purple background below it.

Program Studi Matematika FMIPA Unisda Lamongan

Unisda Journal of Mathematics and Computer Science, jurnal penelitian terbit dua kali setahun yang dipublikasikan oleh Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Unisda Lamongan dengan ruang lingkup matematika terapan, pendidikan, statistik dan ilmu komputer.

Editorial Chief

Mohammad Syaiful Pradana, M.Si

Editorial Team

Novita Eka Chandra, S.Si, M.Sc

Awawin Mustana Rohmah, M.Si

Tony Yulianto, M.Si

Yuni Listiana, M.Si

Sri Rahmawati Fitriatin, M.Si

Dian Anggraini, M.Sc

Desy Purnami Singgih Putri, M.Sc

Editorial Board

Prof. Dr. Sri Haryatmi Kartiko, M.Sc

Dr. Zaenal Arifin, S.Pd, M.Pd

Dr. Nisaul Barokati Selirowangi, M.Pd

Siti Amiroch, M.Si

Christina Kartika Rukmi, M.Sc

Teguh Herlambang, M.Sc

Dinita Rahmalia, M.Si

Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Darul ‘Ulum Lamongan Jl. Airlangga No.03 Sukodadi Lamongan, <http://e-jurnal.unisda.ac.id/index.php/ujmc> email : ujmc@unisda.ac.id

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah Robbil 'Alamin dengan ridho Allah SWT, jurnal UJMC Volume 05 Nomor 01 dapat diterbitkan pada tanggal 10 Juni 2019. Jurnal ini adalah buah dari kerja keras segenap civitas akademika Program Studi Matematika UNISDA Lamongan dalam membuat wadah untuk menampung informasi dari berbagai hasil penelitian di bidang matematika dan ilmu komputer. Sehingga perkembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika dan ilmu komputer dapat disebarkan kepada sesama matematikawan di seluruh Indonesia. Jurnal UJMC menyajikan beberapa topik yang berkaitan dengan matematika seperti Analisis, Aljabar, Matematika Terapan, Pendidikan Matematika, Statistika dan Ilmu komputer. Sebagai penutup, penyunting memberikan apresiasi yang tinggi kepada para penulis, penyunting dan segenap pihak yang ikut membantu hingga jurnal UJMC Volume 05 Nomor 01 bisa dapat diterbitkan. Mudah-mudahan peran mereka dapat semakin membesarkan jurnal UJMC di masa mendatang.

Wassalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Penyunting

DAFTAR ISI

Model Rantai Pasok Pada Sistem Produksi Menggunakan Petri Net dan Aljabar Max Plus <i>Ahmad Afif, Dian Mustofani (Institut Ilmu Kesehatan Bhakti Wiyata Kediri)</i>	1 - 8
Estimasi Parameter Distribusi Weibull dan Aplikasinya Pada Pengendalian Mutu Dengan Memanfaatkan Kuantil <i>Cecilia Novianti Salsinha (Universitas Timor)</i>	9 - 15
Metode Regresi yang Tepat Untuk Meramalkan Permintaan Minyak Solar di Kabupaten Sumbawa <i>Koko Hermanto, Fidy Rizqika (Universitas Teknologi Sumbawa)</i>	17 – 24
Peramalan Kebutuhan Air Untuk Penyiapan Lahan Menggunakan Metode Siklis (Studi Kasus Daerah Irigasi Bendungan Batu Bulan Kec. Moyo Hulu) <i>Koko Hermanto, Silvia Firda Utami (Universitas teknologi Sumbawa)</i>	25 – 34
Analisis Kekontrolan Model Penyebaran Virus Polio Tipe Vaccine-Derived Polio Virus (VDPV) dan Wild Polio Virus (WPV) <i>Sari Cahyaningtias, Rani Kurnia Putri (Universitas PGRI Adi Buana Surabaya)</i>	35 – 40
Analisis Lanjut Metode Beda Hingga Eksplisit Untuk Menentukan Harga Opsi <i>Wahyudi (Universitas Muhammadiyah Ponorogo)</i>	41 – 46
Analisis Intervensi Fungsi Step Efek Program Tol-Laut Terhadap Pergerakan Harga Saham TMAS.JK <i>Wigid Hariadi (IKIP PGRI Jember)</i>	47 – 54
Analisa Penumpang dengan Metode SARIMA (Studi Kasus : Bandar Udara Raja Haji Fisabilillah) <i>Yayuk Setyaning Astutik (Universitas Internasional Batam)</i>	55 – 62

Model Rantai Pasok Pada Sistem Produksi Menggunakan Petri Net dan Aljabar Max Plus

Ahmad Afif¹, Dian Mustofani²

¹ Institut Ilmu Kesehatan Bhakti Wiyata Kediri, ahmad.afif@iik.ac.id

² Institut Ilmu Kesehatan Bhakti Wiyata Kediri, dian.mustofani@iik.ac.id

Abstract. Supply chain production system is a process of coordination and integration of activities ranging from the procurement of goods and services, transforming raw materials into semi-finished goods and finished goods, to distribute to the consumers in an efficient manner. Supply chain analysis is used to regulate the supply of the production system so as not to overload so that it can reduce the costs of the entire production system which includes the costs of processing, transportation and distribution of raw materials, semi-finished goods and finished goods. Petrinet can describe the supply chain model as a dynamic production systems with discrete events with max plus algebra approach to help calculate the length of time in the distribution and production in the supply chain.

Keywords: *supply chain, production system, petri net, max plus algebra*

Abstrak. Rantai pasok pada sistem produksi merupakan proses koordinasi dan integrasi kegiatan mulai dari pengadaan barang dan jasa, mengubah bahan baku menjadi barang setengah jadi dan barang jadi, hingga mendistribusikan kepada konsumen dengan cara efisien. Analisis rantai pasok dipakai untuk mengatur pasokan dari sistem produksi supaya tidak terjadi *overload* sehingga dapat mengurangi biaya dari keseluruhan sistem produksi yang meliputi biaya pengolahan, transportasi dan distribusi bahan baku, barang setengah jadi dan barang jadi. Petrinet dapat menggambarkan model rantai pasok sebagai sistem produksi yang dinamis dengan kejadian diskrit dengan pendekatan aljabar max plus untuk membantu menghitung lamanya waktu dalam pendistribusian dan produksi dalam rantai pasok.

Kata kunci : *rantai pasok, sistem produksi, petri net, aljabar max plus*

1. Pendahuluan

Persaingan produksi dalam pasar global semakin ketat, pengenalan produk kepada pelanggan semakin cepat dan tentu harapan terhadap produk dan jasa juga semakin tinggi. Hal ini memaksa semua perusahaan untuk lebih memfokuskan perhatian dalam proses persediaan produk atau jasa demi menunjang kelangsungan usahanya. Perkembangan sistem transportasi dan komunikasi membawa pengaruh besar terhadap perubahan rantai produksi dan manajemen distribusinya.

Dalam (Guritno & Harsasi, n.d.) suatu rantai produksi, bahan baku diperoleh dan diproduksi dalam proses pengolahan, kemudian dikirim ke gudang

penyimpanan, hingga diterima pengecer (*retailer*) atau pelanggan. Sehingga barang yang akan diproduksi harus sesuai dengan jumlah, waktu dan tujuan dari rencana awal produksi untuk mencapai biaya minimum. Untuk mengurangi biaya operasional dan meningkatkan kualitas pelayanan, perlu dilakukan strategi rantai persediaan yang efektif dan efisien. Rantai persediaan atau jaringan logistik, terdiri dari penyalur, manufaktur, gudang, distribusi dan retailer, seperti halnya bahan baku, barang setengah jadi dan barang jadi.

Analisis rantai pasok muncul sebagai solusi untuk mengefisiensi biaya seoptimal mungkin dari keseluruhan sistem produksi yang meliputi biaya transportasi dan distribusi ke sentral bahan baku, barang setengah jadi dalam proses pengolahan dan barang jadi. (Guritno & Harsasi, n.d.) Menyebutkan penekanan biaya tidak semata – mata sebagai upaya memperkecil ongkos transportasi atau mengurangi persediaan yang ada, melainkan sebagai upaya pengembangan melalui perubahan sistem secara keseluruhan untuk menyediakan material sampai produk yang ditunjang dengan teknologi yang memadai dalam keseluruhan sistem rantai pasok yang ada.

Dalam tulisan ini akan dibangun model petrinet yang menggambarkan rantai pasok sebagai sistem produksi yang dinamis dengan kejadian diskrit dan menyajikan petrinet dengan pendekatan pemodelan aljabar max plus untuk membantu menghitung lamanya waktu dalam pendistribusian dan produksi dalam rantai pasok. Sistem produksi dalam penelitian ini terdiri dari dua produsen penyedia bahan baku dan satu produsen kemasan yang kemudian memproduksi menjadi satu secara bersama dalam memproduksi barang siap pakai hingga disalurkan kepada dua jenis konsumen yang berbeda, yaitu tradisional dan modern.

2. Landasan Teori

2.1 Rantai Pasok

Manajemen rantai pasok pertama kali dikenalkan oleh Weber dan Oliver pada tahun 1982. Manajemen rantai pasok merupakan proses koordinasi dan integrasi kegiatan yang dimulai dari pengadaan barang dan jasa, mengubah bahan baku menjadi barang dalam proses dan barang jadi, dan mengantarkan barang-barang tersebut kepada para pelanggannya dengan cara efisien. Koordinasi dan integrasi merupakan elemen penting untuk melakukan upaya sinkronisasi sehingga bila semuanya dilakukan dengan baik maka efisiensi biaya akan diperoleh dan dapat digunakan sebagai strategi bersaing terhadap kompetitor lain.

Elemen-elemen yang mempengaruhi rantai pasok diantaranya adalah *supplier*, pusat manufaktur, gudang, pusat distribusi, sistem transportasi, *retail outlet*, dan konsumen. Agar rantai pasok dapat berjalan dengan baik diperlukan koordinasi yang bagus antar elemen rantai pasok tersebut. Selain itu kondisi yang baik setiap elemen juga dapat mempengaruhi berjalannya rantai pasokan.

Salah satu cara untuk dapat mengkoordinasi antara elemen-elemen sistem rantai pasok adalah dengan membuat model dan menganalisis sistem kompleks dari rantai pasok. Hal ini merupakan hal yang penting agar dapat mengevaluasi kinerja dan membuat perbandingan jalannya rantai pasok.

2.2 Petri Net

Petri net dikembangkan pertama kali oleh matematikawan asal Jerman yang bernama Carl Adam Petri pada tahun 1962. Petri net merupakan alat bantu memodelkan *system event diskrite*. *System event diskrite* adalah suatu sistem dimana ruang keadaan dijabarkan oleh himpunan diskrit $\{0, 1, 2, \dots\}$ dan transisi keadaan hanya diamati pada titik diskrit dalam waktu. Jadi, perubahan keadaan pada *system event diskrite* diakibatkan oleh terjadinya *event* (Wattimena, Freya N., Pentury, 2012).

Petri net merupakan graf berarah yang memiliki dua *node* yang dinamakan sebagai *Place* dan *Transisi*. *Place* dilambangkan sebagai lingkaran (*circles*) dan *Transisi* dilambangkan sebagai persegi panjang (*bars*) (Wattimena, Freya N., Pentury, 2012). Setiap *place* dapat berisi satu atau lebih *token*, yang dilambangkan dengan bulatan kecil (*dots*). Antara *place* dan *transisi* dihubungkan oleh anak panah (*arc*). Pada petri net graf diperbolehkan menggunakan beberapa *arc* untuk menghubungkan dua *node* atau lebih dengan memberikan bobot ke setiap *arc* yang menyatakan jumlah *arc* (Mustofani, Dian., Afif, 2018).

Petri net dengan waktu (*timed petri net*) dikarakterisasi oleh P, T, A, w, x_0 dan T dimana P adalah himpunan *place*, T adalah himpunan *transisi*, A adalah himpunan *arc*, w adalah bobot masing – masing *arc*, x_0 adalah keadaan awal token pada setiap *place* dan T adalah vektor yang elemen – elemennya menunjukkan waktu yang diperlukan token berada dalam *place* sebelum *downstream* transisi *enabled*.

Transisi pada petri net menyatakan *event* pada *system event diskrete*. *Event* dapat terjadi jika terpenuhi terlebih dahulu beberapa keadaan. Keadaan pada petri net dinyatakan dengan *place*. *Place* dapat berfungsi sebagai masukan atau keluaran suatu transisi. *Place* sebagai masukan menyatakan keadaan yang harus dipenuhi agar *transisi* dapat terjadi. Setelah transisi terjadi maka keadaan akan berubah. *Place* yang menyatakan keadaan tersebut adalah keluaran dari transisi.

2.3 Aljabar Max-Plus

Aljabar max-plus merupakan perluasan aljabar linier biasa, dimana operasi yang digunakan adalah maksimum dan tambah. Elemen dari aljabar max-plus adalah bilangan real dan $\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} -\infty$. Selanjutnya, himpunan $\mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$ ditulis \mathbb{R}_ε dengan \mathbb{R} adalah himpunan bilangan real dan $\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} -\infty$. Pada \mathbb{R}_ε didefinisikan operasi berikut: $\forall x, y \in \mathbb{R}_\varepsilon$,

$$x \oplus y \stackrel{\text{def}}{=} \max\{x, y\} \text{ dan } x \otimes y \stackrel{\text{def}}{=} x + y$$

dimana operasi \oplus dibaca *o-plus* dan \otimes dibaca *o-times*.

Diberikan $(\mathbb{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ merupakan semiring dengan elemen netral ε dan elemen satuan $e = 0$. Untuk mempermudah penulisan semiring $(\mathbb{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ ditulis sebagai \mathbb{R}_{max} .

Pemilihan simbol \oplus dan \otimes dalam aljabar max-plus masing – masing merupakan analogi dari operasi $+$ dan \times . Sehingga proses perkalian dua matriks pada aljabar max-plus dapat juga disamakan dengan aljabar linier biasa. Perkalian dua matriks pada aljabar linier biasa menggunakan operasi “kali” dan “tambah”, sedangkan pada aljabar max-plus menggunakan operasi “tambah” dan “maksimum” sebagai ganti dari operasi “kali” dan “tambah” yang digunakan proses perkalian dua matriks pada aljabar biasa.

$$[A \oplus B]_{i,j} = a_{i,j} \oplus b_{i,j} = \max\{a_{i,j}, b_{i,j}\}$$

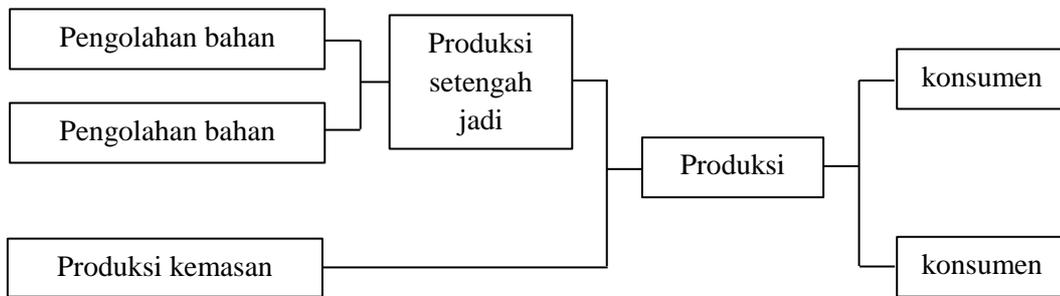
dan

$$[A \otimes B]_{i,j} = \bigoplus_{k=1}^p a_{i,k} \otimes b_{k,j} = \max_{k \in \underline{p}} \{a_{i,k} + b_{k,j}\}$$

untuk setiap i, j .

3. Pembahasan

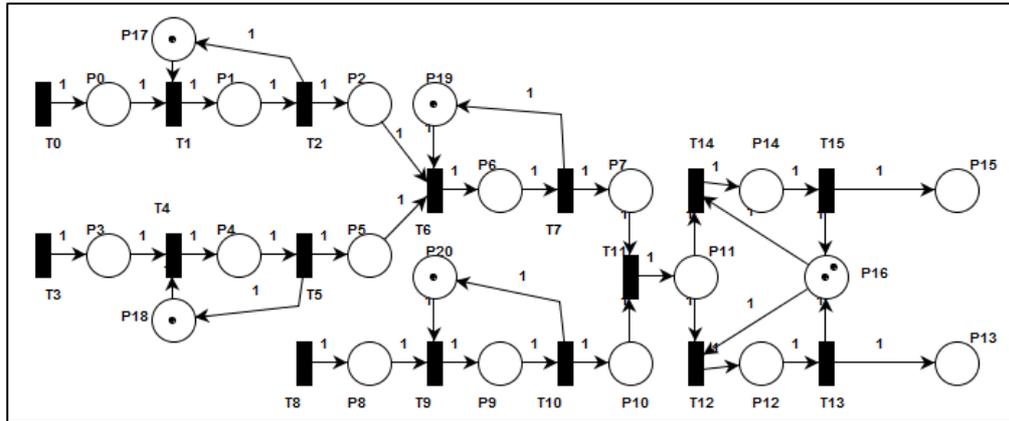
Untuk membuat sebuah manajemen rantai pasok diperlukan adanya urutan pengelolaan barang dan jasa yang ada didalamnya. Dimana dalam urutan pengelolaan tersebut harus diketahui gambaran sesungguhnya dan lengkap yang memperlihatkan keseluruhan mata rantai yang ada, dimulai dari awal pengelolaan hingga akhir. Rantai pasok pada sistem produksi berikut terdiri dua produsen penyedia bahan baku dan satu produsen kemasan yang kemudian memproduksi menjadi satu secara bersama dalam memproduksi barang siap pakai hingga disalurkan kepada dua jenis konsumen yang berbeda, yaitu tradisional dan modern. Secara alur dapat dilihat pada gambar 2.



Gambar 2. Rantai pasok pada sistem produksi

Pada setiap proses pengolahan bahan baku dan produksi kemasan hingga produksi barang jadi terdapat sistem produksi sendiri yang meliputi penyediaan bahan baku, gudang, produksi dan pengiriman sehingga akan terjadi beberapa proses antrian. Proses antrian terjadi dikarenakan pada proses pengolahan dan produksi di asumsikan hanya memiliki seperangkat mesin produksi dan pada pengiriman hanya mampu mengangkut satu kali produksi. Sehingga proses pengolahan dan produksi berikutnya akan selalu menunggu produksi dan pengiriman selesai sampai pada tahap berikutnya. Sedangkan transportasi pada distribusi barang jadi ke konsumen dilakukan oleh 2 kendaraan sejenis yang saling bergantian untuk melakukan distribusi ke konsumen tradisional dan modern. Konsumen tradisional meliputi retail dari pertokoan kecil dan pasar, sedangkan konsumen modern meliputi swalayan dan kebutuhan ekspor.

Input bahan baku dan kemasan terdapat buffer dengan kapasitas yang cukup besar untuk menjamin bahwa buffer tidak akan pernah overflow. Suatu unit pemroses hanya bisa mulai bekerja untuk melanjutkan tahap berikutnya jika telah menyelesaikan proses sebelumnya. Diasumsikan juga bahwa setiap unit pemroses sesegera mungkin mulai bekerja bila semua komponen pendukung telah tersedia. Selanjutnya, rantai pasok pada sistem produksi disimulasikan dengan petri net yang dibuat dengan program PIPE sebagai berikut.



Gambar 3. Petri net pada rantai pasok pada sistem produksi

Rantai pasok pada sistem produksi yang telah disimulasikan dengan petri net akan dimodelkan menggunakan aljabar max-plus untuk mengetahui kinerja dari rantai pasok pada sistem produksi, yaitu mengetahui lama waktu dan waktu berakhirnya proses produksi. Berikut diberikan pendefinisian variabel pada model rantai pasok pada sistem produksi.

Tabel 1. Pendefinisian Variabel

Var.	Definisi Model Rantai Pasok Sistem Produksi	Var.	Definisi Model Rantai Pasok Sistem Produksi
$t_0(k)$	Waktu pemasok bahan baku I saat ke- k	$v_{0,k}$	Lamanya memasok bahan baku I saat ke- k
$t_1(k)$	Waktu pengolahan bahan baku I saat ke- k	$v_{1,k}$	Lamanya mengolah bahan baku I saat ke- k
$t_2(k)$	Waktu mulai distribusi hasil pengolahan bahan baku I saat ke- k	$v_{2,k}$	Lamanya mendistribusi hasil pengolahan bahan baku I saat ke- k
$t_3(k)$	Waktu pemasok bahan baku II saat ke- k	$v_{3,k}$	Lamanya memasok bahan baku II saat ke- k
$t_4(k)$	Waktu pengolahan bahan baku II saat ke- k	$v_{4,k}$	Lamanya mengolah bahan baku II saat ke- k
$t_5(k)$	Waktu mulai distribusi hasil pengolahan bahan baku II saat ke- k	$v_{5,k}$	Lamanya mendistribusi hasil pengolahan bahan baku II saat ke- k
$t_6(k)$	Waktu produksi barang setengah jadi saat ke- k	$v_{6,k}$	Lamanya memproduksi barang setengah jadi saat ke- k
$t_7(k)$	Waktu mulai distribusi barang setengah jadi saat ke- k	$v_{7,k}$	Lamanya mendistribusi barang setengah jadi saat ke- k
$t_8(k)$	Waktu pemasok bahan kemasan saat ke- k	$v_{8,k}$	Lamanya memasok bahan kemasan saat ke- k
$t_9(k)$	Waktu produksi bahan kemasan saat ke- k	$v_{9,k}$	Lamanya memproduksi bahan kemasan saat ke- k
$t_{10}(k)$	Waktu mulai distribusi produk kemasan saat ke- k	$v_{10,k}$	Lamanya mendistribusi produk kemasan saat ke- k
$t_{11}(k)$	Waktu perakitan barang jadi saat ke- k	$v_{11,k}$	Lamanya merakit barang jadi saat ke- k

Tabel 2. Daftar Proses Sistem Produksi

Kode	Lama Proses Produksi	Waktu (hari)
$v_{0,k}$	Lamanya memasok bahan baku I saat ke- k	2
$v_{1,k}$	Lamanya mengolah bahan baku I saat ke- k	1
$v_{2,k}$	Lamanya mendistribusi hasil pengolahan bahan baku I saat ke- k	2
$v_{3,k}$	Lamanya memasok bahan baku II saat ke- k	3
$v_{4,k}$	Lamanya mengolah bahan baku II saat ke- k	2
$v_{5,k}$	Lamanya mendistribusi hasil pengolahan bahan baku II saat ke- k	1
$v_{6,k}$	Lamanya memproduksi barang setengah jadi saat ke- k	2
$v_{7,k}$	Lamanya mendistribusi barang setengah jadi saat ke- k	3
$v_{8,k}$	Lamanya memasok bahan kemasan saat ke- k	4
$v_{9,k}$	Lamanya memproduksi bahan kemasan saat ke- k	2
$v_{10,k}$	Lamanya mendistribusi produk kemasan saat ke- k	2
$v_{11,k}$	Lamanya merakit barang jadi saat ke- k	2
$v_{12,k}$	Lamanya mendistribusi ke konsumen modern saat ke- k	3
$v_{14,k}$	Lamanya mendistribusi ke konsumen tradisional saat ke- k	2

Selanjutnya dari lamanya waktu yang diberikan untuk satu kali produksi jika saat ke-0 adalah tanggal 1 Februari, maka saat mulai produksi ke-1 bahan baku I akan tersedia pada 3 Februari, bahan baku II akan tersedia pada 4 Februari dan bahan kemasan akan tersedia pada 5 Februari. Hingga dibutuhkan waktu 16 hari dan 15 hari untuk menyelesaikan sampai pada masing – masing konsumen modern dan tradisional, yaitu tanggal 17 Februari dan 16 Februari. Berikut diberikan hasil saat ke $k = 1,2,3$.

Var.	Waktu Proses Produksi	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
$t_0(k)$	Waktu pemasok bahan baku I saat ke- k	2	4	6
$t_2(k)$	Waktu mulai distribusi hasil pengolahan bahan baku I saat ke- k	3	5	7
$t_3(k)$	Waktu pemasok bahan baku II saat ke- k	3	6	9
$t_5(k)$	Waktu mulai distribusi hasil pengolahan bahan baku II saat ke- k	5	8	11
$t_7(k)$	Waktu mulai distribusi barang setengah jadi saat ke- k	8	11	14
$t_8(k)$	Waktu pemasok bahan kemasan saat ke- k	4	8	12
$t_{10}(k)$	Waktu mulai distribusi produk kemasan saat ke- k	6	10	14
$t_{13}(k)$	Waktu diterima di swalayan dan ekspor saat ke- k	16	19	22
$t_{15}(k)$	Waktu diterima di pasar dan toko saat ke- k	15	18	21

4. Kesimpulan

Berdasarkan model petri net dan aljabar max plus pada rantai pasok sistem produksi diatas dapat diketahui lamanya waktu proses pendistribusian dan produksi dari bahan baku dan kemasan hingga diterima konsumen modern dan

tradisional. Hasil lamanya waktu tersebut dapat dipakai mengatur rantai pasok sistem produksi supaya tidak terjadi *overload* sehingga dapat mengurangi biaya dari keseluruhan sistem produksi yang meliputi biaya pengolahan, transportasi dan distribusi bahan baku, barang setengah jadi dan barang jadi.

5. Daftar Pustaka

- B. Heidergott, G. J. Olsder, and J. van der Woude, 2006, *Max Plus at Work*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Baccelli, F., G. Cohen, G.J. Olsder, and J.-P. Quadrat. , 1992, *Synchronization and Linearity*, John Wiley and Sons, New York.
- Guritno, A. D., & Harsasi, M. (n.d.). *Pengantar Manajemen Rantai Pasok (Supply Chain Management)*. 1–35.
- Mustofani, Dian., Afif, A. (2018). *Model Antrian Pelayanan Farmasi Menggunakan Petri Net Dan Aljabar Max-Plus*. 3(2502–9878), 33–43. Retrieved from <https://www.journal.unipdu.ac.id/index.php/jmpm/article/view/1055>
- Viswanadham, N. Raghvan Srinivasa, NR., 2000, *Performance Analysis and Design of Supply Chains : a Petri net Approach*, Journal of The Operational Research Society Vol.51, No.10, 1158-1169.
- Wattimena, Freya N., Pentury, T. (2012). *The Application of Petri Net in Electricity Bill Payment System of*. 6(1), 23–30.

Estimasi Parameter Distribusi Weibull dan Aplikasinya Pada Pengendalian Mutu Dengan Memanfaatkan Kuantil

Cecilia Novianti Salsinha¹

¹Universitas Timor, ceciliasalsinha@unimor.ac.id

Abstract. Weibull distribution is one of the continuous probability distributions. As the other distributions, Weibull distribution is also characterized by Mean, Variance and Moment Generation Function. The advantage of this distribution compared to other distributions is its flexibility, that is, this distribution can change to another distribution such as an exponential distribution depending on the value of the selected distribution parameters, namely scale parameters and form parameters. From the distribution graph, it can be shown that, the flexibility will appear very clear. One application of the Weibull distribution is in statistical process control. Because not all data is normally distributed, the Shewhart control chart cannot be used. One way to solve this problem is that the data is analyzed with Weibull control charts by utilizing quantiles, namely 0.00135, 0.5 and 0.99865. Quantile 0.00135 is the bottom quintile used to form the Lower Control Limit, the Middle Line is the median of the data, which is 0.5 which replaces the average and the last to form the Upper Control Limit the top quintile is 0.99865. By generating 200 data with Weibull distribution, if the data is analyzed by Shewhart control charts then there is a lot of data that is outside the control limit so it will be concluded that the graph is out of control. Therefore, if the data is not from a Normal distribution, the use of Shewhart control charts is not recommended.

Keywords: *Weibull Distribution, Maximum Likelihood Estimation (MLE), Quality Control, Weibull Control Charts*

Abstrak. Distribusi Weibull merupakan salah satu distribusi probabilitas kontinu. Sama halnya dengan distribusi lainnya, distribusi Weibull pun dicirikan dengan Mean, Variansi dan Fungsi Pembangkit Momen. Kelebihan distribusi ini dibandingkan dengan distribusi lainnya adalah fleksibilitasnya, yaitu distribusi ini dapat berubah menjadi distribusi lain seperti distribusi eksponensial tergantung pada nilai parameter distribusi yang dipilih yaitu parameter skala dan parameter bentuk. Jika dilihat dari grafik distribusinya maka akan tampak sangat jelas fleksibilitas tersebut. Salah satu aplikasi dari distribusi Weibull yaitu dalam pengendalian proses statistik. Oleh karena tidak semua data berdistribusi normal maka grafik pengendali Shewhart tidak dapat digunakan. Salah satu cara menyelesaikan masalah tersebut adalah data dianalisis dengan grafik pengendali Weibull dengan memanfaatkan kuantil-kuantil yaitu 0,00135, 0,5 dan 0,99865. Kuantil 0,00135 adalah kuantil bawah yang digunakan untuk membentuk Batas Pengendali Bawah, Garis Tengah adalah median dari data yaitu 0,5 yang menggantikan rata-rata dan untuk membentuk Batas Pengendali Atas digunakan kuantil atas yaitu 0,99865. Dengan membangkitkan data sebanyak 200 data berdistribusi Weibull, jika data tersebut dianalisis dengan grafik pengendali Shewhart maka terdapat banyak data yang berada diluar batas pengendali sehingga akan disimpulkan bahwa grafik tak terkendali. Oleh karena itu, jika data bukan berasal dari distribusi Normal, penggunaan grafik pengendali Shewhart tidak disarankan.

Kata Kunci: *Distribusi Weibull, Estimasi Maximum Likelihood, Pengendalian Mutu, Grafik Pengendali Weibull*

1 Pendahuluan

Secara umum fungsi densitas dari distribusi Weibull adalah

$$f(x) = \begin{cases} \alpha\beta x^{\beta-1} e^{-\alpha x^\beta}, & \text{untuk } x > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases} \quad (1)$$

dimana α adalah parameter skala dan β adalah parameter bentuk dari distribusi Weibull. Sama halnya dengan mencari parameter pada distribusi lainnya seperti Distribusi Normal, parameter α dan β juga dapat diperoleh dengan memanfaatkan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE). Namun proses memperoleh nilai parameternya tidak semudah Distribusi Normal. Dibutuhkan bantuan software seperti *Minitab* untuk memperolehnya.

Distribusi Weibull banyak diaplikasikan pada Pengendalian Mutu (*Quality Kontrol*) terutama untuk data waktu hidup (*lifetime data*). Salah satu alat yang digunakan dalam pengendalian mutu adalah grafik pengendali (*control charts*). Grafik pengendali adalah perangkat statistik grafis yang digunakan untuk mengontrol suatu proses berulang. Grafik pengendali sangat berguna dalam menetapkan standar pencapaian dari sebuah proses, membantu mencapai standar tersebut dan mempertimbangkan standar mana yang sudah tercapai. Grafik pengendali yang biasanya digunakan dalam praktik didasarkan pada analisis distribusi normal yaitu dengan rata-rata Shewhart dan kisaran grafik pengendali 3σ (standar deviasi). Namun demikian tidak semua data berdistribusi normal. Jika data tak berdistribusi normal dan tetap dianalisis dengan grafik pengendali tersebut dengan mengasumsikan bahwa data berdistribusi normal maka error yang besar akan terjadi [1]. Oleh karena itu akan dibahas mengenai grafik pengendali berdasarkan data yang berdistribusi Weibull dengan memanfaatkan kuantil-kuantil yaitu 0,00135, 0,5 dan 0,99865 yang akan digunakan sebagai batas pengendali.

2 Pembahasan

2.1 Estimasi Parameter Distribusi Weibull

Seperti yang sudah dijelaskan di awal bahwa parameter distribusi Weibull dapat diperoleh dengan memanfaatkan metode Maximum Likelihood sebagai berikut.

Berdasarkan persamaan (1) diatas dicari fungsi Likelihood yaitu

$$\begin{aligned} L &= L(\alpha, \beta) = \prod_{i=1}^n \alpha\beta x_i^{\beta-1} e^{-\alpha x_i^\beta} \\ &= (\alpha\beta)^n \prod_{i=1}^n x_i^{\beta-1} e^{-\sum_{i=1}^n \alpha x_i^\beta} \end{aligned} \quad (2)$$

Berdasarkan persamaan (2) dicari logaritma natural dan diperoleh

$$\ln L = n \ln(\alpha\beta) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - \sum_{i=1}^n \alpha x_i^\beta \quad (3)$$

Dengan mencari derivatif parsial persamaan (3) terhadap α dan β dengan nilai kedua derivatif tersebut adalah nol dan diselesaikan maka akan diperoleh

$$\alpha = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i^\beta} \quad (4)$$

Nilai pada persamaan (4) disubstitusikan ke dalam hasil derivative parsial terhadap β dan diperoleh hasil

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i^\beta \ln x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^\beta} - \frac{1}{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln x_i}{n} \quad (5)$$

Untuk $\beta > 0$, hasil erivative parsial di atas tidak dapat diselesaikan. Namun untuk memperoleh parameter α dan β digunakan metode Newton-Raphson. Untuk itu proses selanjutnya adalah dengan mencari erivative parsial kedua dari $\ln L$ dan akan diperoleh rumus iterasi untuk metode Newton-Raphson adalah sebagai berikut.

$$\beta_{k+1} = \beta_k + \frac{f(\beta_k)}{f'(\beta_k)} \quad (6)$$

$$\beta_{k+1} = \beta_k + \frac{\frac{\sum_{i=1}^n \ln x_i}{n} + \frac{1}{\beta_k} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i^{\beta_k} \ln x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^{\beta_k}}}{\frac{1}{\beta_k^2} + \frac{\left[\sum_{i=1}^n x_i^{\beta_k} (\ln x_i)^2 \sum_{i=1}^n x_i^{\beta_k} \right] - \left(\sum_{i=1}^n x_i^{\beta_k} \ln x_i \right)^2}{\left(\sum_{i=1}^n x_i^{\beta_k} \right)^2}} \quad (7)$$

Berdasarkan penelitian dari Thoman, Bain dan Antle (1969) maka titik awal dari iterasi adalah

$$\hat{\beta}_0 = \left\{ \frac{\frac{6}{\pi^2} \left[\sum_{i=1}^n (\ln x_i)^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n \ln x_i)^2}{n} \right]}{n-1} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Dengan pendekatan ini, metode Newton-Raphson hanya memerlukan rata-rata 3,5 iterasi Newton untuk mencapai tingkat ketelitian sampai 10^{-4} [2]. Untuk mengaplikasikan metode maksimum likelihood dalam mencari parameter distribusi Weibull akan digunakan software *Minitab*.

2.2 Batas Pengendali dengan Distribusi Weibull

Untuk membentuk grafik pengendali dengan distribusi Weibull maka perlu dicari batas pengendali terlebih dahulu. Seperti telah dijelaskan pada pendahuluan bahwa batas pengendali diperoleh dengan memanfaatkan kuantil. Oleh karena itu perlu untuk mencari kuantil dari Distribusi Weibull sebagai berikut.

Berdasarkan persamaan (1) maka diperoleh fungsi distribusi kumulatif yaitu

$$F(x) = 1 - e^{-\alpha x^\beta} \quad (9)$$

Kuantil yang diperoleh dengan mencari invers persamaan (9) sehingga diperoleh

$$x = \frac{1}{\alpha} \{-\ln[1 - F(x)]\}^{\frac{1}{\beta}} \quad (10)$$

Pada distribusi normal atau dalam grafik pengendali Shewhart, $\mu - 3\sigma$ digunakan sebagai Batas Pengendali Bawah, μ sebagai Garis Tengah dan Batas Pengendali Atas yaitu $\mu + 3\sigma$. Untuk distribusi tidak normal seperti distribusi Weibull memanfaatkan kuantil bawah yaitu 0,00135 untuk membentuk Batas Pengendali Bawah (BPB), Garis Tengah (GT) adalah median dari data yaitu 0,5 yang menggantikan rata-rata. Untuk membentuk Batas Pengendali Atas (BPA)

digunakan kuantil atas yaitu 0,99865 [3]. Oleh karena itu berdasarkan persamaan (10) di atas diperoleh

$$BPB = \frac{1}{\alpha} \{-\ln[1 - 0,00135]\}^{\frac{1}{\beta}} \quad (11)$$

$$GT = \frac{1}{\alpha} \{-\ln[1 - 0,5]\}^{\frac{1}{\beta}} \quad (12)$$

$$BPA = \frac{1}{\alpha} \{-\ln[1 - 0,99865]\}^{\frac{1}{\beta}} \quad (13)$$

2.3 Perbandingan Kemampuan Proses

Untuk melihat aktivitas pengembangan sebelum produksi, untuk kuantifikasi variabilitas proses, analisis variabilitas relatif terhadap persyaratan atau spesifikasi produk dan untuk membantu pengembangan dan produksi dalam menghilangkan atau mengurangi banyaknya variabilitas maka salah satu cara yang dapat digunakan adalah dengan melihat Perbandingan Kemampuan Proses (PKP). PKP diperoleh dengan memanfaatkan Fungsi Distribusi Kumulatif yang diperkenalkan oleh Wierda pada tahun 1933 dalam paper *A Multivariate Process Capability Index*. Hasil PKP yang diperoleh dengan metode ini paling baik diantara metode lainnya seperti metode Burr dan metode Clements [3]. Formula PKP tersebut adalah sebagai berikut.

$$PKP = \frac{\Phi^{-1} \left(0,5 + 0,5 \int_{BSB}^{BSA} f(x) dx \right)}{3} \quad (14)$$

dimana $f(x)$ menunjukkan fungsi densitas dari proses.

2.4 Grafik Pengendali dan Perbandingan Kemampuan Proses

2.4.1 Grafik Pengendali Individual Dengan Distribusi Weibull

Grafik Pengendali dibentuk dengan membangkitkan 200 sampel random yang berdistribusi Weibull dengan parameter skala (α) yaitu 0,5 dan parameter bentuk (β) yaitu 2. Sampel tersebut kemudian dianalisis dengan grafik pengendali individual berdasarkan distribusi Weibull. Selanjutnya, sebelum mencari Batas Pengendali untuk Grafik Pengendali Distribusi Weibull, terlebih dahulu dianalisis apakah data yang dibangkitkan memiliki nilai parameter yang sesuai dengan parameteryang ditetapkan. Proses analisis menggunakan software Minitab dengan hasil sebagai berikut

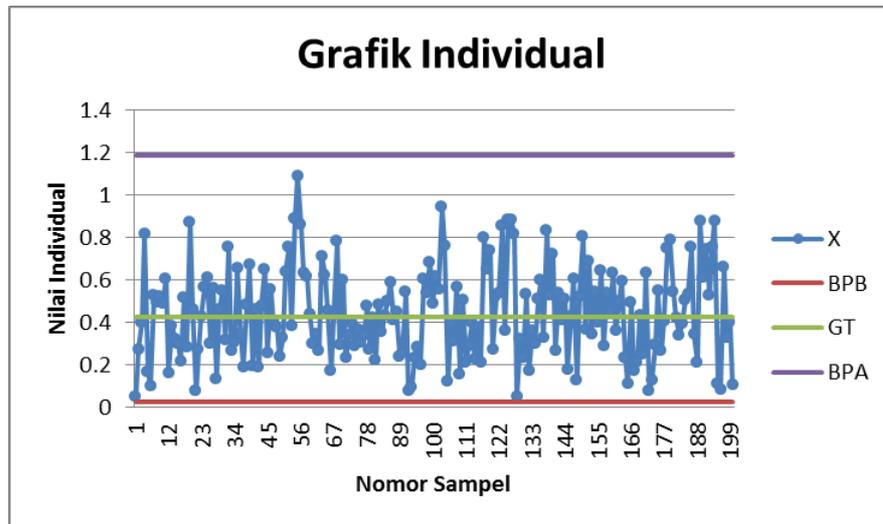
```

Descriptive Statistics
N  N*   Mean   StDev   Median   Minimum  Maximum  Skewness
Kurtosis
200  0  0,443227  0,215439  0,426984  0,0508523  1,09146  0,377528  -
0,412931
Goodness of Fit Test
Distribution      AD      P
Normal           0,928  0,018
Exponential     22,226 <0,003
Weibull         0,255  >0,250
Gamma           0,954  0,019
ML Estimates of Distribution Parameters
Distribution  Location  Shape  Scale  Threshold
Normal*      0,44323  0,21544
Exponential  0,44323  0,50060
Weibull      2,18161  0,50060
Gamma        3,55771  0,12458
* Scale: Adjusted ML estimate

```

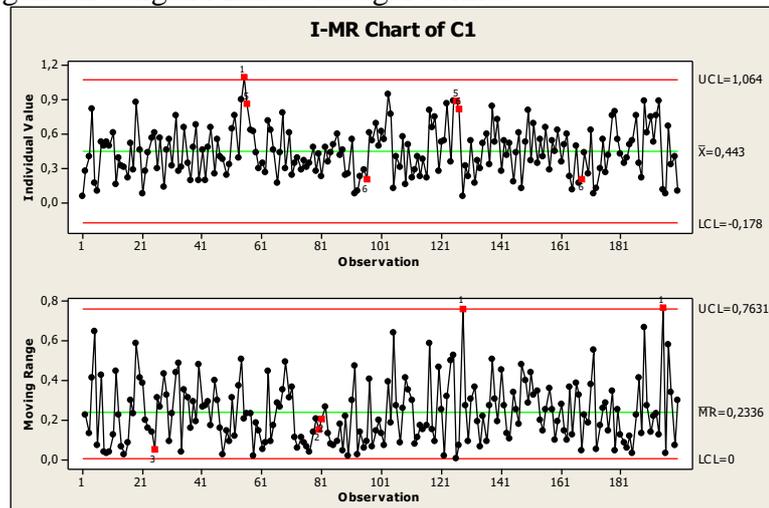
Berdasarkan hasil *Goodness of Fit Test* di atas terlihat bahwa data tersebut adalah data berdistribusi Weibull dengan P-Value > 0,250 dan $\beta = 2,18161$ serta $\alpha = 0,50060$. Nilai α dan β inilah yang digunakan untuk membentuk Batas Pengendali berdasarkan persamaan (11), (12), dan (13) sehingga diperoleh BPB = 0,024223, GT = 0,423184 dan BPA = 1,189547

Berdasarkan Batas Pengendali di atas maka Grafik Pengendali yang dihasilkan yaitu:



Gambar 1. Grafik Individual dengan Ms.Excel

Untuk membandingkannya dengan Grafik Pengendali Shewhart maka dibentuk Grafik Pengendali dengan Minitab sebagai berikut



Gambar 2. Grafik Individual dengan MINITAB

Jika dibandingkan dua grafik di atas maka terlihat bahwa jika data dianalisis dengan distribusi Weibull maka grafik tampak terkendali. Hal ini terlihat dari tidak ada titik yang berada diluar batas pengendali. Namun, jika data dianalisis dengan Grafik Individual menggunakan Shewart, grafik tampak tak terkendali.

Hal ini disebabkan karena data yang digunakan adalah data yang berdistribusi Weibull dan parameter yang digunakan juga tidak mendekati distribusi normal. Jadi, Jika data tidak berdistribusi normal dianalisis dengan grafik pengendali Shewhart diperoleh kesimpulan yang menyesatkan.

2.4.2 Perbandingan Kemampuan Proses dengan Distribusi Weibull

PKP diperoleh dengan memanfaatkan persamaan (14) yaitu jika digunakan target BSB dan BSA yaitu [0,02, 1,2], maka

$$\int_{BSB}^{BSA} f(x)dx = \int_{0,02}^{1,2} \alpha\beta x^{\beta-1} e^{-\alpha x^{\beta}} dx$$

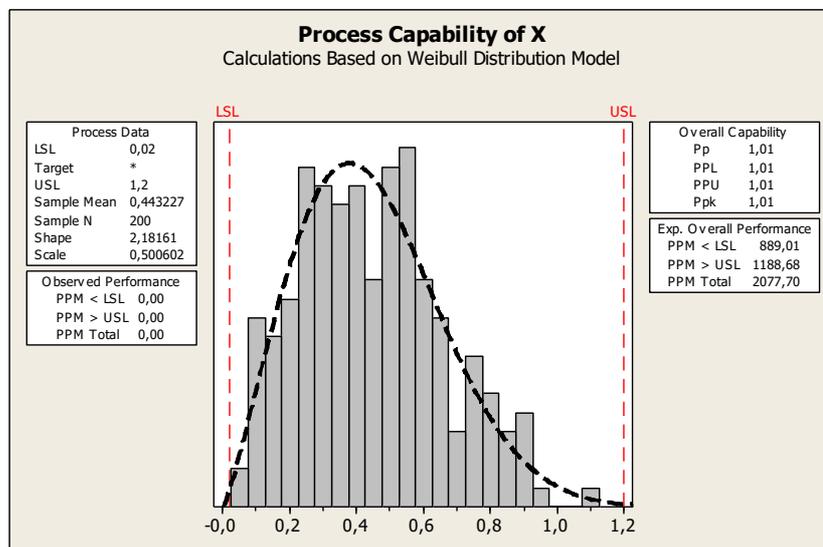
Dengan memisalkan $u = \alpha x^{\beta}$ akan diperoleh

$$\begin{aligned} \int_{BSB}^{BSA} f(x)dx &= -e^{-\alpha x^{\beta}} \Big|_{0,02}^{1,2} \\ &= -e^{-\alpha 1,3^{\beta}} + e^{-\alpha 0,02^{\beta}} \end{aligned}$$

Sehingga PKP yang dihasilkan adalah

$$\begin{aligned} PKP &= \frac{\Phi^{-1}(0,5 + 0,5 \cdot 0,9990)}{3} \\ &= 1,02 \end{aligned}$$

Jika digambarkan dengan *MINITAB* maka akan diperoleh grafik kemampuan proses sebagai berikut



Gambar 3. Analisis Kemampuan Proses dengan *MINITAB*

Berdasarkan grafik hasil analisis kemampuan proses di atas terlihat bahwa nilai PKP yang dihasilkan adalah 1,01 sama dengan PKP yang dihasilkan jika digunakan target BSB dan BSA yaitu [0,02, 1,2]. Hasil PKP yang diperoleh ini menunjukkan bahwa jika digunakan BSA dan BSB pada rentang [0,02, 1,2],

maka hanya akan ada sedikit produk yang tak sesuai yang dihasilkan dari proses ini.

3 Kesimpulan

Beberapa hal yang dapat disimpulkan berdasarkan pembahasan di atas yaitu

1. Estimasi parameter dengan metode MLE terlihat telah memberikan hasil yang cukup akurat namun perlu dibandingkan dengan metode lainnya seperti Metode Bayes sehingga diperoleh metode yang manakah yang lebih baik dalam mengestimasi parameter distribusi Weibull.
2. Tidak semua data dapat dianalisis dengan Grafik Pengendali Shewhart (Grafik pengendali dengan asumsi bahwa data berdistribusi Normal). Jika data berdistribusi lain seperti distirbusi Weibull dianalisis dengan grafik pengendali Shewhart maka akan menghasilkan kesimpulan yang menyedatkan.

4 Ucapan Terimakasih

Diucapkan terimakasih kepada segala pihak yang terlibat sehingga penelitian ini dapat terselesaikan dengan baik.

5 Daftar Pustaka

- [1] Samanta, B., Bhattacharjee, A, Problem Of Non-normality In Statistical Quality Control: A Case Study In A Surface Mine. *The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy*, 257-264, 2004.
- [2] Zhang, M, Performance of Control Charts For Weibull Processes. *Electronic Theses, Treatises and Dissertations (ETDs)* 537,1-59, 2008.
- [3] Ahmad,S., Abdollahian, S., Zeephongsekul, P., dan Abbasi, B, Performance Analysis For Skewed Data.
http://www.ubicc.org/files/pdf/UBICC_IKE07_Performance%20Analysis%20for%20skewed%20data_191_191.pdf diakses tanggal 17 Maret 2018.

Metode Regresi yang Tepat Untuk Meramalkan Permintaan Minyak Solar di Kabupaten Sumbawa

Koko Hermanto¹, Fidyza Rizqika²

¹Universitas Teknologi Sumbawa, kokoaction88@gmail.com

²Universitas Teknologi Sumbawa, Frizqika@gmail.com

Abstract. This study aims to find the proper regression method to predict the amount of demand for fuel oil in the form of diesel fuel in Sumbawa Regency. The data needed for this research are data on the amount of monthly diesel oil demand in 2018. The data were analyzed by various regression methods to predict the number of requests as the dependent variable (Y) influenced by the month of demand as an independent variable (x). The four methods chosen for analysis are linear, quadratic, cubic, exponential and logarithmic regression. The selection of the proper regression method predicts the case in this study based on the coefficient of determination (R^2) and the data processing using SPSS. The results of the study show that the right method for forecasting diesel oil demand in 2019 is to use cubic regression methods.

Keywords: Forecasting, Regression Method, Determinant Coefficient, Solar Oil.

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan metode regresi yang tepat untuk meramalkan jumlah permintaan bahan bakar minyak (BBM) berupa solar di Kabupaten Sumbawa. Data yang diperlukan untuk penelitian ini adalah data jumlah permintaan minyak solar perbulan pada tahun 2018. Data tersebut dianalisis dengan berbagai metode regresi untuk meramalkan jumlah permintaan sebagai variabel terikat (Y) dipengaruhi oleh bulan permintaan sebagai variabel bebas (x). Empat metode yang dipilih untuk dianalisis adalah regresi linier, kuadrat, kubik, eksponensial dan logaritmik. Pemilihan metode regresi yang tepat meramalkan kasus pada penelitian ini berdasarkan nilai koefisien determinasi (R^2) dan pengolahan datanya menggunakan SPSS. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode yang tepat untuk meramalkan permintaan minyak solar pada tahun 2019 adalah dengan menggunakan metode regresi kubik.

Keywords: Peramalan, Metode Regresi, Koefisien determinan, Minyak Solar.

1 Pendahuluan

Perusahaan yang baik tentu memiliki tujuan jangka panjang supaya pada masa yang akan datang dapat mengalami perubahan yang baik. Permasalahan yang umum dihadapi oleh para pemilik perusahaan adalah bagaimana meramalkan permintaan, pendapatan atau penjualan barang dan jasa di masa yang akan datang berdasarkan data yang telah dimiliki sebelumnya. Hasil peramalan tersebut sangat berpengaruh pada keputusan pemilik perusahaan untuk menentukan jumlah barang yang harus disediakan oleh perusahaan, apabila memesan barang dalam jumlah yang cukup banyak dan ternyata penjualan barang tersebut hanya terjual beberapa saja. Perencanaan yang efektif baik untuk jangka panjang maupun jangka pendek bergantung pada peramalan permintaan untuk produk perusahaan. Apabila peramalan atau prediksi ini diterapkan dalam bagian proses perencanaan

produksi maka pihak perusahaan akan lebih terbantu dalam penjadwalan produksi, karena prediksi ini dapat memberikan output terbaik sehingga diharapkan resiko kesalahan yang disebabkan oleh kesalahan perencanaan dapat ditekan seminimal mungkin [1].

Kegiatan peramalan merupakan suatu dugaan atau prakiraan terhadap permintaan untuk masa yang akan datang, selain itu hasil prediksi peramalan yang digunakan untuk perencanaan dan penyusunan kegiatan di masa yang akan datang dapat juga dilakukan dengan menggunakan data lampau, dimana data lampau tersebut akan dilakukan sebuah analisa ilmiah, yaitu dengan menggunakan metode statistika.

Berdasarkan permasalahan yang dipaparkan di atas peneliti melakukan analisa dalam menentukan metode regresi yang tepat untuk meramalkan jumlah permintaan minyak solar di Kabupaten Sumbawa pada tahun 2019, metode koefisien determinan salah satu metode yang digunakan untuk mengambil keputusan penentuan metode regresi yang tepat untuk meramalkan permintaan. Sehingga dari hasil penelitian ini dapat menjadi bahan pertimbangan bagi PT Pertamina Terminal Bahan Bakar Minyak (TBBM) Labuan Badas untuk menyediakan persediaan minyak solar untuk konsumen di Kabupaten Sumbawa. PT Pertamina TBBM Badas merupakan salah satu Terminal BBM yang melayani dan mendistribusikan BBM kepada konsumen di Kabupaten Sumbawa dan Kabupaten Sumbawa Barat serta BBK (Pertamax & Peralite) untuk Pulau Sumbawa. Terletak di Jalan Raya Garuda Km. 08 Jurusan Pelabuhan Badas, Kabupaten Sumbawa, Provinsi Nusa Tenggara Barat. Dibangun pada Tahun 1979 diresmikan oleh Bapak Soeharto, dan mulai Beroperasi Tahun 1981. Luas Area + 41,300 m². Perusahaan ini juga mengoperasikan 7 kilang minyak.

2 Tinjauan Pustaka

Menurut Heizen-Render peramalan permintaan adalah proyeksi permintaan untuk produk atau jasa perusahaan. Peramalan permintaan ini akan mempengaruhi perencanaan perusahaan akan produksi dan kapasitas perusahaan, sistem penjadwalan, serta sebagai input dalam perencanaan keuangan, pemasaran, dan kebutuhan sumberdaya manusia [2].

Peramalan dapat memberikan gambaran masa yang akan datang dengan akurat, dan sebagai pendorong semua aktivitas perencanaan. Alasan-alasan lain perusahaan melakukan peramalan adalah:

- a. meningkatkan kepuasan konsumen;
- b. mengurangi kekurangan persediaan;
- c. kebutuhan persediaan pengaman yang lebih sedikit;
- d. pengiriman yang lebih baik.

Seringkali kita mengalami kesulitan dalam menentukan metode peramalan seperti apa yang sebaiknya diterapkan terhadap data yang kita miliki. Menentukan metode peramalan yang tepat, memang tidaklah mudah. Yang harus diingat dalam melakukan peramalan adalah bahwa tidak ada satu metode peramalan yang paling sempurna atau tidak ada satu metode peramalan terbaik yang dapat dipakai untuk semua jenis data yang kita miliki. Sebelum kita melakukan peramalan, hal yang penting yang harus kita lakukan adalah melihat pola data yang kita miliki.

Metode yang digunakan untuk membuat peramalan berbeda-beda tergantung periode peramalan yang akan ditentukan yaitu jangka sangat pendek, pendek, menengah, dan panjang. Perbedaan jangka waktu peramalan juga menunjukkan perbedaan jumlah kebutuhan data yang harus tersedia. Semakin panjang jangka waktu peramalannya semakin banyak jumlah data yang dibutuhkan. Pada penelitian ini metode peramalan yang digunakan adalah metode regresi.

Beberapa metode regresi yang digunakan dalam peramalan adalah sebagai berikut [3]:

- a. Regresi Linier
 $\hat{Y} = a + bX$
- b. Kuadratik
 $\hat{Y} = a + bX^2$
- c. Kubik
 $\hat{Y} = a + bX^2 + cX^3$
- d. Eksponensial
 $\hat{Y} = a(e^{bx})$
- e. Logistik
 $\hat{Y} = \frac{1}{ab^x}$
- f. Grownth
 $\hat{Y} = e^{a+bx}$
- g. Compound
 $\hat{Y} = ab^x$

Pemilihan metode regresi yang tepat dalam meramalkan dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa metode, yaitu [3]:

- a. Nilai Sidik Ragam (*F-Test*)

$$F - test = \frac{\text{Kuadrat Tengah Regresi}}{\text{Kuadrat Tengah Galat}}$$

Metode regresi yang dipilih dari metode ini adalah metode regresi yang menghasilkan nilai *F-Test* bermakna dengan nilai terbesar.

- b. Koefisien determinasi (R^2)

$$R^2 = \frac{\text{Jumlah Kuadrat Regresi}}{\text{Jumlah Kuadrat Total}} \times 100\%$$

Metode regresi yang dipilih dari metode ini adalah metode regresi yang menghasilkan nilai R^2 terbesar (mendekati 100%)

- c. Kuadrat Tengah Galat (*mean Square Error (MSE)*)

$$MSE = \frac{\text{Jumlah Kuadrat Galat}}{\text{Derajat Bebas Galat}}$$

Metode regresi yang dipilih dari metode ini adalah metode regresi yang mempunyai nilai MSE paling kecil.

- d. Persentase Galat (*Percentage Error (PE)*)

$$PE = \frac{\text{Nilai Galat}}{\text{Nilai Pengamatan}} \times 100\%$$

Nilai yang negative akan dimutlakan untuk mencari rata-rata PE. Metode regresi yang dipilih adalah metode regresi yang mempunyai nilai PE terkecil.

Dari ke tujuh metode regresi tersebut pada penelitian ini akan diuji empat metode regresi saja yaitu metode regresi linier, metode regresi kuadratik dan metode regresi kubik, sedangkan empat metode untuk menentukan metode peramalan regresi yang tepat pada penelitian ini akan menggunakan metode Koefisien determinasi (R^2) sebagai metode untuk menentukan metode regresi yang tepat untuk peramalan permintaan minyak solar di Kabupaten Sumbawa. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan bantuan paket program statistic yaitu SPSS untuk meningkatkan akurasi.

3 Metodologi Penelitian

3.1 Data dan Populasi

Adapun data penelitian yang diperlukan guna meramalkan permintaan minyak solar di Kabupaten Sumbawa dan Kabupaten Sumbawa Barat pada tahun 2019 terdiri dari data skunder yaitu data jumlah permintaan minyak solar pada tahun 2018 dalam satuan kilo liter (kl). Data jumlah permintaan minyak solar tersebut diperoleh dari PT. Pertamina TBBM Labuan Badas Kabupaten Sumbawa Provinsi Nusa Tenggara Barat. Data yang diperoleh berupa data permintaan harian selanjutnya data tersebut diolah menjadi data bulanan, Data permintaan minyak solar di Kabupaten Sumbawa tahun 2018 disajikan pada tabel 1.

Tabel 1. Jumlah Permintaan minyak Tahun 2018 di PT. Pertamina TBBM Badas

No.	Bulan	Jumlah Permintaan (kl)
1	Januari	3.520
2	Februari	3.166
3	Maret	4.736
4	April	5.096
5	Mei	5.784
6	Juni	6.188
7	Juli	5.694
8	Agustus	5.608
9	September	5.204
10	Oktober	5.706
11	November	5.397
12	Desember	5.592

Sumber: PT Pertamina TBBM Badas telah dihitung

3.2 Definisi Variabel

1. Variabel Devenden (\hat{Y})

\hat{Y} = jumlah permintaan minyak solar

Jumlah permintaan minyak solar yang dimaksud adalah di Kabupaten Sumbawa dan Sumbawa Barat pada tahun 2018 dengan satuan kilo liter

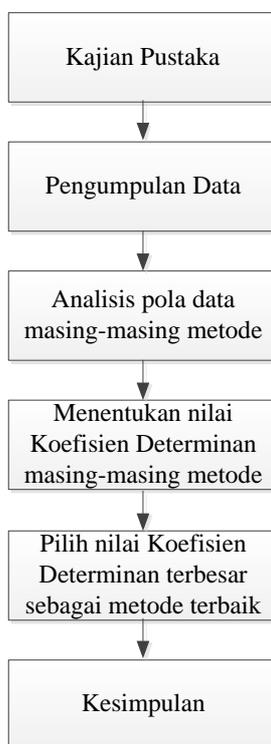
2. Variabel Independen (X)

X = variabel bulan

Periode bulan pada penelitian ini adalah Januari, Februari, Maret, April, Mei, Juni, Juli, Agustus, September, Oktober, November dan Desember.

3.3 Langkah-langkah Penelitian

Adapun langkah-langkah penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram alir penelitian

4 Hasil dan Pembahasan

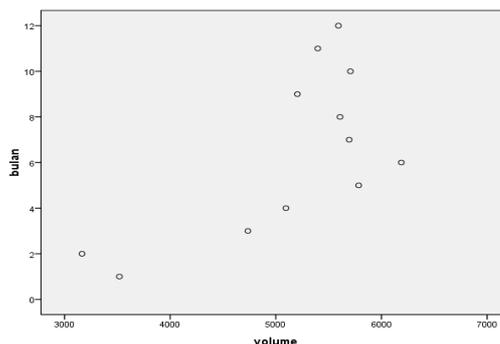
Berdasarkan definisi variabel yang telah ditentukan sebelumnya maka Tabel 1 dapat dirbuah ke tabel 2 sebagai berikut.

Tabel 2. Jumlah Permintaan minyak Tahun 2018 di PT. Pertamina TBBM Badas

Bulan	X	Y
Januari	1	3.520
Februari	2	3.166
Maret	3	4.736
April	4	5.096
Mei	5	5.784
Juni	6	6.188
Juli	7	5.694
Agustus	8	5.608
September	9	5.204
Oktober	10	5.706
November	11	5.397
Desember	12	5.592

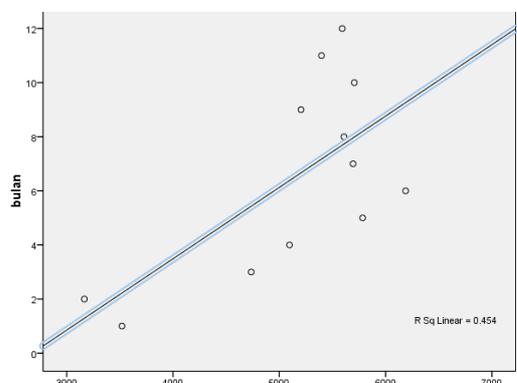
Sumber: PT Pertamina TBBM Badas telah dihitung

Data Tabel 2 yaitu data pada kolom X dan Y di input ke SPSS, selanjutnya digambar model grafik *scatter plot* permintaan minyak solar periode tahun 2018 dengan SPSS yaitu memilih menu *Graphs*→*Legacy Dialogs*→*Scatter*→*Simple Scatterplot* pada menu *Simple Scatterplot* input “jumlah permintaan” sebagai *Y Axis* dan “bulan” sebagai *X Axis* kemudian pilih OK maka outputnya berupa grafik yang disajikan pada Gambar 2. Dari gambar grafik ini dapat memberikan informasi berupa gambaran pola data permintaan minyak solar pada periode tahun 2018.



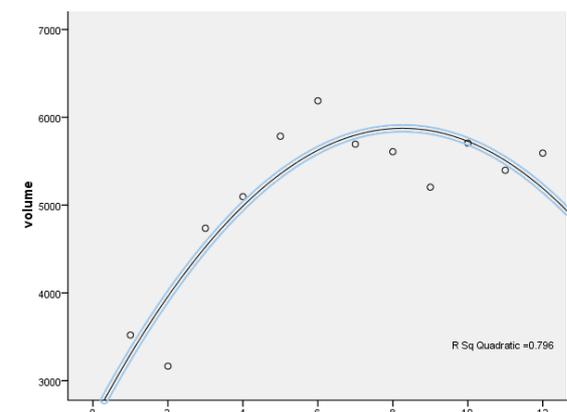
Gambar 2. Grafik Jumlah Permintaan Minyak Solar

Berdasarkan data Tabel 1 dan Gambar 2 jika peramalan didekati dengan menggunakan metode regresi linier maka *double klik* pada gambar grafik kemudian pilih menu  atau *Add Fit Line at Total* kemudian pilih *linear* sehingga model output grafiknya disajikan pada Gambar 3.



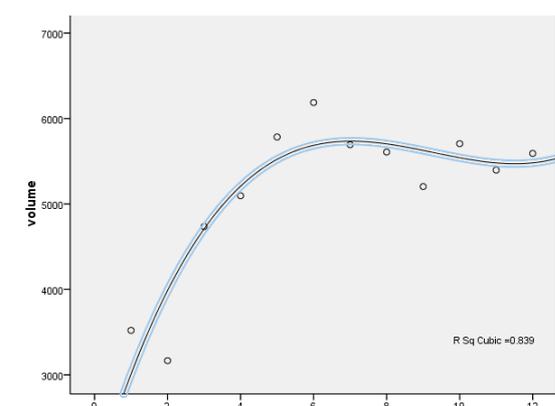
Gambar 3. Grafik Jumlah Permintaan menggunakan Regresi Linier

Berdasarkan data Tabel 1 jika peramalan didekati dengan menggunakan metode regresi kuadratik maka model grafiknya disajikan pada Gambar 5. Adapun langkah-langkah menampilkan grafiknya sama dengan menyajikan grafik linier sebelumnya tetapi klik menu *Quadratic*.



Gambar 4. Grafik Jumlah Permintaan menggunakan Regresi Kuadratik

Berdasarkan data Tabel 1 jika peramalan didekati dengan menggunakan metode regresi kubik maka model grafiknya disajikan pada Gambar 5. Adapun langkah-langkah menampilkan grafiknya sama dengan menyajikan grafik linier sebelumnya tetapi klik menu *Cubic*.



Gambar 5. Grafik Jumlah Permintaan menggunakan Regresi Kubik

Dari Gambar 3 sampai Gambar 5 terlihat pola data lebih cocok menggunakan metode Regresi Kubik. Untuk lebih meyakinkan jawaban tersebut maka selanjutnya akan ditentukan nilai koefisien determinasi (R^2) ketiga metode tersebut. Perhitungan nilai koefisien determinan dilakukan dengan menggunakan SPSS sehingga diperoleh nilai R^2 untuk masing-masing metode disajikan pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Nilai Koefisien Determinan masing-masing metode

Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.454	8.304	1	10	.016	4.023E3	171.955		
Quadratic	.796	17.520	2	9	.001	2.541E3	807.218	-48.866	
Cubic	.839	13.858	3	8	.002	1.738E3	1.428E3	-163.551	5.88 1

Nilai koefisien determinan atau *R Square* mengukur kekuatan hubungan antara nilai variabel dependent sebenarnya dan nilai variabel dependent yang diprediksi model. Dari Tabel 2 nilai *R Square* untuk metode Regresi *linier* sebesar 0,454. Hal ini menjelaskan bahwa presentase sumbangan pengaruh variabel independen yaitu variabel bulan permintaan (*X*) dan jumlah permintaan solar variabel dependen (*Y*) yaitu sebesar 0,454 sedangkan sisanya 0,546 di pengaruhi oleh variabel yang lain yang tidak di masukkan dalam model penelitian. Nilai *R Square* untuk metode *Quadratic* sebesar 0,796. Hal ini menjelaskan bahwa presentase sumbangan pengaruh variabel independen yaitu variabel bulan permintaan (*X*) dan jumlah permintaan solar variabel dependen (*Y*) yaitu sebesar 0,796 sedangkan sisanya 0,204 di pengaruhi oleh variabel yang lain yang tidak di masukkan dalam model penelitian. Sedangkan untuk *R Square* untuk metode *cubic* sebesar 0,839. hal ini menjelaskan bahwa presentase sumbangan pengaruh variabel independen yaitu variabel bulan permintaan (*X*) dan jumlah permintaan solar variabel dependen (*Y*) yaitu sebesar 0,454 sedangkan sisanya 0,161 di pengaruhi oleh variabel yang lain yang tidak di masukkan dalam model penelitian. Karena metode Regresi *Cubic* memiliki nilai paling besar maka metode peramalan yang tepat untuk meramalkan permintaan minyak solar untuk tahun berikutnya.

5 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang diperoleh, bahwa di antara ketiga metode yang digunakan untuk meramalkan jumlah permintaan minyak solar di Kabupaten Sumbawa dipilih metode Regresi *Cubic* sebagai metode peramalan yang paling tepat untuk meramalkan jumlah permintaan minyak solar di Kabupaten Sumbawa.

6 Ucapan Terimakasih

Pada kesempatan ini tim peneliti menyampaikan terima kasih kepada PT Pertamina TBBM Labuan Badas Kabupaten Sumbawa yang telah memberikan ijin untuk melakukan penelitian. Semoga penelitian ini dapat bermanfaat.

7 Daftar Pustaka

- [1] Fiati, Rina, 2009, *Aplikasi Sistem Pendukung Keputusan Peramalan Penjualan Barang*, Staf Pengajar Fakultas Teknik Universitas Muria Kudus.
- [2] Hibatul Khiram. 2017. *Analisis Perencanaan Sistem Distribusi Pada PT. Lafarge Cement Indonesia Aceh Besar*. 2 (1): 118-134.
- [3] Rudi Hartono. 2011. *Model Regresi yang tepat untuk menggambarkan Produksi Total Bakteri Asam Laktat (BAL) Sosis Probiotik Berdasarkan Lama Penyimpanan*. 29 (1): 32-38.
- [4] Sulistyono. 2017. *Peramalan Produksi dengan Metode Regresi Linier Berganda*. Proxima. 1 (2): 82-89.

Peramalan Kebutuhan Air Untuk Penyiapan Lahan Menggunakan Metode Siklis (Studi Kasus Daerah Irigasi Bendungan Batu Bulan Kec.Moyo Hulu)

Koko Hermanto¹, Silvia Firda Utami²

¹*UniversitaasTeknologi Sumbawa, koko.hermanto@uts.ac.id*

²*Universitas Teknologi Sumbawa, silvia.firda.utami@uts.ac.id*

Abstract. *The area of agriculture in the Moyo Hulu sub-district of Sumbawa Regency is 6000 hectares with irrigation water sources from Batu Bulan Dam, which is the largest dam in Sumbawa Regency with an area of 932 hectares. Considering that Sumbawa Regency is one of the regions with a high level of drought, information on irrigation water requirements for land preparation needs to be known because it can optimize the allocation of the use of dam water discharge. And one of the important stages needed in the planning and management of irrigation systems. Based on this, the aim of this study is to forecast water requirements for land preparation in the irrigation area of Batu Bulan Dam by using cyclical methods because the data patterns are cyclical or seasonal. The factors that influence water requirements for preparing agricultural land are topography, hydrology, climatology and soil texture. From these factors, the data is then analysed so that the volume of water preparation needs to be obtained every month so that the results of the analysis can be predicted for the next period.*

Keyword: *Forecasting, Cyclic methods, water requirements for land preparation, irrigation, agriculture.*

Abstrak. Luas area pertanian di kecamatan Moyo Hulu Kabupaten Sumbawa sebesar 6000 hektar dengan sumber air irigasi dari Bendungan Batu Bulan yang merupakan bendungan terbesar di Kabupaten Sumbawa dengan luas 932 hektar. Mengingat Kabupaten Sumbawa salah satu wilayah dengan tingkat kekeringan yang cukup tinggi maka Informasi kebutuhan air irigasi untuk penyiapan lahan perlu diketahui karena dapat mengoptimalkan pengalokasian penggunaan debit air bendungan. Serta salah satu tahap penting yang diperlukan dalam perencanaan dan pengelolaan sistem irigasi. Berdasarkan hal tersebut tujuan dari penelitian ini adalah meramalkan kebutuhan air untuk penyiapan lahan di daerah irigasi Bendungan Batu Bulan dengan menggunakan metode siklis karena pola datanya bersifat siklis atau musiman. Adapun faktor-faktor yang mempengaruhi kebutuhan air untuk penyiapan lahan pertanian adalah topografi, hidrologi, klimatologi dan tekstur tanah. Dari data-data faktor tersebut selanjutnya dianalisa sehingga diperoleh volume kebutuhan air penyiapan lahan setiap bulannya sehingga dari hasil analisa tersebut dapat diramalkan untuk periode berikutnya.

Keyword: *Peramalan, metode Siklis, Kebutuhan air penyiapan lahan, irigasi, pertanian.*

1 Pendahuluan

Dalam memenuhi kebutuhan air khususnya untuk kebutuhan air di persawahan maka perlu didirikan sistem irigasi dan pembangunan bendungan. Salah satu bendungan yang sudah dibangun di Kabupaten Sumbawa, Provinsi Nusa Tenggara Barat (NTB) adalah Bendungan Batu Bulan, bendungan ini mempunyai luas 932 ha terletak di Batu Bulan Kecamatan Moyo Hulu. Bendungan Batu Bulan saat ini tercatat sebagai waduk terbesar dan terpanjang di provinsi NTB, dengan panjang puncak bendungan total 2.750 m. bendungan ini terbentuk dengan membendung lembah sungai sungai Moyo, sunngai Sebasang, ungai Rea dan sungai Lito, yang dapat dimanfaatkan sebagai penyedia air irigasi persawahan, pembangkit tenaga listrik, pengendali banjir, pariwisata, perikanan budidaya dan perikanan tangkap. Bendungan ini mulai dibangun tahun 1999-2002. Bendungan Batu Bulan mampu mengairi lebih dari 5500 Ha sawah di kecamatan Moyo Hilir dan Moyo Utara, selain itu masyarakat di sekitar waduk meliputi desa Mokong, Batu Bulan, Sebasang dan Batu Tering memanfaatkan waduk ini sebagai sumber penghasilan sampingan dengan usaha ikan Nila. Puluhan sampan dan keramba dalam bendungan menjadi atraksi tersendiri bagi wisatawan yang datang, dan tentu saja pengunjung dapat dengan bebas memanfaatkan kesempatan untuk olah raga memancing. Pengelolaan Waduk Batu Bulan dikelola oleh pemerintah pusat.

Mengingat Kabupaten Sumbawa merupakan daerah yang mengalami musim kemarau yang sangat panjang, maka perlu adanya usaha untuk menghemat penggunaan persediaan air yang tersedia salah satunya adalah mengetahui kebutuhan air untuk penyiapan lahan. Karena ketersediaan air adalah faktor yang penting untuk keberlangsungan sistem pertanian. Dengan mengetahui kebutuhan air dapat memberikan gambaran kepada instansi terkait mengenai berapa debit air yang perlu disalurkan dari bendungan untuk kegiatan irigasi. Untuk mengetahui kebutuhan debit air untuk penyiapan lahan perlu dilakukan analisis data. Adapun data yang diperlukan pada penelitian ini berupa data klimatologi Sembilan tahun terakhir, selanjutnya dilakukan peramalan untuk mengetahui kebutuhan air untuk penyiapan lahan pada periode tahun berikutnya. Metode peramalan yang digunakan adalah metode siklis, dimana variabel terikatnya (Y) adalah volume kebutuhan air untuk penyiapan lahan sedangkan bulan merupakan variabel bebasnya (X).

2 Tinjauan Pustaka

Irigasi didefinisikan sebagai pemberian air untuk memenuhi kebutuhan air bagi tanaman. Pekerjaan irigasi meliputi penampungan dan pengambilan air dari sumbernya, mengalirkannya melalui saluran-saluran ke lahan pertanian dan pembuangan kelebihan air ke saluran pembuangan. Tujuan irigasi adalah memberikan tambahan (supplement) air terhadap air hujan dan memberikan air untuk tanaman dalam jumlah yang cukup dan pada saat dibutuhkan. Irigasi pada lahan sawah dimaksudkan untuk menjenuhkan tanah agar diperoleh struktur lumpur yang baik bagi pertumbuhan tanaman padi, memenuhi kebutuhan air tanam, kebutuhan penggenangan, dan mengganti air di saluran.

Kegiatan penyiapan lahan merupakan kegiatan pengolahan tanah yang dilakukan pada awal sekali sebelum kegiatan tananm. Kegiatan ini dilakukan agar tanah sawah menjadi jenuh air sehingga perkolasi yang terjadi akibat lolosnyaair

ke bawah permukaan tanah dapat diminimalkan (Mulya, 2018). Untuk perhitungan kebutuhan air irigasi selama penyiapan lahan, digunakan metode yang dikembangkan oleh Van de Goor dan Zijlsha (1968). Metode tersebut didasarkan pada laju air konstan dalam lt/dt/ha selama periode penyiapan lahan dan menghasilkan rumus sebagai berikut :

$$LP = M \left(\frac{e^k}{e^{k-1}} \right) \quad (1)$$

Dimana:

LP : Kebutuhan air untuk penyiapan lahan (mm/hari)

M : Kebutuhan air untuk mengganti kehilangan air akibat evaporasi dan perlokasi di sawah

yang telah dijenuhkan, dimana $M = Eo + P$ (mm/hari)

P : Perkolasi (mm/hari)

Eo : Evaporasi terbuka = $1,1 \times Eto$ (mm/hari)

$k = M \left(\frac{T}{S} \right)$

e : koefisien

Evaporasi atau disebut juga dengan penguapan adalah peristiwa berubahnya airmenjadi uap dan bergerak dari permukaan tanah dan permukaan air ke udara (Sorodarsono, 1976). Dalam penelitian ini besarnya nilai evaprasasi ditentukan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut.

$$ET_o = c \{ W \cdot Rn + (1 - W) \cdot f(u) \cdot (ea - ed) \} \quad (2)$$

Dimana:

ET_o = Evapotranspirasi acuan (mm/hari)

T = suhu rata-rata ($^{\circ}C$)

RH = kelembaban relative bulanan rata-rata (%)

c = faktor pergantian kondisi cuaca akibat siang dan malam

W = faktor berat yang mempengaruhi penyinaran matahari pada ET_o

(mengacu pada

tabel Penman hubungan antara temperature dengan ketinggian)

$(1 - W)$ = faktor berat sebagai pengaruh angin dan kelembaban pada ET_o

$(ea - ed)$ = perbedaan tekanan uap air jenuh dengan tekanan uap nyata (mbar)

$(ed = ea \times RH)$

Rn = radiasi penyinaran matahari (mm/hari) = $Rns - Rn1$

Rns = Harga netto gelombang pendek = $Rs(1 - \alpha)$

α = keoefisien pemantulan = 0,25

Rs = $\left(0,25 + 0,5 \left(\frac{n}{N} \right) \right) \times Ra$

Ra = Radiasi extra terrensial

$Rn1$ = $2,01 \times 10^9 \cdot T^4 (0,34 - 0,044ed^{0,5}) (0,1 + 0,9 \cdot n/N)$

$f(u)$ = $0,27 \times (1 + u \cdot 0,864)$

Salah satu metode peramalan yang digunakan untuk menentukan debit air untuk penyiapan lahan pada periode selanjutnya metode peramalan siklis. Dimana fungsi peramalan metode siklis dapat dilihat pada persamaan (3).

$$Y = a + b \sin \frac{2\pi X}{n} + c \cos \frac{2\pi X}{n} \quad (3)$$

Dimana variabel X merupakan variabel bebas sedangkan Y merupakan variabel terikat. Untuk mengetahui tingkat akurasi peramalan dapat menggunakan persamaan (4) berikut.

$$Akurasi = \frac{\sum \text{Angka Benar}}{\sum \text{Angka Pengujian}} \times 100\% \quad (4)$$

3 Metodologi Penelitian

3.1 Data

Data yang dibutuhkan untuk meramalkan kebutuhan air irigasi dalam penyiapan lahan adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Meteorologi, Klimatologi dan Geofisika (BMKG) Kabupaten Sumbawa berupa data klimatologi selama 9 tahun terakhir di kecamatan Moyo Hulu Kabupaten Sumbawa. Data-data klimatologi tersebut berupa data suhu, lama penyinaran matahari, kecepatan angin dan kelembaban. Pada Tabel 1 disajikan data tersebut yaitu rata-rata data klimatologi kecamatan Moyo Hulu 2010-2018.

Tabel 1. Rata-rata Data Klimatologi Kecamatan Moyo Hulu 2010-2018.

No.	Jenis Data	Satuan	Bulan											
			Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Juni	Juli	Agu	Sep	Okt	Nov	Des
1	Suhu	$^{\circ}C$	26.44	26.50	26.70	27.01	27.23	26.57	26.08	26.19	26.80	28.28	28.19	27.18
2	Kelembaban Relatif	%	86.97	86.61	85.50	81.92	79.40	75.83	73.96	70.24	70.37	71.51	77.97	84.40
3	Lama Penyinaran	%	58.46	67.89	71.25	83.36	85.94	89.15	88.44	96.10	96.84	93.63	73.11	63.79
4	Kecepatan Angin	m/s	2.30	2.34	2.21	2.06	2.04	2.52	2.82	2.94	2.77	2.70	2.34	2.00

Sumber: Dinas BMKG Kabupaten Sumbawa telah dihitung

3.2 Definisi Variabel

1. Variabel Devenden (Y)
 Y = debit air yang dibutuhkan dalam penyiapan lahan daerah irigasi kecamatan Moyo Hulu dengan dengan satuan mm/hari atau satuan liter/m²/hari
2. Variabel Independen (X)
 X = variabel bulan, yaitu dimulai dari bulan Januari sampai Desember.

3.3 Teknik Analisis Data

Teknik analisis data untuk meramalkan kebutuhan air untuk penyiapan lahan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menentukan rata-rata data klimatologi sembilan tahun terakhir setiap bulannya;
2. Perhitungan nilai evapotranspirasi acuan (ET_o) setiap bulannya dengan menggunakan persamaan (2);
3. Perhitungan volume kebutuhan air dalam penyiapan lahan (LP) dengan menggunakan persamaan (1);
4. Analisis sebaran pola data LP ;
5. Meramalkan volume kebutuhan air penyiapan lahan untuk periode berikutnya dengan menggunakan metode siklis dengan menggunakan persamaan (3);
6. Menentukan nilai *Akurasi* dengan persamaan (4);
7. Menarik kesimpulan;

4 Hasil dan Pembahasan

Berdasarkan data yang pada tabel 1 maka dapat dilakukan perhitungan evaporasi potensial dengan menggunakan persamaan (2). Adapun langkah-langkah perhitungannya pada bulan Januari adalah sebagai berikut:

Lokasi = $8^{\circ}39'03''$ LS dan $117^{\circ}25'47''$ BT

Suhu rata-rata (T) = $26,44^{\circ}\text{C}$

Kelembaban Relatif (RH) = $86,97\%$

Lama penyinaran matahari (n/N) = $58,46\%$

Kecepatan angin (u) = $2,30\text{ m/s}$

Langkah-langkah menentukan nilai evaporasi:

Langkah 1: Mencari nilai Tekanan Uap Jenuh (e_a)

$T=26,44^{\circ}\text{C}$ maka diperoleh nilai $e_a = 34,42$; (*tabel hubungan suhu dengan nilai e_a*)

Langkah 2: Mencari nilai Faktor (W) dan (1-W)

$T=26,44^{\circ}\text{C}$ maka diperoleh nilai $W = 0,759$ dan $(1-W) = 0,241$; (*tabel hubungan suhu dengan nilai W*)

Langkah 3: Mencari nilai Koreksi Terhadap Temperatur ($f(T)$)

$T=26,44^{\circ}\text{C}$ maka diperoleh nilai $f(T) = 15,98$; ; (*tabel hubungan suhu dengan nilai $f(T)$*)

Langkah 4: Mencari nilai Tekanan Uap Nyata (e_d)

$e_d = e_a \times RH = 34,42 \times 86,97\% = 29,93\text{ mbar}$

Langkah 5: mencari nilai fungsi e_d ($f(e_d)$)

$f(e_d) = 0,34 - 0,044(e_d^{0,5})$

$f(e_d) = 0,34 - 0,044(29,93^{0,5})$

$f(e_d) = 0,10$

Langka 6: menentukan nilai Radiasi Eksternal (R_a)

Lokasi berada pada $8^{\circ}39'03''$ LS sehingga diperoleh nilai $R_a = 16,1\text{ mm/hari}$; (*tabel hubungan garis lintang dengan nilai R_a*)

Langkah 7: Menghitung nilai Radiasi Gelombang Pendek (R_s)

$R_s = (0,25 + 0,54 \cdot \frac{n}{N})R_a$

$$R_s = (0,25 + 0,54 \times 58,46\%)16,1$$

$$R_s = 9,11 \text{ mm/hari}$$

Langkah 8: Mencari nilai Netto Gelombang Pendek (Rns)

$$R_{ns} = (1 - a)R_s, a = 0,25$$

$$R_{ns} = (1 - 0,25) 9,11$$

$$R_{ns} = 6,83 \text{ mm/hari}$$

Langkah 9: Mencari nilai fungsi lama penyinaran matahari ($f(n/N)$)

$$f(n/N) = 0,1 + 0,9 \times n/N$$

$$f(n/N) = 0,1 + 0,9 \times 58,46\%$$

$$f(n/N) = 0,63$$

Langkah 10: mencari nilai Fungsi Angin ($f(u)$)

$$f(u) = 0,27\{1 + (u \times 0,864)\}$$

$$f(u) = 0,27\{1 + (2,30 \times 0,864)\}$$

$$f(u) = 0,81$$

Langkah 11: Mencari nilai Radiasi Netto Gelombang Panjang (Rn1)

$$R_{n1} = f(T) \times f(ed) \times f(n/N)$$

$$R_{n1} = 16,02 \times 0,10 \times 0,63$$

$$R_{n1} = 1,00 \text{ mm/hari}$$

Langkah 12: Mencari nilai Radiasi Netto (Rn)

$$R_n = R_{ns} - R_{n1}$$

$$R_n = 6,83 - 1,00$$

$$R_n = 5,83$$

Langkah 13: Menghitung nilai Evapotranspirasi Potensial (Eto)

Dengan faktor koreksi (c) = 1,10; (*Tabel angka koreksi Penman*)

$$E_{to} = c \{W \cdot R_n + (1 - W) \cdot f(u) \cdot (e_a - e_d)\}$$

$$E_{to} = 1,10 \{0,76 \times 5,83 + 0,24 \times 0,81 \times (34,42 - 29,93)\}$$

$$E_{to} = 5,83 \text{ mm/hari}$$

Dengan cara yang sama seperti perhitungan di atas maka diperoleh perhitungan evapotranspirasi selama satu tahun yang disajikan pada tabel 2 berikut.

Tabel 2. Perhitungan Evapotranspirasi Bulanan dengan Metode Penman Modifikasi Rerata Tahun 2010-2018

No	Uraian	Satuan	Ket.	Bulan											
				Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun	Jul	Ags	Sep	Okt	Nov	Des
1	Temperatur Udara (T)	C	Data	26.44	26.50	26.7	27.01	27.23	26.57	26.08	26.19	26.80	28.28	28.19	27.18
2	Ea	Mbar	Tabel	34.42	34.42	35.25	35.25	36.09	32.83	33.62	34.02	35.25	38.25	38.25	36.09
3	W		Tabel	0.76	0.76	0.76	0.77	0.77	0.76	0.76	0.76	0.76	0.78	0.78	0.77
4	1-W		Hitungan	0.24	0.24	0.24	0.23	0.23	0.24	0.24	0.24	0.24	0.22	0.22	0.23
5	f(T)		Tabel	16.02	15.98	16.02	16.3	16.26	16.1	16.02	15.98	16.26	16.5	16.42	16.26
6	Kelembaban Relatif (RH)	%	Data	86.97	86.61	85.50	81.92	79.40	75.83	73.96	70.24	70.37	71.51	77.97	84.40
7	ed = ea x RH		Hitungan	29.93	29.81	30.14	28.88	28.66	24.90	24.86	23.90	24.80	27.35	29.82	30.46
8	f(ed) = 0,34 - 0,044 (ed ^{0,5})		Hitungan	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.12	0.12	0.12	0.12	0.11	0.10	0.10
9	Letak Lintang Daerah	LS	Data	8.39	8.39	8.39	8.39	8.39	8.39	8.39	8.39	8.39	8.39	8.39	8.39
10	Ra	mm/hari	Tabel	16.1	16.1	15.5	14.4	13.1	12.4	12.7	13.7	14.9	15.8	16	16

11	Radiasi Matahari (n/N)	%	Data	58.46	67.89	83.36	83.36	85.94	89.15	88.44	96.10	96.84	93.63	73.11	63.79
12	$R_s = (0,25 + 0,54 * n/N)$ Ra		Hitungan	9.11	9.93	10.85	10.08	9.35	9.07	9.24	10.53	11.52	11.94	10.32	9.51
13	$R_{ns} = (1-a)R_s, a=0,25$		Hitungan	6.83	7.45	8.14	7.56	7.02	6.80	6.93	7.90	8.64	8.95	7.74	7.13
14	$f(n/N) = 0,1 + 0,9 n/N$		Hitungan	0.63	0.71	0.85	0.85	0.87	0.90	0.90	0.96	0.97	0.94	0.76	0.67
15	Kecepatan Angin (u)	m/s	Data	2.30	2.34	2.21	2.06	2.04	2.52	2.82	2.94	2.77	2.70	2.34	2.00
16	$f(u) = 0,27 \{1+(u \times 0,864)\}$		Hitungan	0.81	0.82	0.79	0.75	0.75	0.86	0.93	0.96	0.92	0.90	0.82	0.74
17	$R_{n1} = f(T) \times f(ed) \times f(n/N)$		Hitungan	1.00	1.13	1.34	1.44	1.48	1.75	1.73	1.93	1.91	1.71	1.24	1.06
18	$R_n = R_{ns} - R_{n1}$	mm/hari	Hitungan	5.83	6.31	6.80	6.13	5.53	5.05	5.20	5.97	6.73	7.24	6.50	6.07
19	Angka Koreksi (c)		Tabel	1.1	1.1	1	1	0.95	0.95	1	1	1.1	1.1	1.15	1.15
20	Eto	mm/hari	Hitungan	5.83	6.27	6.13	5.82	5.26	5.20	5.90	6.87	8.15	8.59	7.57	6.47

Sumber: Hasil perhitungan

Untuk mengetahui kebutuhan air selama penyiapan lahan digunakan persamaan (1). Contoh perhitungan penyiapan lahan pada bulan Januari adalah sebagai berikut.

$$E_o = E_{to} \times 1,10 = 5,83 \times 1,10 = 6,42$$

$$P = 2 \text{ mm/hari}$$

$$M = E_o + P = 8,42 \text{ mm/hari}$$

$$T = 31 \text{ hari}$$

$$S = \text{Kebutuhan air untuk penjemuran dengan } 50 \text{ mm. jadi } 250+50 = 300 \text{ mm}$$

$$k = \frac{7,86 \text{ mm/hari} \times 31 \text{ hari}}{300 \text{ mm}} = 0,87$$

$$LP = \frac{M \cdot e^k}{(e^k - 1)} = \frac{7,86 \times 2,7192^{0,76}}{(2,7192^{0,76} - 1)} = 14,49 \text{ mm/hari}$$

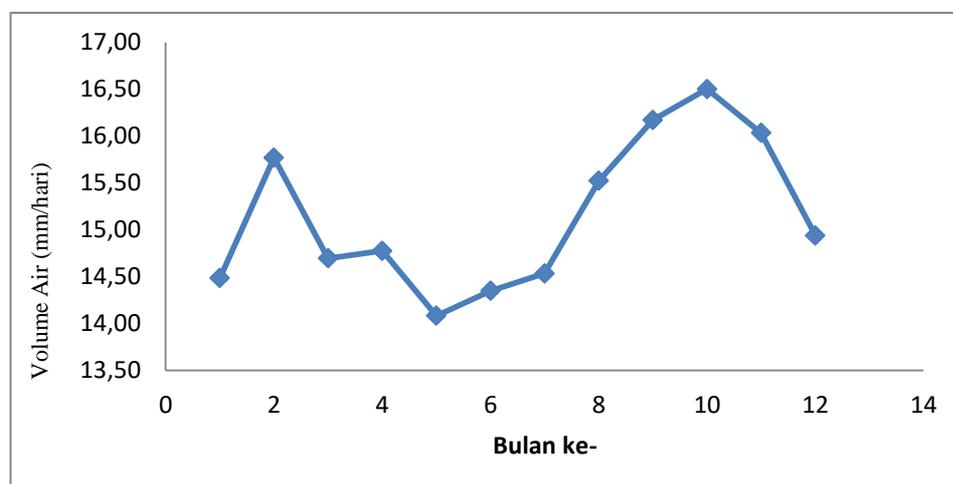
Sehingga dari perhitungan di atas diperoleh kebutuhan air pada bulan Januari adalah 14,14 liter air per meter² per harinya. Sedangkan untuk perhitungan bulan yang lain juga menggunakan langkah-langkah di atas, adapun hasil perhitungannya disajikan pada tabel 3.

Tabel 3. Perhitungan Kebutuhan Air untuk Penyiapan Lahan

No	Uraian	Satuan	Bulan											
			Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun	Jul	Ags	Sep	Okt	Nov	Des
1	<i>Eto</i>	mm/hr	5.83	6.27	6.13	5.82	5.26	5.20	5.90	6.87	8.15	8.59	7.57	6.47
2	$E_o = E_{to} \times 1,10$	mm/hr	6.42	6.90	6.74	6.40	5.79	5.72	6.49	7.55	8.96	9.45	8.33	7.12
3	<i>P</i>	mm/hr	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	$M = E_o + P$	mm/hr	8.42	8.90	8.74	8.40	7.79	7.72	8.49	9.55	10.96	11.45	10.33	9.12
5	<i>T</i>	Hr	31	28	31	30	31	30	31	30	31	31	30	31
6	<i>S</i>	Mm	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
7	$k = MT/S$		0.87	0.83	0.90	0.84	0.80	0.77	0.88	0.96	1.13	1.18	1.03	0.94
8	$LP = (Me^k)/(e^k - 1)$	mm/hr	14.49	15.77	14.70	14.78	14.08	14.35	14.53	15.52	16.17	16.50	16.03	14.94

Sumber: Hasil perhitungan

Peramalan debit air yang dibutuhkan untuk penyiapan lahan pada periode berikutnya dapat menggunakan informasi data pada Tabel 3, yaitu LP sebagai variabel terikat (Y) dan bulan (X) sebagai variabel bebasnya. Sehingga dengan menggunakan SPSS sebaran pola datanya dapat didekati dengan persamaan kubik dimodelkan seperti Gambar 1.



Gambar 1. Grafik Kebutuhan Air untuk Penyiapan lahan tahun 2019

Selanjutnya berdasarkan informasi data pada tabel 3 dan model sebaran data berdasarkan gambar 1 maka dapat ditentukan model peramalan dengan metode siklis dengan melakukan rekapitulasi perhitungan parameter peramalan yang disajikan pada tabel 4.

Tabel 4.Perhitungan Metode Siklis

X	Y	$\sin\left(\frac{2\pi X}{n}\right)$	$\cos\left(\frac{2\pi X}{n}\right)$	Y * $\sin\left(\frac{2\pi X}{n}\right)$	Y * $\cos\left(\frac{2\pi X}{n}\right)$
1	14.49	0.500	0.87	7.24	12.55
2	15.77	0.866	0.50	13.65	7.89
3	14.70	1.000	0.00	14.70	0.01
4	14.78	0.867	-0.50	12.80	-7.37
5	14.08	0.501	-0.87	7.06	-12.19
6	14.35	0.002	-1.00	0.02	-14.35
7	14.53	-0.498	-0.87	-7.24	-12.60
8	15.52	-0.865	-0.50	-13.43	-7.79
9	16.17	-1.000	0.00	-16.17	-0.04
10	16.50	-0.867	0.50	-14.31	8.21
11	16.03	-0.503	0.86	-8.06	13.86
12	14.94	-0.003	1.00	-0.05	14.94
Jumlah	181.86	-0.002	-0.006	-3.785	3.123

Sumber: Hasil perhitungan

Sehingga diperoleh fungsi peramalan sebagai berikut.

$$Y = 15,155 - 0,631 \sin \frac{2\pi X}{n} + 0,521 \cos \frac{2\pi X}{n} \quad (5)$$

Dari model peramalan peramalan yang diperoleh pada persamaan (5) tersebut dapat disusun peramalan debit kebutuhan air irigasi penyiapan lahan pada periode berikutnya, yaitu disajikan pada tabel 4.

Tabel 4. Peramalan kebutuhan air untuk penyiapan lahan tahun 2020

Bulan (X)	Kebutuhan Air Penyiapan Lahan (Y)
Januari	15.294
Februari	14.872
Maret	14.527
April	14.349
Mei	14.388
Juni	14.631
Juli	15.016
Agustus	15.437
September	15.784
Oktober	15.962
November	15.924
Desember	15.681

Sumber: Hasil perhitungan

Dengan menggunakan persamaan (4) maka dapat diketahui tingkat akurasi nilai peramalan yang telah diperoleh dengan metode siklis, yaitu diperoleh tingkat akurasi sebesar 99%.

5 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan maka diperoleh:

1. Informasi kebutuhan air untuk penyiapan lahan pertanian di daerah irigasi bendungan Batu Bulan kecamatan Moyo Hulu pada tahun 2019. Dimana kebutuhan debit air maksimum pada bulan Oktober yaitu sebesar 16.50 mm/hari atau 16.50 liter/m² per harinya, Sedangkan kebutuhan air minimum pada bulan Mei 14,08 mm/hari atau liter/m² per harinya.
2. Sedangkan hasil peramalan kebutuhan air untuk penyiapan lahan pertanian tahun 2020 dengan menggunakan metode siklis dengan tingkat akurasi 99% diperoleh kebutuhan debit air maksimum pada bulan Oktober yaitu sebesar 15.962 mm/hari atau 15.962 liter/m² per harinya, Sedangkan kebutuhan air minimum pada bulan Mei 14.388 mm/hari atau liter/m² per harinya.
3. Tingkat kebutuhan air untuk penyiapan lahan pada bulan Oktober sangat tinggi karena pada bulan tersebut merupakan puncak musim kemarau.

6 Ucapan Terimakasih

Tim peneliti mengucapkan terima kasih kepada Ditlitabmas Dirjen Dikti Kementerian dan Kebudayaan yang telah mendanai penelitian ini, serta menyampaikan terimakasih kepada Dinas BMKG kabupaten Sumbawa yang telah memberikan informasi data klimatologi. Semoga penelitian ini dapat bermanfaat.

7 Daftar Pustaka

- [1] Priyonugroho, A. 2014. *Analisis Kebutuhan Air Irigasi (Studi Kasus Pada Daerah Irigasi Sungai Air Keban Kabupaten Empat Lawang*. Jurnal Teknik Sipil dan Lingkungan. 02 (03): 457-470.
- [2] Rokhma, N. 2018. *Penyiapan Pangan dengan Irigasi Hemat Air*. Kanisus: Yogyakarta.
- [3] Rozi, F. 2016. *Metode Siklis dan Adaptive Neuro Fuzzy Inference System untuk Peramalan Cuaca*. Jurnal Ilmiah Pendidikan Informatika. 01 (01): 7-13.
- [4] Sayuti. 2014. *Aplikasi Perhitungan Metode Peramalan Produksi Pada CV. X*. Teknovasi. 01 (02): 35-43

Analisis Keterkontrolan Model Penyebaran Virus Polio Tipe Vaccine-Derived Polio Virus (VDPV) dan Wild Polio Virus (WPV)

Sari Cahyaningtias^{1*}, Rani Kurnia Putri²

^{1,2} Universitas PGRI Adi Buana Surabaya, sari@unipasby.ac.id

Abstract, Administering vaccines is important as an effort to eradicate polio which is spread by polio virus through physical contact from person to person and exacerbated by an unhealthy sanitation environment. Giving this vaccine does not mean without side effects, administering an oral vaccine (OPV) without proper calculation causes the person given the vaccine to be contract the virus, the truth is, vaccine contains a weakened virus. Therefore, control in administering vaccines is important to do. The polio virus is transmitted to people with weak immune systems and poor sanitation environment, called WPV (Wild Polio Virus). Another impact that is feared from giving OPV is the occurrence of Vaccine Derived Polio Virus (VDPV), a condition in which the polio virus mutates to become malignant and gives rise to a new type of polio virus. In this study, the mathematical model of the polio virus distribution was formed into a system of non-linear dynamic equations which then carried out a control analysis of the dynamic system of distribution polio by establishing the vaccination rate as the control of the system. The results of the control analysis show that the system can be controlled with the control variables given, namely (1) the level of vaccination of vulnerable children; (2) vaccination rates of vulnerable children without vaccines.

Keywords: *equilibrium point, control, vaccination level, polio type VDPV and WPV*

Abstrak, Pemberian vaksin penting dilakukan sebagai upaya pemberantasan penyakit polio yang disebarkan oleh virus polio melalui kontak fisik dari orang ke orang dan diperparah dengan lingkungan sanitasi yang tidak sehat. Pemberian vaksin ini bukan berarti tanpa efek samping, pemberian dosis vaksin oral (OPV) tanpa perhitungan yang tepat menyebabkan orang yang diberi vaksin dapat terjangkit virus tersebut, karena sejatinya, vaksin berisikan virus yang telah dilemahkan. Oleh sebab itu, kontrol dalam pemberian vaksin, penting untuk dilakukan. Virus polio yang menular ke orang dengan daya tahan tubuh lemah dan lingkungan sanitasi yang buruk, disebut dengan WPV (Wild Polio Virus). Dampak lain yang dikhawatirkan dari pemberian OPV adalah terjadinya Vaccine Derived Polio Virus (VDPV) yaitu suatu keadaan dimana virus polio bermutasi menjadi ganas dan menimbulkan virus polio tipe baru. Pada penelitian ini, model matematika dari persebaran virus polio ini dibentuk kedalam system persamaan dinamik tak linier yang kemudian dilakukan analisis keterkontrolan dari sistem dinamik persebaran polio tersebut dengan menetapkan tingkat vaksinasi sebagai control dari sistem. Hasil analisis keterkontrolan menunjukkan bahwa system dapat dikontrol dengan variabel kendali yang diberikan, yaitu (1) tingkat vaksinasi anak-anak rentan; (2) tingkat vaksinasi anak-anak rentan tanpa vaksin.

Keywords: *titik kesetimbangan, keterkontrolan, tingkat vaksinasi, polio tipe VDPV dan WPV*

1. Pendahuluan

Polio merupakan penyakit menular yang menyerang otak, melumpuhkan sistem syaraf dan berpotensi menyebabkan kematian. Penyebaran virus polio terjadi melalui kontak fisik orang ke orang yang diperburuk dengan lingkungan yang memiliki sanitasi yang buruk. Sampai saat ini penyakit polio belum ditemukan obatnya, akan tetapi ada vaksin yang aman dan efektif. Oleh sebab itu strategi pemberantasan polio didasarkan pada pencegahan infeksi dengan memberikan imunisasi untuk setiap batita (Balita dibawah tiga tahun) secara bertahap untuk menghentikan penularan. Terdapat dua tipe vaksin yang diberikan, yaitu OPV (*Oral Polio Vaksin*) atau vaksin yang diberikan melalui tetes mulut dan IPV (*Injection Polio Vaksin*) atau vaksin yang diberikan melalui suntikan. Sampai saat ini, di beberapa daerah di Indonesia, pencegahan penyakit polio dilakukan dengan melaksanakan imunisasi polio menggunakan *Oral Vaksin Polio* (OPV) yang berisi poliovirus yang sudah dilemahkan. Selain sebagai tindakan pencegahan tertular virus polio dari penderita yang tanpa gejala, OPV juga berguna untuk membersihkan virus polio liar yang ada didalam usus secara serempak. Kewaspadaan terhadap penyebaran polio ini harus tetap dijaga, karena orang yang sudah terjangkit, namun tidak terlihat gejala penyakitnya dapat menularkan virus ke orang yang sehat.

Berdasarkan pada permasalahan diatas, pemberian vaksin sangat penting untuk dilakukan, namun bukan berarti hal tersebut tidak memiliki efek samping. Sehingga kontrol pada pemberian vaksin polio perlu diperhatikan dengan jelas, karena pemberian OPV pada batita yang memiliki daya tahan tubuh lemah justru dapat terinfeksi oleh virus yang telah dilemahkan tersebut, karena pada prinsipnya virus tersebut hanya dilemahkan dan tidak dimatikan, maka virus dapat keluar melalui feses. Sehingga ada kemungkinan virus tersebut menular ke orang lain yang juga memiliki daya tahan tubuh lemah dan lingkungan sanitasi yang buruk, hal ini disebut juga dengan WPV (*Wild Polio Virus*). Dampak lain yang dikhawatirkan dari pemberian OPV adalah terjadinya *Vaccine Derived Polio Virus* (VDPV) yaitu suatu keadaan dimana virus polio bermutasi menjadi ganas dan menimbulkan virus polio tipe baru.

Pada penelitian kali ini, akan dilakukan kontrol terhadap terjadinya transmisi virus polio akibat dari pemberian vaksin melalui oral (OPV) yaitu terjadinya WPV dan VDPV, dengan cara melakukan analisis stabilitas transmisi virus polio akibat dari pemberian OPV. Selanjutnya dilakukan pengendalian penyebaran virus melalui pemberian vaksin secara bertahap untuk setiap klasifikasi umur menggunakan pontryagin's minimum principle Dan hasil perhitungan akan disimulasikan menggunakan software Matlab 2012.

2. Metode Penelitian

Pembentukan model matematika dari transmisi virus polio membentuk sistem dinamik tak linear. Dasar dari pembentukan model ini adalah mengklasifikasikan total populasi individu menjadi beberapa kelompok utama. Total populasi anak-anak pada saat ke t dinotasikan sebagai $N(t)$. Populasi ini terbagi menjadi beberapa kategori, yaitu: $S(t)$ adalah anak-anak rentan tanpa vaksin; $V(t)$ adalah anak-anak rentan penyakit yang menerima vaksin OVP; $S_m(t)$ anak-anak rentan penyakit tanpa vaksin (tidak menerima vaksin) OVP; $E_w(t)$ anak-anak yang

terpapar virus WPV; $E_v(t)$ anak-anak yang terpapar virus VDPV; $I_w(t)$ anak-anak yang terinfeksi virus WPV; $I_v(t)$ anak-anak yang terinfeksi virus VDPV; R adalah anak-anak yang telah sembuh; $L_w(t)$ anak-anak yang mengalami kelumpuhan akibat virus WPV; $L_v(t)$ anak-anak yang mengalami kelumpuhan akibat virus VDPV; secara matematis dapat ditulis sebagai

$$N(t) = S + V + S_m + E_w + E_v + I_w + I_v + R + L_w + L_v$$

Model matematika dari persebaran virus polio tipe WPV dan VDPV pada anak-anak dapat diformulasikan sebagai berikut (Okuonghae dkk, 2015)

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= (1-f)\Lambda - \beta_w S \frac{I_w}{N} - \beta_v S \frac{I_v}{N} - \alpha S - \mu S \\ \frac{dV}{dt} &= f\Lambda + r\alpha S + \phi S_m - \rho V - \mu V \\ \frac{dS_m}{dt} &= (1-r)\alpha S - \phi S_m - \xi_v \beta_v S_m \frac{I_v}{N} - \xi_w \beta_w S_m \frac{I_w}{N} - \mu S_m \\ \frac{dE_w}{dt} &= S \left(\beta_w \frac{I_w}{N} + q\beta_v \frac{I_v}{N} \right) - S_m \left(\xi_w \beta_w \frac{I_w}{N} - q\xi_v \beta_v \frac{I_v}{N} \right) - \sigma_w E_w - \mu E_w \\ \frac{dE_v}{dt} &= (1-q)S\beta_v \frac{I_v}{N} - (1-q)S_m \xi_v \beta_v \frac{I_v}{N} - \sigma_v E_v - \mu E_v \\ \frac{dI_w}{dt} &= \sigma_w E_w - \psi_w I_w - \kappa_w I_w - \mu I_w - \delta_w I_w \\ \frac{dI_v}{dt} &= \sigma_v E_v - \psi_v I_v - \kappa_v I_v - \mu I_v - \delta_v I_v \\ \frac{dR}{dt} &= \rho V - \psi_w I_w - \psi_v I_v - \mu R \\ \frac{dL_w}{dt} &= \kappa_w I_w - \mu L_w \\ \frac{dL_v}{dt} &= \kappa_v I_v - \mu L_v \end{aligned}$$

Tabel 1. Deskripsi Variabel dan Parameter Model

Variabel	Interpretasi
S	Populasi anak-anak rentan virus tanpa vaksinasi
V	Populasi anak-anak rentan polio dengan tervaksin
S_m	Populasi anak-anak rentan yang tidak diberi OPV vaksin
$E_w (E_v)$	Populasi anak-anak yang terinfeksi virus tipe WPV (VDPV)
$I_w (I_v)$	Populasi anak-anak terinfeksi
R	Populasi anak-anak sembuh dari virus polio
$L_w (L_v)$	Populasi anak-anak lumpuh karena infeksi WPV (VDPV)
$\alpha(t)$	Tingkat vaksinasi dari orang tua anak rentan
$\phi(t)$	Tingkat vaksinasi untuk anak-anak rentan tidak divaksin
$\rho(t)$	Tingkat pulih setelah divaksin
Parameter	Interpretasi

μ	Tingkat kematian alami
Λ	Tingkat penularan
f	Perbandingan bayi baru lahir yang rentan terhadap OPV
β_w, β_v	Tingkat penularan
	Tingkat pertumbuhan dari $E_w(E_v)$ ke $I_w(I_v)$
$\sigma_w(\sigma_v)$	Tingkat kesembuhan dari infeksi WPV (VDPV)
$\psi_w(\psi_v)$	Tingkat kematian akibat infeksi WPV (VDPV)
$\delta_w(\delta_v)$	Tingkat kelumpuhan karena infeksi WPV (VDPV)
$\kappa_w(\kappa_v)$	Parameter modifikasi
$\xi_w(\xi_v)$	Perbandingan dari

Tabel 2. Nilai Koefisien dan Parameter

Parameter	Nominal values	Dimension
μ	0.00001119	day^{-1}
Λ	441	day^{-1}
f	0.56 [0,1]	
β_w, β_v	[5,60]	
α	$1/(2 \times 360)[1/360, 1/(5 \times 360)]$	day^{-1}
ϕ	$(1/360)[1/360.1/(3/360), 1/(3 \times 360)]$	day^{-1}
ρ	(1/7)	day^{-1}
r	0.6 [0,1]	
σ_w, σ_v	(1/7)	day^{-1}
ψ_w, ψ_v	[1/16, 1/35]	day^{-1}
δ_w, δ_v	0,00003/360	day^{-1}
κ_w, κ_v	1/200	
ξ_w, ξ_v	1.5	
q	0.00001	

Matriks keterkontrolan diberikan sebagai berikut

$$M_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B \quad A^4B \quad A^5B \quad A^6B \quad A^7B \quad A^8B \quad A^9B]$$

-0.25	0	0.00035	0	-0.0000	0	0.0000	0	-0.0000	0	0.0000	0	-0.0000	0	0.0000	0	-0.0000	-0.0000	0.0000	0
0.15	0.25	-0.0213	-0.0364	0.0030	0.0052	-0.0004	-0.0007	0.00006	0.0001	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
0.1	-0.25	-0.0004	0.0006	0.000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.00000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.0214	0.0357	-0.0030	-0.0052	0.0004	0.0007	-0.00006	-0.0001	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3. Hasil dan Pembahasan

Suatu sistem dikatakan terkontrol bila sebarang keadaan awal $x(0)$ dan sebarang keadaan akhir $x(t_1)$ akan selalu ada pengontrol $u(t)$ yang mentransfer keadaan awal $x(0)$ ke keadaan akhir $x(t_1)$ dalam waktu yang berhingga t_1 . Sebarang keadaan awal dan sebarang keadaan akhir ini terdiri dari n komponen

dan jika semua komponen dari keadaan awal ini bisa dikontrol ke n komponen yang sesuai keadaan akhir, maka system bisa dikontrol.

Keberadaan dari pengontrol $u(t)$ yang tak dibatasi tidak memiliki syarat kecuali hanya untuk mentransfer sebarang keadaan awal yang diberikan ke sebarang keadaan akhir yang diinginkan dalam waktu berhingga. Dengan kata lain suatu sistem dikatakan terkontrol ketika jumlah rank dari matriks keterkontrolannya sama dengan jumlah keadaan sistem tersebut.

Sebelumnya dilakukan uji keterkontrolan dengan menghitung jumlah rank pada sistem. Suatu sistem dikatakan terkontrol jika jumlah rank dari sistem sama dengan jumlah keadaan yang ada.

Matriks pada persamaan (1) merupakan matriks keterkontrolan dari sistem dinamik (2.1), suatu sistem dikatakan terkontrol ketika jumlah rank dari matriks keterkontrolannya sama dengan jumlah keadaan sistem tersebut (subiono, 2013). Dapat diketahui bahwa rank $(Mc)=10$ dengan jumlah keadaan adalah sepuluh.

Hal ini menunjukkan bahwa sistem dinamik dari dua tipe vaksinasi polio ini dapat dikontrol dengan variabel kendali yang diberikan yaitu (1) tingkat vaksinasi anak-anak rentan; (2) tingkat vaksinasi anak-anak rentan tanpa vaksin. Selanjutnya akan dilakukan pengendalian sistem tersebut dengan menerapkan pontryagin minimum principle (PMP) untuk mengetahui tingkat vaksinasi yang tepat pada populasi anak-anak sehingga dapat mengurangi tingkat terdampak dari kedua virus tersebut.

4. Kesimpulan

Hal ini menunjukkan bahwa sistem dinamik dari dua tipe vaksinasi polio ini dapat dikontrol dengan variabel kendali yang diberikan yaitu (1) tingkat vaksinasi anak-anak rentan; (2) tingkat vaksinasi anak-anak rentan tanpa vaksin. Selanjutnya akan dilakukan pengendalian sistem tersebut dengan menerapkan pontryagin minimum principle (PMP) untuk mengetahui tingkat vaksinasi yang tepat pada populasi anak-anak sehingga dapat mengurangi tingkat terdampak dari kedua virus tersebut.

5. Daftar Pustaka

- [1] Brewster, J.F. dkk. 2006. Sensitivity and Uncertainty Analysis for SARS Model with Time Varying Inputs and Outputs, *Mathematical Biosciences and Engineering*, 3:3.
- [2] Jennings, L.S., Fisher, M.E., Teo, K.L. dan Goh, C.J. 2002. *Miser3 Optimal Control Software*. Australia: The University of Western Australia.
- [3] Naidu, D. S. 2002. *Optimal Control Systems*. USA: CRC Presses LLC.
- [4] Okuonghae, D. dkk. "Dynamics of a two-strain vaccination model for polio". *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 25 (2015) 167-189.
- [5] Subchan, S. dan Zbikowski, R. 2009. *Computational Optimal Control : Tools and Practice*. UK: John Wiley & Sons Ltd.
- [6] Subiono, 2013, *Sistem Linier dan Kontrol Optimal*, Diktat Kuliah Jurusan Matematika ITS, Surabaya.

- [7] Wiggins, S. 1990. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical System and Chaos*. New York: Springer-Verlag.

Analisis Lanjut Metode Beda Hingga Eksplisit Untuk Menentukan Harga Opsi

Wahyudi¹

¹Universitas Muhammadiyah Ponorogo, wahyudi@umpo.ac.id

Abstract. Explicit finite difference method is used to approximate a partial differential equation that is applied to determine the option pricing. The results of this study note that the calculation of option pricing using explicit finite difference method is negative when partition $N \geq 25$ with a value of -2.21. Thus, the results of the calculation of option pricing are not convergent and away from the results of analyzing the option pricing (Black-Scholes) solution. This is because one of the three probabilities $b_j = 1 - \sigma^2 j^2 \Delta t$ is negative, namely (-0.12) when $j \geq 12$ with $S \geq 16.25$ (in units). So this explicit finite difference method cannot be used to determine the option pricing.

Keywords: *Option Pricing, Explicit Finite Difference Method*

Abstrak. Metode beda hingga eksplisit digunakan untuk mengaproksimasi suatu persamaan diferensial pasial yang aplikasikan untuk menentukan harga opsi. Hasil penelitian ini diketahui bahwa perhitungan harga opsi dengan menggunakan metode beda hingga eksplisit bernilai negatif pada saat partisi $N \geq 25$ dengan nilai -2,21. Dengan demikian, hasil perhitungan harga opsi tidak konvergen dan menjauhi hasil solusi analitik perhitungan harga opsi (Black-Scholes). Hal ini disebabkan karena salah satu ketiga probabilitas yaitu $b_j = 1 - \sigma^2 j^2 \Delta t$ bernilai negatif yaitu (-0.12) saat $j \geq 12$ dengan $S \geq 16.25$ (dalam satuan). Sehingga metode beda hingga eksplisit ini tidak dapat digunakan untuk menentukan harga opsi.

Kata Kunci: *Harga Opsi, Metode Beda Hingga Eksplisit.*

1 Pendahuluan

Kegunaan opsi dalam perdagangan derivatif (kontrak antar dua pihak) keuangan yaitu melindungi investasi seseorang dengan memperjual belikan opsi (disisi lain jual beli sahamnya). Dengan demikian, perlu adanya ketelitian dalam menentukan nilai opsi tersebut sehingga dapat menyelamatkan investasinya di persaingan harga saham. Menurut Niwiga (2005) kontrak antar dua pihak tersebut adalah pihak memberi hak kepada pihak lain untuk menjual atau membeli aset tertentu pada harga dan periode waktu tertentu. Menurut Hull (2003) terdapat dua kontrak opsi yaitu opsi call dan opsi put. Opsi call adalah opsi dengan memberikan hak kepada pembeli sutau aset tertentu dengan jumlah tertentu pada harga yang telah ditentukan selama periode tertentu, sedangkan opsi put merupakan opsi dengan memberikan hak kepada pihak lain untuk menjual suatu aset tertentu dengan jumlah tertentu pada harga yang telah ditentukan selama periode tertentu. Berdasarkan waktu eksekusi terdapat dua tipe opsi yaitu opsi Eropa dan opsi Asia.

Wiklund (2012) menyatakan bahwa untuk opsi Asia belum ada solusi analitiknya, sehingga untuk mendapatkan solusinya perlu adanya metode pendekatan atau aproksimasi, sedangkan opsi Eropa terdapat solusi analitiknya dari model persamaan Black-Scholes berikut

$$\frac{\partial V}{\partial t} + rS \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = rV \quad (1)$$

dengan V menyatakan harga opsi, t menyatakan waktu berlakunya opsi, r menyatakan tingkat suku bunga, σ menyatakan volatilitas harga saham dan S menyatakan harga saham. Menurut (Causon dan Mingham, 2010) metode beda hingga merupakan metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial parsial.

Misalkan $V(t, S)$ menyatakan nilai opsi dengan peubah t dan S , maka persamaan Black-Scholes dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\frac{\partial V(t, S)}{\partial t} + rS \frac{\partial V(t, S)}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V(t, S)}{\partial S^2} = rV(t, S) \quad (2)$$

Untuk mengaproksimasi turunan-turunan persamaan parsial dengan menggunakan ekspansi deret Taylor (Nugroho, 2009). Bentuk umum deret Taylor adalah sebagai berikut (Hernadi, 2015)

$$V(S) = V(S_0) + \frac{(S - S_0)}{1!} V'(S_0) + \frac{(S - S_0)^2}{2!} V''(S_0) + \dots + \frac{(S - S_0)^n}{n!} V^n(S_0) \quad (3)$$

Misal $(S - S_0) = \Delta S$, maka diperoleh

$$V(x) = V(S_0) + \frac{\Delta S}{1!} V'(S_0) + \frac{\Delta S^2}{2!} V''(S_0) + \dots + \frac{\Delta S^n}{n!} V^n(S_0) \quad (4)$$

Berikut aproksimasi turunan pertama dan turunan kedua dengan ekspansi deret Taylor. Persamaan beda maju

$$\frac{\partial V}{\partial S} \approx \frac{V(t, S+1) - V(t, S)}{\Delta S} \quad (5)$$

dan persamaan beda mundur

$$\frac{\partial V}{\partial S} \approx \frac{V(t, S) - V(t, S - \Delta S)}{\Delta S} \quad (6)$$

Dari hasil pengurangan persamaan beda maju dan persamaan beda mundur diperoleh persamaan beda pusat yaitu

$$\frac{\partial V}{\partial S} \approx \frac{V(t, S + \Delta S) - V(t, S - \Delta S)}{2\Delta S} \quad (7)$$

Untuk aproksimasi turunan kedua dengan menggunakan

$$V''(t, S) \approx \frac{V(t, S + \Delta S) - 2V(t, S) + V(t, S - \Delta S)}{\Delta S^2} \quad (8)$$

Aproksimasi turunan pertama terhadap t , untuk persamaan beda maju yaitu

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx \frac{V(t + \Delta t, S) - V(t, S)}{\Delta t} \quad (9)$$

dengan $V(t, S) = V(i, j)$, maka diperoleh

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx \frac{V(i+1, j) - V(i, j)}{\Delta t} \quad (10)$$

Persamaan beda mundurnya adalah

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx \frac{V(t, S) - V(t + \Delta t, S)}{\Delta t} \quad (11)$$

dengan $V(t, S) = V(i, j)$, maka diperoleh

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx \frac{V(i, j) - V(i+1, j)}{\Delta t} \quad (12)$$

Untuk mendiskritisasi model persamaan Black-Scholes dengan metode beda hingga eksplisit dengan memisalkan $V(t, S) = V(i, j)$, diperoleh

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx \frac{V_{i+1, j} - V_{i, j}}{\Delta t} \quad (13)$$

$$\frac{\partial V}{\partial S} \approx \frac{V_{i+1, j+1} - V_{i+1, j-1}}{2\Delta S} \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \approx \frac{V_{i+1, j+1} - 2V_{i+1, j} + V_{i+1, j-1}}{\Delta S^2} \quad (15)$$

Kemudian persamaan (13), (14), dan (15) disubstitusikan ke persamaan beda dalam persamaan Black-Scholes, maka diperoleh

$$V_{i, j} = \frac{1}{1 + r\Delta t} \left(a_j V_{i+1, j-1} + b_j V_{i+1, j} + c_j V_{i+1, j+1} \right) \quad (16)$$

untuk $i = N-1, \dots, 1, 0$ dan $j = 1, 2, \dots, M-1$ dengan

$$a_j = \frac{\sigma^2 j^2 \Delta t}{2} - \frac{r j \Delta t}{2}, \quad b_j = 1 - \sigma^2 j^2 \Delta t, \quad \text{dan} \quad c_j = \frac{\sigma^2 j^2 \Delta t}{2} + \frac{r j \Delta t}{2} \quad (17)$$

Menurut Hull (2003) persamaan (1) merupakan persamaan diferensial parsial yang diaplikasikan untuk perubahan harga saham. Dengan demikian, sebelum menentukan harga saham, terlebih dahulu menentukan harga opsi untuk menyelamatkan investasi yang sudah dilakukan. Dalam penelitian Wahyudi (2014), sebelum metode beda hingga digunakan untuk menentukan harga opsi Asia, terlebih dahulu digunakan untuk menentukan harga opsi Eropa. Karena dalam menentukan harga opsi Eropa sudah terdapat solusi analitiknya, sehingga saat menggunakan metode beda hingga untuk menentukan harga opsi Eropa hasilnya sesuai dengan solusi analitiknya, maka metode beda hingga ini dapat digunakan selanjutnya untuk menentukan harga opsi Asia.

Wahyudi (2014) menggunakan tiga metode beda hingga yaitu metode implisit, eksplisit, dan Crank-Nicholson. Namun pada hanya metode beda hingga eksplisit saja yang tidak dapat diaplikasikan untuk menentukan harga opsi. Dengan demikian, ini menjadi alasan peneliti untuk menganalisis lanjut ketidakvalidan metode beda hingga eksplisit untuk menentukan harga opsi.

2 Metode Penelitian

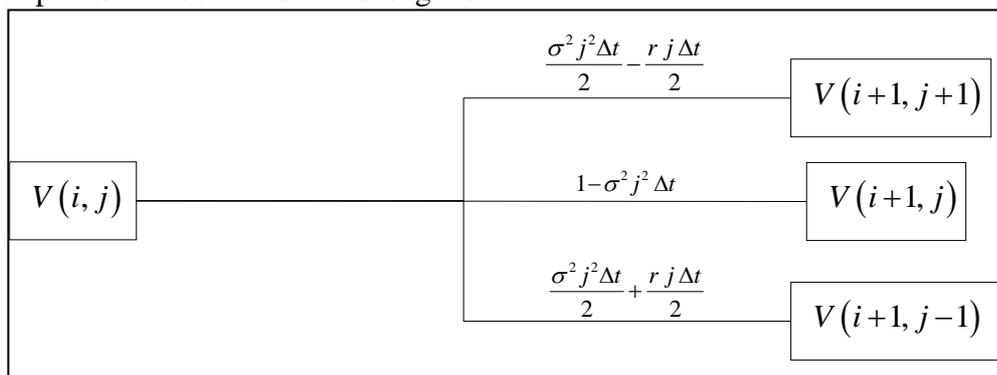
Dalam penelitian ini akan dibahas penyelesaian dari permasalahan tersebut, yaitu dengan metode literatur dari berbagai sumber literatur-literatur yang mendukung, guna mengetahui perkembangan dan perbaikan metode perhitungan harga opsi dengan menggunakan metode beda hingga eksplisit.

3 Pembahasan

Metode beda hingga eksplisit yang digunakan untuk menentukan harga opsi ini konsepnya sama seperti metode trinomial. Sebagaimana Hull (2003) menyatakan bahwa metode beda eksplisit ini ekuivalen dengan metode trinomial yaitu memiliki tiga kemungkinan (probabilitas) masing-masing pada persamaan (17) yang mana nilai a_j, b_j, c_j adalah koefisien dari matriks penentu harga opsi dengan metode beda hingga eksplisit. Probabilitas yang dimaksud di atas adalah

- $a_j = \frac{\sigma^2 j^2 \Delta t}{2} - \frac{r j \Delta t}{2}$: probabilitas harga opsi dari $j\Delta S$ ke $(j-1)\Delta S$ dengan partisi waktu Δt
- $b_j = 1 - \sigma^2 j^2 \Delta t$: probabilitas harga opsi tetap pada saat $j\Delta S$ ke dengan partisi waktu Δt
- $c_j = \frac{\sigma^2 j^2 \Delta t}{2} + \frac{r j \Delta t}{2}$: probabilitas harga opsi dari $j\Delta S$ ke $(j+1)\Delta S$ dengan partisi waktu Δt

Ketiga kemungkinan dari metode beda hingga eksplisit dapat dibentuk dalam interpretasi metode trinomial sebagai berikut.



Gambar 1 Metode Beda Hingga Eksplisit ekuivalen dengan Metode Trinomial

Menurut Hull (2003) metode beda hingga eksplisit merupakan metode yang dapat diaplikasikan untuk menentukan harga opsi dengan ketiga probabilitas $a_j = \frac{\sigma^2 j^2 \Delta t}{2} - \frac{r j \Delta t}{2}$, $b_j = 1 - \sigma^2 j^2 \Delta t$, dan $c_j = \frac{\sigma^2 j^2 \Delta t}{2} + \frac{r j \Delta t}{2}$ dengan a_j, b_j , dan c_j bernilai positif. Perhitungan harga opsi dengan menggunakan metode beda hingga eksplisit berbantuan MATLAB, hasil perhitungan dengan partisi $N = 25$ adalah sebagai berikut.

Tabel 1 Simulasi Perhitungan Harga Saham dan Harga Opsi dengan Metode Beda Hingga Eksplisit

Partisi N	Harga Saham (dalam satuan)	Harga Opsi (dalam satuan)
1	1.25	0
2	2.5	0
3	3.75	0.00000384304315
4	5.0	0.00000122614022
5	6.25	0.00000084966809
6	7.5	0.00000054397682
7	8.75	0.00000031413567

8	10.0	0.00000013924646
9	11.25	0.00000144060867
10	12.5	0.00000106391114
11	13.75	0.00000074930331
12	15.0	0.00000048470366
13	16.25	0.00000037975674
14	17.5	0.00000028909633
15	18.75	0.00000021005946
16	20.0	0.00000014047302
17	21.25	0.00000235955034
18	22.5	0.00000301177920
19	23.75	0.00000409695495
20	25.0	0.00000587782443
21	26.25	0.00000884047306
22	27.5	0.00001372637291
23	28.75	0.00002191748496
24	30.0	0.00003589951710
25	31.25	-0.01541514989301

Berdasarkan Tabel 1 dapat diketahui bahwa harga opsi bernilai negatif mulai dari partisi $N \geq 25$. Dengan demikian, hasil perhitungan harga opsi ini semakin partisi diperbesar semakin menjauhi solusi analitiknya yaitu hasil perhitungan harga opsi. Sehingga metode beda hingga eksplisit ini tidak efektif jika digunakan untuk menentukan harga opsi. Selain itu, dari salah satu ketiga kemungkinan (probabilitas) bernilai nol, yaitu probabilitas harga saham pada saat $j\Delta S$ ke dengan partisi waktu Δt . Pada perhitungan dengan menggunakan metode beda hingga eksplisit ini, $b_j = 1 - \sigma^2 j^2 \Delta t$ bernilai negatif yaitu (-0.12476606363069) saat $j \geq 12$ dengan $S \geq 16.25$ (dalam satuan).

0.00000000000000	0.00000000000000	0.00000000000000	0.00000000000000
-0.00000000000000	0.00000000000000	0.00000000000000	0.00000000000000
0.00000000000000	-0.00000000000000	0.00000000000000	-0.00000000000000
-0.00000000000000	0.00000000000000	-0.00000000000000	0.00000000000000
0.00000000000000	-0.00000000000000	0.00000000000000	-0.00000000000000
-0.00000000000000	0.00000000000000	-0.00000000000000	0.00000000000000
0.00000000000000	-0.00000000000000	0.00000000000000	-0.00000000000000
-0.00000000000000	0.00000000000000	-0.00000000000000	0.00000000000000
0.00000000000000	-0.00000000000000	0.00000000000000	-0.00000000000000
-0.00000000000000	0.00000000000000	-0.00000000000000	0.00000000000000
0.00000000000000	-0.00000000000000	0.00000000000000	-0.00000000000000
-0.00000000000015	0.00000000000001	-0.00000000000000	0.00000000000000
0.000000000000311	-0.000000000000025	0.000000000000002	-0.00000000000000
-0.0000000000005493	0.0000000000000451	-0.000000000000036	0.000000000000003
0.00000000000081196	-0.0000000000006735	0.000000000000553	-0.000000000000045
-0.00000001015094	0.00000000084947	-0.00000000007051	0.000000000000579
0.00000010816135	-0.00000000911740	0.00000000076365	-0.00000000006346
-0.00000098840610	0.00000008381120	-0.00000000707126	0.000000000059293
0.00000778374926	-0.00000066318760	0.00000005628606	-0.00000000475427
-0.00005300997010	0.00000453402157	-0.00000038665219	0.00000003285210
0.00031290557916	-0.00002684633809	0.00000229817888	-0.00000019619102
-0.00160235115781	0.00013781625697	-0.00001183374568	0.00000101403269
0.00711488066285	-0.00061313352482	0.00005277408123	-0.00000453565903
-0.02733296484207	0.00235902763471	-0.00020342914036	0.00001752426846
0.09045477358738	-0.00781600110149	0.00067498110200	-0.00005824970293
-0.25600371465962	0.02214024901573	-0.00191409526028	0.00016540638060
0.61243966313447	-0.05300081337495	0.00458578699492	-0.00039667629894
-1.21508540449612	0.10520309784793	-0.00910773989648	0.00078839440776
1.93365060998165	-0.16747036618348	0.01450411685104	-0.00125613505669
-2.30598175503725	0.19975750570943	-0.01730471897956	0.00149914480313
1.69850962416630	-0.14715064901674	0.01274916604422	-0.00110467082146

Gambar 2 Sebagian Hasil Perhitungan Harga Opsi

Salah satu ketiga kemungkinan bernilai negatif, mengakibatkan nilai harga opsi dan ketidakkonsistenan harga opsi lain bernilai negatif dan berikut sebagian dari hasil perhitungan harga opsi yang menggunakan metode beda hingga eksplisit yang ditunjukkan pada Gambar 2 di atas. Dengan demikian, salah satu ketiga

probabilitas bernilai negatif, maka solusi dari hasil perhitungan harga opsi dengan menggunakan metode beda hingga tidak konvergen ke satu titik atau tidak mendekati solusi analitiknya dan metode beda hingga eksplisit ini tidak dapat digunakan untuk menentukan harga opsi. Perhitungan harga opsi dengan menggunakan metode beda hingga eksplisit merupakan ilustrasi perhitungan harga opsi dengan nilai yang ditentukan oleh peneliti. Jika metode ini dapat memberikan nilai yang benar, maka metode ini dapat digunakan untuk menghitung harga opsi yang sesungguhnya.

4 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, dapat diketahui bahwa perhitungan harga opsi dengan menggunakan metode beda hingga eksplisit bernilai negatif pada saat partisi $N \geq 25$ dengan nilai $-2,205174218676090$. Dengan demikian, hasil perhitungan harga opsi tidak konvergen dan menjauhi hasil solusi analitik perhitungan harga opsi (Black-Scholes). Hal ini disebabkan karena salah satu ketiga probabilitas yaitu $b_j = 1 - \sigma^2 j^2 \Delta t$ bernilai negatif yaitu (-0.12476606363069) saat $j \geq 12$ dengan $S \geq 16.25$ (dalam satuan). Seharusnya ketiga probabilitas dalam ilustrasi (simulasi) perhitungan harga saham bernilai positif. Dengan demikian, metode beda hingga eksplisit ini tidak dapat digunakan untuk menentukan harga opsi.

5 Daftar Pustaka

- [1] Niwiga, D. B., *Numerical Methods For The Valuation Of Financial Derivatives*, University of Werstern Cape, 2005.
- [2] Hull, J. C., *Option Future and Other Derivative*, Prentice Hall International Inc, 2003.
- [3] Wiklund, E., *Asian Option Pricing and Volatility*, Institute of Technology, 2012.
- [4] Causon, D.M. & Mingham, C.G., *Introductory Finite Difference Methods for PDEs*, Ventus Publishing ApS, 2010.
- [5] Nugroho, D.B., *Metode Numerik*, Universitas Kristen Satya Wacana, 2009.
- [6] Hernadi, J., *Analisis Real Elementer*, Erlangga, 2015.
- [7] Wahyudi, *Analisis Metode Beda Hingga Implisit, Eksplisit Dan Crank-Nicholson Pada Perhitungan Harga Opsi Asia*, UIN Malang, 2014.

Analisis Intervensi Fungsi *Step* Efek Program Tol-Laut Terhadap Pergerakan Harga Saham TMAS.JK

Wigid Hariadi¹

¹IKIP PGRI Jember, wigid.hariadi@gmail.com

Abstract. Intervention analysis is used to evaluate the effect of external events on a time series data. Sea-highway program is one of the leading programs Joko Widodo-Jusuf Kalla in presidential election 2014. So the author want to modeling the effect from Sea-highway programs on stock price movement in the shipping sector, TMAS.JK (Pelayaran Tempuran Emas Tbk). After analyzing, proven that it has happened intervention on movement of daily stock price TMAS.JK caused by Sea-highway programs. Intervention I, on 11 August 2014, which was effect as a result of the election of the Joko Widodo-Jusuf Kalla pair as President and vice President Republic of Indonesia on 22 July 2014. Intervention II, on 10 November 2014, president Joko Widodo speech in APEC about Sea-highway Program, and offering investment in port construction to foreign country. So that the model of time series analysis that right is intervention analysis model multi input step function, where the model is ARIMA (2,1,0), StepI (b=0, s=2, r=1), StepII (b=3, s=0, r=1).

Keywords: *Intervention Analysis, Multi Input, Step Function, Sea-highway.*

Abstrak. Analisis intervensi digunakan untuk mengevaluasi efek dari peristiwa eksternal pada suatu data *time series*. Program Tol-Laut merupakan salah satu program unggulan pasangan Joko Widodo-Jusuf Kalla dalam pemilu 2014. sehingga, penulis ingin memodelkan efek dari Program Tol-Laut terhadap pergerakan harga saham dibidang pelayaran, TMAS.JK (Pelayaran Tempuran Emas Tbk). Setelah dilakukan analisis data, terbukti bahwa terjadi intervensi pada pergerakan harga saham harian TMAS.JK yang disebabkan oleh efek dari program Tol-Laut. Dimana intervensi I, pada tanggal 11 Agustus 2014, yang diduga sebagai dampak dari terpilihnya pasangan Joko Widodo-Jusuf Kalla sebagai presiden dan wakil presiden Republik Indonesia pada tanggal 22 Juli 2014. Intervensi II, pada tanggal 10 November 2014, pidato Presiden Joko Widodo di forum APEC mengenai program tol laut, dan menawarkan investasi dibidang pembangunan pelabuhan kepada bangsa asing. Sehingga model analisis *time series* yang tepat adalah model analisis intervensi multi input fungsi *step*, dimana modelnya adalah ARIMA (2,1,0), StepI (b=0, s=2, r=1), StepII (b=3, s=0, r=1).

Kata kunci: *Analisis intervensi, Multi Input, fungsi step, Tol-Laut.*

1. Pendahuluan

Model *autoregressive integrated moving average (ARIMA)* merupakan salah satu metode yang populer untuk digunakan dalam peramalan data *time series univariat*. Namun model ARIMA tidak lagi cocok untuk digunakan pada data yang mengalami perubahan pola yang ekstrim (goncangan data). Karena hal ini dapat mengakibatkan kesalahan dalam identifikasi model yang berakibat pada

diperolehnya model yang salah (kurang tepat) untuk suatu data *time series*. Menurut Box, dkk [2], data *time series* sering terpengaruh oleh peristiwa khusus atau keadaan seperti perubahan kebijakan, aksi mogok kerja, promosi iklan, peraturan lingkungan, dan peristiwa sejenis, dimana peristiwa seperti ini sering disebut peristiwa intervensi. Untuk mengatasi permasalahan diatas, salah satu metode yang dapat digunakan adalah model analisis intervensi. Analisis intervensi ini telah sukses digunakan untuk meneliti dampak pengendalian pencemaran udara dan kebijakan ekonomi (Box and Tiao) [3].

Tol-Laut merupakan salah satu program unggulan pasangan Joko Widodo-Jusuf Kalla dalam pemilu 2014. Seperti diketahui bahwa apapun program yang pemerintah rencanakan pasti memberikan dampak terhadap pertumbuhan ekonomi baik itu dampak positif maupun negatif. Dalam hal ini penulis tertarik untuk mengetahui apakah program Tol-Laut memberikan efek terhadap pertumbuhan ekonomi, terutama dalam bidang bisnis pelayaran. Sehingga penulis bertujuan untuk memodelkan efek dari Program Tol-Laut terhadap pergerakan harga saham dibidang pelayaran, TMAS.JK (Pelayaran Tempuran Emas Tbk). Sehingga nantinya akan diperoleh suatu model yang baik untuk digunakan dalam peramalan harga saham TMAS.JK. Makalah ini ditulis dengan tujuan untuk memberikan hasil kajian teoritik dan aplikasi dari model intervensi fungsi *step* dengan menggunakan estimasi maksimum likelihood. Kajian terapan dilakukan pada suatu data *time series* yaitu data harga penutupan saham harian TMAS.JK (Pelayaran Tempuran Emas Tbk), yang merupakan salah satu perusahaan yang bergerak dibidang pelayaran. Data diamati mulai tanggal 1 Januari 2014 sampai 16 Januari 2015. Terpilihnya Pasangan Joko Widodo-Jusuf Kalla sebagai Presiden dan wakil Presiden Republik Indonesia, serta kebijakan yang dibuat mengenai program tol-laut, diduga telah meng-intervensi pergerakan harga saham dibidang bisnis pelayaran.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Model Analisis Intervensi

Pada analisis intervensi, diasumsikan bahwa peristiwa intervensi telah terjadi pada waktu ke-T dari serangkaian runtun waktu. Hal ini menjadi penting untuk menentukan secara pasti apakah ada perubahan atau efek dari harapan pada data runtun waktu Y_t tersebut dimana peristiwa intervensi terjadi. Menurut Wei [5], untuk analisis intervensi multi input, secara umum modelnya adalah sebagai berikut:

$$Y_t = \theta_0 + \sum_{j=1}^k \frac{\omega_j(B)B^{b_j}}{\delta_j(B)} I_{jt} + \frac{\theta(B)}{\psi(B)} \varepsilon_t \quad (1)$$

Dimana:

θ_0 = konstanta, yang biasanya tidak selalu dituliskan kedalam model.

$$\omega_j(B) = \omega_{0j}(B) = \omega_{0j} - \omega_{1j} B - \omega_{2j} B^2 - \dots - \omega_{sj} B^s$$

$$\delta_j(B) = \delta_{rj}(B) = 1 - \delta_{1j} B - \delta_{2j} B^2 - \dots - \delta_{rj} B^r$$

I_{jt} , $j = 1, 2, \dots, k$ adalah variabel intervensi, yakni fungsi *step* atau fungsi *pulse*.

$$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

$$\psi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

B = operator mundur, yaitu $B^k Y_t = Y_{t-k}$.

$\omega_{sj}(B)$ = operator dari orde s ,

$\delta_{rj}(B)$ = operator dari orde r ,

Orde s menyatakan lamanya waktu yang dibutuhkan agar efek intervensi menjadi stabil, orde r menyatakan waktu yang dibutuhkan sampai efek intervensi memperlihatkan pola yang jelas, dan orde b menyatakan efek dari suatu intervensi, dimana orde b merupakan waktu tunda (*delay*) mulai berpengaruhnya intervensi X terhadap Y . Menurut Box, dkk [2], terdapat dua jenis analisis intervensi. Yang pertama adalah fungsi *step*, digunakan untuk merepresentasikan efek dari intervensi yang mempunyai dugaan bahwa efeknya akan terjadi dalam waktu yang lama setelah waktu ke- T . Dapat ditunjukkan indikatornya oleh $S_t^{(T)}$, dimana:

$$S_t^{(T)} = \begin{cases} 0, & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases} \quad (2)$$

Yang kedua adalah fungsi *pulse*, digunakan untuk merepresentasikan efek dari intervensi y yang mempunyai dugaan bahwa efeknya akan terjadi sementara dan akan selesai setelah waktu ke- T . Dapat ditunjukkan indikatornya oleh $P_t^{(T)}$, dimana:

$$P_t^{(T)} = \begin{cases} 0, & t \neq T \\ 1, & t = T \end{cases} \quad (3)$$

2.2 Metode Estimasi Maksimum Likelihood (MLE)

Definisi (Bain)[1] : Fungsi densitas bersama dari n variabel random X_1, X_2, \dots, X_n diestimasi dengan x_1, x_2, \dots, x_n dilambangkan dengan $f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$ dengan θ adalah parameter yang tidak diketahui, maka fungsi *likelihood* dari θ adalah :

$$L(\theta) = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) \quad (4)$$

Menurut Subanar [5], metode maksimum likelihood adalah metode yang paling populer dalam menghasilkan estimator. Misalkan X_1, \dots, X_n adalah i.i.d. sampel dari populasi dengan densitas $f(x | \theta_1 \dots \theta_k)$. Fungsi kemungkinan (likelihood) didefinisikan sebagai:

$$L(\underline{\theta} | \underline{x}) = L(\theta_1 \dots \theta_k | x_1 \dots x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta_1 \dots \theta_k) \quad (5)$$

Bila fungsi likelihood terdeferensialkan (dalam θ_i), maka calon MLE yang mungkin adalah harga-harga ($\theta_1 \dots \theta_k$). $L(\theta)$ akan maksimum jika turunan pertama sama dengan nol. Setiap nilai $\hat{\theta}$ yang memaksimumkan $L(\theta)$ juga akan memaksimumkan $\ln(L(\theta))$.

2.3 Estimasi Parameter Model Analisis Intervensi multi input

Model Analisis intervensi multi input fungsi step ARIMA (2,1,0) step (b=0, s=2, r=1) step (b=3, s=0, r=1) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_t = \frac{\omega_{2,1}(B) B^0}{\delta_{1,1}(B)} S_{1,t} + \frac{\omega_{0,2}(B) B^3}{\delta_{1,2}(B)} S_{2,t} + \frac{\varepsilon_t}{\phi(B)}, \text{ dengan } \varepsilon_t \sim \text{WN}(0, \sigma^2) \quad (6)$$

Estimator-estimator yang akan dicari nilainya adalah : σ^2 , ϕ_1 , ϕ_2 , $\omega_{0,1}$, $\omega_{1,1}$, $\omega_{2,1}$, $\omega_{0,2}$, dan $\delta_{1,1}$, $\delta_{1,2}$. Berdasarkan persamaan diatas, dapat diperoleh:

$$\varepsilon_t = (\phi(B) \cdot Y_t - \phi(B) \omega_{2,1}(B) (\delta_{1,1}(B))^{-1} S_{1,t-0} - \phi(B) \omega_{0,2}(B) (\delta_{1,2}(B))^{-1} S_{2,t-3}) \quad (7)$$

Untuk selanjutnya dapat dituliskan:

$$L = \prod_{t=p+1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma}\right)^2\right) = \frac{1}{2\pi^{(n-p)/2} \sigma^{n-p}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=p+1}^n \varepsilon_t^2\right) \quad (8)$$

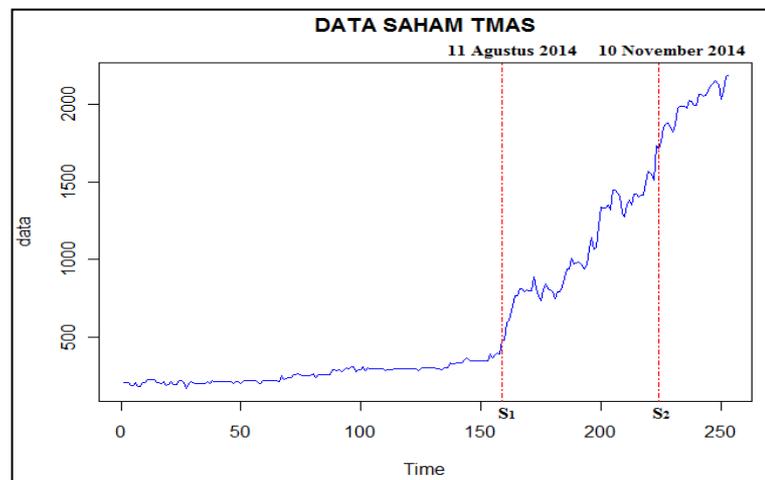
$$\text{Log } L = -\left(\frac{n-p}{2}\right) \log(2\pi) - (n-p) \log \sigma -$$

$$\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=p+1}^n (\phi(B) \cdot Y_t - \phi(B) \omega_{2,1}(B) (\delta_{1,1}(B))^{-1} S_{1,t} - \phi(B) \omega_{0,2}(B) (\delta_{1,2}(B))^{-1} S_{2,t-3})^2 \quad (9)$$

3. Pembahasan

Pergerakan harga saham Pelayaran Tempuran Emas Tbk (TMAS.JK) telah diduga terdapat pengaruh intervensi. Hal ini terlihat dari pergerakannya yang bergerak sangat tinggi dalam waktu yang relatif cepat. Berikut ini dugaan intervensi yang mempengaruhi laju pergerakan harga saham TMAS. Dimana intervensinya adalah sebagai berikut:

1. Tanggal 11 Agustus 2014, yang diduga sebagai dampak dari terpilihnya pasangan Joko Widodo-Jusuf Kalla sebagai presiden dan wakil presiden pada tanggal 22 Juli 2014.
2. Pidato Jokowi di forum APEC mengenai program tol laut, dan menawarkan investasi dibidang pembangunan pelabuhan kepada bangsa asing : 10 November 2014.



Gambar 1: Grafik Data Saham Harian TMAS, 1 Januari 2014 -16 Januari 2015.

Dari Gambar 1 diatas, dapat dijelaskan bahwa intervensi pertama disimbolkan dengan S_1 , intervensi kedua disimbolkan dengan S_2 . terlihat bahwa setelah intervensi pertama terjadi kenaikan harga saham, hal ini menyatakan bahwa keputusan terpilihnya Joko Widodo sebagai Presiden RI berdampak positif. Setelah intervensi II pun terlihat pergerakan harga saham mengalami kenaikan yang cukup tinggi. Hal inilah yang mendasari penulis untuk menerapkan metode analisis intervensi pada data *time series* tersebut.

Setelah dilakukan pengolahan data melalui tahap identifikasi, estimasi parameter dan cek diagnosa, maka untuk data sebelum ada intervensi diperoleh model ARIMA (2,1,0) sebagai model yang terbaik.

```
> printstatarima(arimamodel.1)

Coefficients:
          s.e.      t  sign.
ar1 -0.4222  0.0763 -5.5334 0e+00
ar2 -0.2828  0.0760 -3.7211 3e-04
```

Gambar 2: Output Estimasi Parameter Model Arima

Secara matematik, model ini dapat ditulis seperti berikut :

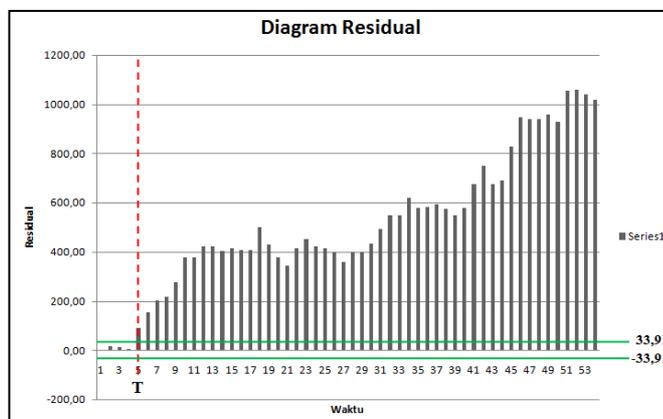
$$(1 - B) (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2) X_t = \varepsilon_t$$

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + X_{t-1} - \phi_1 X_{t-2} + \phi_2 X_{t-2} - \phi_2 X_{t-3} + \varepsilon_t$$

$$X_t = - 0.4222 X_{t-1} + X_{t-1} + 0.1394 X_{t-2} + 0.2828 X_{t-3} + \varepsilon_t$$

3.1 Analisis Intervensi I

peristiwa ditetapkannya pasangan Joko Widodo-Jusuf Kalla sebagai pemenang pemilu 2014. Adapun penetapannya adalah tanggal 11 Agustus 2014. Dalam hal ini, peristiwa tersebut merupakan bentuk fungsi *step*. Langkah pertama pemodelannya adalah menentukan orde dugaan b,s , dan r dari model intervensi pertama. Untuk menentukan orde intervensi pertama dapat dilihat melalui diagram dari residual pada Gambar 3 dibawah ini.



Gambar 3 : Diagram Residual dari Harga Saham Harian TMAS, Setelah Intervensi Pertama dan Sebelum Intervensi Kedua.

Dari Gambar 3, dapat diduga bahwa orde model intervensi fungsi *step* adalah $b=0, s=5, r=1$. Hal ini terlihat dari saat T garis residualnya sudah melewati batas 3 RMSE = 33,91. Sehingga dugaan awal modelnya adalah analisis intervensi fungsi *step* ($b=0, s=5, r=1$) dengan model sebelum intervensi adalah ARIMA (2,1,0).

```
> pvalue(model.2)

Coefficients:
          s.e.      t    sign.
ar1      -0.2793  0.0665  -4.2000  0.0000
ar2      -0.2340  0.0676  -3.4615  0.0006
step-AR1  0.6919  0.0789   8.7693  0.0000
step-MA0  0.2183  0.0485   4.5010  0.0000
step-MA1 -0.1584  0.0690  -2.2957  0.0226
step-MA2  0.1732  0.0562   3.0819  0.0023
```

Gambar 4: Output Estimasi Parameter Model Intervensi I

Setelah dilakukan pengolahan data melalui tahap identifikasi, estimasi parameter dan cek diagnosa, maka diperoleh model yang terbaik adalah model analisis intervensi fungsi *step* ($b=0, s=2, r=1$) dengan model sebelum intervensi adalah ARIMA (2,1,0). Secara matematik, model ini dapat ditulis seperti berikut :

$$X_t = \frac{\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2}{1 - \delta_1 B} S_{1,t} + \frac{\varepsilon_t}{(1 - B)(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)}$$

$$X_t = \frac{0,2183 - (-0,1584) B - 0,1732 B^2}{1 - 0,6919 B} S_{1,t} + \frac{\varepsilon_t}{(1 - B)(1 - (-0,2793) B - (-0,2340) B^2)}$$

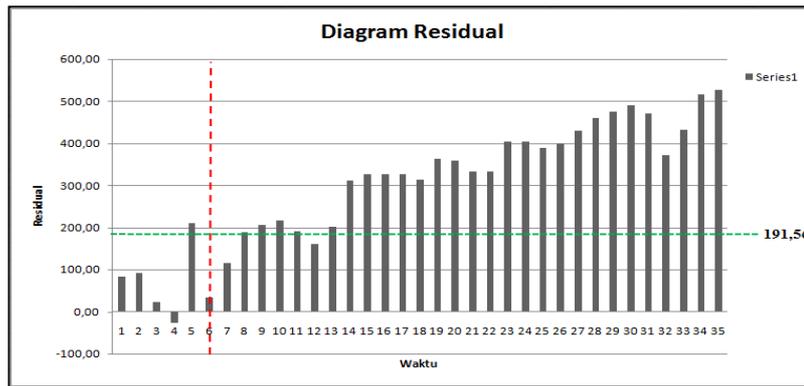
Bentuk persamaan diatas juga dapat diuraikan menjadi:

$$\begin{aligned} X_t = & \omega_0 S_{1,t} - (\omega_0 + \omega_0 \phi_1 + \omega_1) S_{1,t-1} + [\omega_0 (\phi_1 - \phi_2) + \omega_1 + \omega_1 \phi_1 - \omega_2] S_{1,t-2} \\ & + [\omega_0 \phi_2 - \omega_1 (\phi_1 - \phi_2) + \omega_2 + \omega_2 \phi_1] S_{1,t-3} - [\omega_1 \phi_2 + \omega_2 (\phi_1 - \phi_2)] S_{1,t-4} \\ & - \omega_2 \phi_2 S_{1,t-5} + X_{t-1} + (\phi_1 + \delta_1) X_{t-1} - [(\phi_1 - \phi_2) + \delta_1 + (\phi_1 \delta_1)] X_{t-2} - [\phi_2 - \delta_1 (\phi_1 - \phi_2)] \\ & X_{t-3} + (\phi_2 \delta_1) X_{t-4} + \varepsilon_t - \delta_1 \varepsilon_{t-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_t = & (0,2183) S_{1,t} + (0,001071) S_{1,t-1} - (0,297248) S_{1,t-2} + (0,0665675) S_{1,t-3} - \\ & (0,0292196) S_{1,t-4} + (0,040529) S_{1,t-5} + X_{t-1} + (0,4126) X_{t-1} - (0,4533523) X_{t-2} + \\ & (0,202657) X_{t-3} - (0,161905) X_{t-4} + \varepsilon_t - (0,6919) \varepsilon_{t-1} \end{aligned}$$

3.2 Analisis intervensi II

Setelah diperoleh model analisis intervensi I, maka selanjutnya dapat diperoleh residualnya, guna membuat diagram residual untuk menentukan orde b, s, r analisis intervensi II. Adapun diagram residualnya adalah sebagai berikut:



Gambar 5 : Diagram Residual dari Harga Saham Harian TMAS, Setelah Intervensi II.

Dari Gambar 5, dapat diduga bahwa orde model intervensi fungsi *step* adalah $b=3, s=2, r=0$. Sehingga diperoleh dugaan modelnya yakni: model sebelum intervensi adalah ARIMA (2,1,0), intervensi pertama (fungsi *step* ($b=0, s=2, r=1$)), dan intervensi kedua (fungsi *step* ($b=3, s=2, r=0$)).

```
> pvalue(model.3)

Coefficients:
              s.e.      t    sign.
ar1          -0.2734  0.0617  -4.4311  0.0000
ar2          -0.2327  0.0626  -3.7173  0.0002
step-AR1      0.6915  0.0754   9.1711  0.0000
step-MA0      0.2182  0.0461   4.7332  0.0000
step-MA1     -0.1582  0.0653  -2.4227  0.0161
step-MA2      0.1734  0.0533   3.2533  0.0013
step.1-AR1    0.8731  0.1964   4.4455  0.0000
step.1-MA0    0.0296  0.0283   1.0459  0.2966
```

Gambar 6: Output Estimasi Parameter Model Intervensi II

Setelah pengolahan data melalui tahap identifikasi, estimasi parameter dan cek diagnosa akhirnya terpilih salah satu model yang terbaik untuk digunakan. Yakni model analisis intervensi fungsi *step*, ARIMA (2,1,0), intervensi pertama (fungsi *step* ($b=0, s=2, r=1$)), dan intervensi kedua (fungsi *step* ($b=3, s=0, r=1$)). Dimana modelnya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$X_t = \frac{\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2}{1 - \delta_1 B} S_{1,t} + \frac{\omega_0 B^3}{1 - \delta_1 B} S_{2,t} + \frac{\varepsilon_t}{(1 - B)(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)}$$

$$X_t = \frac{0,2185 + 0,1582 B - 0,1734 B^2}{1 - 0,6915 B} S_{1,t} + \frac{0,0296}{1 - 0,8731 B} S_{2,t-3} + \frac{\varepsilon_t}{(1 - B)(1 + 0,2734 B + 0,2327 B^2)}$$

Dimana:

$$S_{1,t} = \begin{cases} 0, & t < 11 \text{ Agustus } 2014 \\ 1, & t \geq 11 \text{ Agustus } 2014 \end{cases}$$

$$S_{2,t-3} = \begin{cases} 0, & t < 10 \text{ November } 2014 \\ 1, & t \geq 10 \text{ November } 2014 \end{cases}$$

Berdasarkan hasil diatas, maka dapat diperoleh hasil bahwa untuk melakukan peramalan (*forecasting*) data saham TMAS.JK model terbaik yang dapat digunakan adalah sebagai berikut :

$$X_t = \frac{0,2185 + 0,1582 B - 0,1734 B^2}{1 - 0,6915 B} S_{1,t} + \frac{0,0296}{1 - 0,8731 B} S_{2,t-3} + \frac{\varepsilon_t}{(1 - B)(1 + 0,2734 B + 0,2327 B^2)}$$

Analisis data ini memberikan gambaran bahwa suatu peristiwa/kebijakan pemerintah dapat menjadi intervensi (memberikan dampak) kepada pergerakan ekonomi pada umumnya atau harga saham pada khususnya.

4. Kesimpulan

1. Terbukti bahwa program Tol Laut memberikan efek terhadap pergerakan harga saham di bidang pelayaran.
2. Terdapat 2 kejadian intervensi yang mengakibatkan pergerakan harga saham TMAS.JK, yakni:
 - Tanggal 11 Agustus 2014, yang diduga sebagai dampak dari terpilihnya pasangan Joko Widodo-Jusuf Kalla sebagai presiden dan wakil presiden RI pada tanggal 22 Juli 2014.
 - Pidato Presiden Joko Widodo di forum APEC mengenai program tol laut, dan menawarkan investasi dibidang pembangunan pelabuhan kepada bangsa asing : 10 November 2014.
3. Model yang terbentuk adalah model analisis intervensi multi input fungsi *step*, dimana modelnya ARIMA (2,1,0), *stepI* ($b=0, s=2, r=1$), *stepII* ($b=3, s=0, r=1$).

5. Daftar Pustaka

- [1] Bain, L.J. dan Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Duxbury Press. Boston.
- [2] Box, G.E.P. Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C. 1994. *Time Series Analysis Forecasting and Control: Third Edition*. Prentice-Hall International, Inc. United States of America.
- [3] Box, G.E.P. and Tiao, G.C. 1975. *Intervention Analysis With Applications to Economic and Environmental Problems*. Journal of American Statistical Association. Marc 1975, Volume 70, Number 349 Invited Paper, Theory and Methods Section.
- [4] Subanar. 2013. *Statistika Matematika*. Graha Ilmu. Yogyakarta.
- [5] Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods: Second Edition*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. California.

Analisa Penumpang dengan Metode SARIMA (Studi Kasus: Bandar Udara Raja Haji Fisabilillah)

Yayuk Setyaning Astutik¹

¹Universitas Internasional Batam, yayuk@uib.ac.id

Abstract, Raja Haji Fisabilillah International Airport is an airport in Tanjungpinang and it is quite high in service levels for the flow of passengers and goods. Based on the data from Airport Quality Angkasa Pura II, the passengers growth has both decreased and increased in the last 3 (three) years. In 2015, there were 258,936 people in total and has decreased to 246,828 people in 2016 and increased again in 2017 by 351,688 people. Therefore, it is necessary to evaluate the terminal of the airport. The methods are used observation and forecasting is SARIMA. The evaluation and analysis results show that terminal of this airport still meet the applicable standards and passenger movements for the next year 2020 indicate that all equipment facilities for the needs of terminal passengers of Raja Haji Fisabilillah International Airport are still adequate.

Keywords: SARIMA, Forecasting, Passenger, Airport.

Abstrak, Bandar Udara Internasional Raja Haji Fisabilillah merupakan bandar udara yang ada di Kota Tanjungpinang dan merupakan bandara yang cukup tinggi dalam tingkat pelayanan terhadap arus penumpang maupun barang. Berdasarkan data dari *Airport Quality* Angkasa Pura II bahwa pertumbuhan penumpang mengalami penurunan dan peningkatan dalam 3 (tiga) tahun terakhir, tercatat data tahun 2015 sebanyak 258.936 orang, tahun 2016 menurun menjadi 246.828 orang dan meningkat kembali di tahun 2017 sebanyak 351.688 orang. Maka diperlukan evaluasi terhadap terminal penumpang dari bandara ini. Metode yang digunakan adalah observasi dan peramalan dengan SARIMA. Hasil evaluasi dan analisis menunjukkan bahwa terminal penumpang Bandar Udara Internasional Raja Haji Fisabilillah masih memenuhi standar dan syarat yang berlaku dan pergerakan penumpang untuk tahun mendatang 2020 menunjukkan seluruh fasilitas peralatan pelayanan kebutuhan terminal penumpang Bandar Udara Internasional Raja Haji Fisabilillah masih memadai.

Kata kunci: SARIMA, Peramalan, Penumpang, Bandara.

1. Pendahuluan

Tanjungpinang memiliki bandar udara yang Internasional yang cukup tinggi dalam tingkat pelayanan terhadap arus penumpang maupun barang. Berdasarkan data dari *Airport Quality* Angkasa Pura II bahwa pertumbuhan penumpang mengalami penurunan dan peningkatan dalam 3 (tiga) tahun terakhir, tercatat data tahun 2015 sebanyak 258.936 orang, tahun 2016 menurun menjadi 246.828 orang dan meningkat kembali di tahun 2017 sebanyak 351.688 orang. Keterbatasan fasilitas peralatan pelayanan di terminal keberangkatan mengakibatkan jumlah antrian penumpang dalam proses pelayanan sehingga terjadi penumpukan. Maka, perlu adanya dilakukan evaluasi terhadap terminal penumpang dari bandara

tersebut agar dapat dijadikan patokan untuk pembangunan bandar udara pada tahun yang berikutnya serta sebagai tolak ukur untuk mengetahui keadaan saat ini apakah bandar udara tersebut masih bekerja dengan efektif atau sudah melebihi kapasitas yang telah diperizinkan (*Overload*). Tujuan penulisan penelitian ini adalah untuk Memprediksi jumlah pergerakan penumpang tahun mendatang^[4]. Peneliti membatasi masalah Analisa Penumpang Bandar Udara Raja Haji Fisabilillah dengan Metode SARIMA.

2. Kerangka Teoritis

2.1 Penelitian Terdahulu

Kajian kinerja pada Terminal Penumpang Bandar Udara Kelas I Utama Juwata Tarakan, karena diberlakukannya peraturan Kemenhub No. PM 157 pada tahun 2015, kajian tersebut menerapkan metode *Importance Performance Analysis* (IPA), *Quality Function Deployment* (QFD) dan Analisis Regresi Berganda. Berdasarkan hasil tersebut, menunjukkan bahwa waktu antrian dalam pemeriksaan saat menuju ruang tunggu keberangkatan, rambu petunjuk dalam terminal, informasi angkutan lanjutan setelah turun dari pesawat, fasilitas ibu dan anak balita, ketersediaan wifi/internet, fasilitas pembelian tiket online, kapasitas kursi di ruang keberangkatan, luas ruang tunggu dan ruang gerak penumpang perlu ditingkatkan^[1].

Evaluasi Konsep Desain Terminal Penumpang Bandara New Yogyakarta International Airport (NYIA) dikarena bandara ini di desain dengan 2 desain yang berbeda. Studi ini dilakukan dengan *forecasting* menggunakan metode peramalan ARIMA dan *Triple Exponential Smoothing*. Hasilnya menunjukkan jumlah penumpang Bandara Adisucipto Yogyakarta pada tahun 2017-2040 mengalami peningkatan rata-rata sebesar 7.90% setiap tahunnya. Nilai efisiensi antara desain terminal pier lebih bagus dibandingkan dengan desain linier. Selain itu, hasil analisis nilai LOS diketahui bahwa prediksi tahun 2031 menunjukkan bahwa Bandara NYIA tidak sesuai, sehingga perlu adanya pengembangan desain terminal^[2].

Metode survei dan observasi digunakan dalam mengevaluasi kapasitas dan tingkat pelayanan terminal penumpang Bandar Udara Ahmad Yani. Dilakukan perhitungan waktu pelayanan berdasarkan tingkat kedatangan menggunakan teori antrian kemudian hasilnya dibandingkan dengan standar PM. 178 Tahun 2015 pada *checkin counter* dan *baggage claim*. *Forecasting* penumpang tahun 2022 menggunakan metode *Arithmetic Straight Line* yang merujuk pada SNI 03-7046-2004. Hasil analisis menunjukkan waktu pelayanan pada *check-in counter* kurang dari 2,5 menit dan waktu pelayanan pada *baggage claim area* kurang dari 20 menit. Untuk luasan diperoleh luas *check-in area* sebesar 255 m², ruang tunggu keberangkatan 1.485 m² dan luas *baggage claim area* 894,96 m², dari perhitungan *forecasting* untuk tahun 2022 didapat jumlah penumpang sebanyak 5.321.414 penumpang dengan luas *check-in area* sebesar 1.350 m², luas ruang tunggu keberangkatan 7.967 m² dan luas *baggage claim area* 4.889 m²^[3].

Berdasarkan hasil perhitungan yang dilakukan, menunjukkan bahwa Terminal Penumpang Bandar Udara Internasional di Tanjungpinang masih sangat baik dalam memenuhi kebutuhan pergerakan penumpang pada jam sibuk serta masih memenuhi standar dan syarat sesuai dengan SNI 03-7046-2004. Tetapi, dengan mengacu pada hasil *forecasting* diharapkan adanya pengembangan Bandar Udara

tersebut guna melayani jumlah penumpang yang akan semakin bertambah, khususnya pada bagian *check-in counter* dengan hasil perhitungan menggunakan metode SNI maupun metode FIFO dengan waktu pelayanan maksimum adalah 11 *counter* dan yang ada pada kondisi eksisting adalah 11 *counter*^[4].

2.2 Metode *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (SARIMA)

a. Proses *Moving Average* (MA) Musiman

Bentuk umum dari proses *Moving Average* Musiman periode S dengan tingkat Q atau $MA(Q)^S$ didefinisikan sebagai berikut:

$$X_t = e_t - \theta_1 e_{t-S} - \theta_2 e_{t-2S} - \dots - \theta_Q e_{t-QS} \quad (1)$$

dimana e_t bersifat saling bebas terhadap X_{t-1}, X_{t-2}, \dots yang berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan *varian* σ^2 . Sebagai contoh dari model $MA(Q)^S$ akan dijelaskan dalam model $MA(1)^{12}$. Suatu proses X_t dikatakan mengikuti $MA(1)^{12}$ jika X_t mengikuti model:

$$X_t = e_t - \theta_1 e_{t-12} \quad (2)$$

b. Proses *Autoregressive* (AR) Musiman

Bentuk umum dari proses *Autoregressive* musiman periode S tingkat P atau $AR(P)^S$ didefinisikan sebagai:

$$X_t = \phi_1 X_{t-S} + \phi_2 X_{t-2S} + \dots + \phi_P X_{t-PS} + e_t \quad (3)$$

Dimana e_t bersifat saling bebas X_{t-1}, X_{t-2}, \dots yang berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan *varian* σ^2 . Sehingga contoh dari model $AR(P)^S$ akan dijelaskan dalam model $AR(1)^{12}$. Suatu proses X_t dikatakan mengikuti $AR(1)^{12}$ jika X_t mengikuti model

$$X_t = \phi_1 X_{t-12} + e_t \quad (4)$$

c. Model *Seasonal ARIMA*

Model dengan kecenderungan pengulangan pola gerak dalam periode musim dalam satu tahun untuk data bulanan. Model ARIMA musiman merupakan model ARIMA yang digunakan untuk menyelesaikan *time series* musiman yang terdiri dari dua bagian, yaitu bagian tidak musiman (non-musiman) dan bagian musiman. Bagian non-musiman dari metode ini adalah model ARIMA. Secara umum bentuk model ARIMA musiman atau $ARIMA(p, d, q)(P, Q, S)^S$ adalah:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^D X_t = \theta_q(B)\Phi_Q(B^S)e_t \quad (5)$$

3. Metodologi Penelitian

3.1 Jenis dan Sumber Data

Digunakan data sekunder yang diperoleh dari pihak Bandara Raja haji Fisabilillah tahun 2018.

3.2 Metode Pengumpulan Data

Pengumpulan data dilakukan dengan metode literature untuk mendukung referensi dan instrumen digunakan untuk pengambilan data yang berupa data jumlah penumpang di Bandar Udara tersebut.

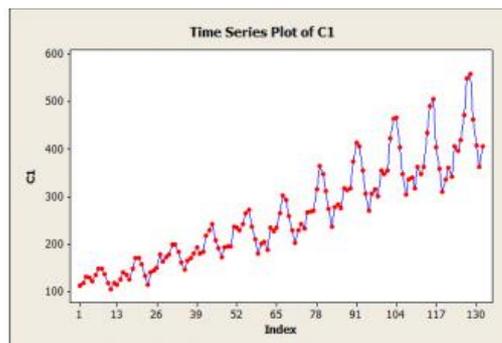
3.3 Metode Analisa dengan Metode SARIMA

- Proses identifikasi model.
- Pendugaan parameter model.
- Pemeriksaan residual (sisaan).
- Penggunaan model untuk peramalan jika model memenuhi syarat.

4. Analisa dan Pembahasan

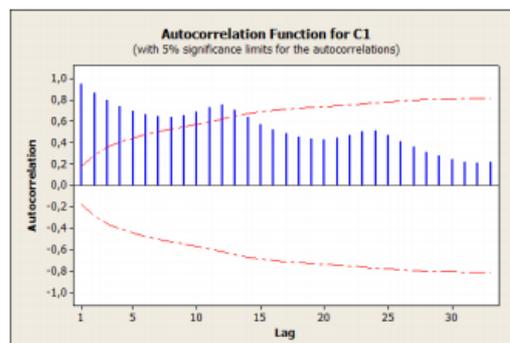
4.1 Peramalan Data Time Series Musiman dengan Metode SARIMA

Metode ini menggunakan data penumpang per tahun dari suatu maskapai penerbangan periode 2008-2019. Langkah pertama yang dilakukan adalah proses identifikasi model. Proses identifikasi model pertama diuji untuk mengetahui kestasioneran dari plot data asli baik *ACF* dan *PACF*. *Time series* plot untuk data tersebut adalah:

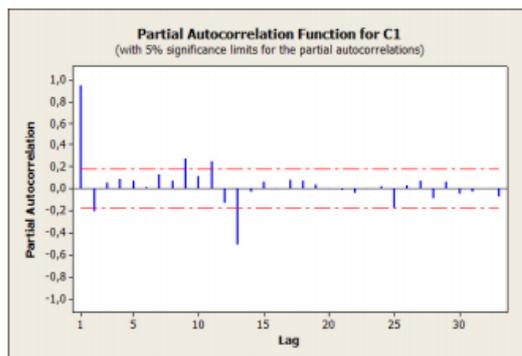


Gambar 1. Grafik *Time Series* dan Penumpang

Gambar 1 memperlihatkan bahwa data dipengaruhi pola *trend* dan musiman karena adanya fluktuasi meningkat, yaitu gerakan dari kiri bawah ke kanan dan berulang pada bulan tertentu. Memperlihatkan pola *trend* yang tampak begitu tidak jelas. Gambar 2 dan Gambar 3 menunjukkan adanya autokorelasi pada data, yaitu adanya bar yang melebihi garis putus-putus. Hal ini menunjukkan data tidak stasioner. Oleh karena itu, perlu dilakukan *differencing* untuk menanganinya.

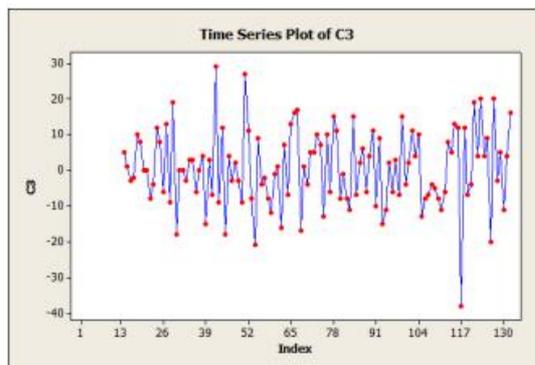


Gambar 2. Grafik ACF dari Penumpang



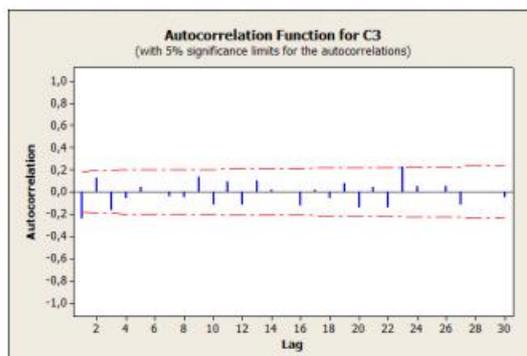
Gambar 3. Grafik PACF dari Penumpang

Gambar 4 adalah grafik data penumpang setelah dilakukan *differencing* pertama dan musiman *lag* 12. Dari plot tersebut terlihat bahwa data telah stasioner dalam rata-rata dan varian setelah *differencing* pertama dan musiman *lag* 12. Karena adanya fluktuasi data secara horizontal sepanjang sumbu waktu maka nilai $d=1, D=12$.

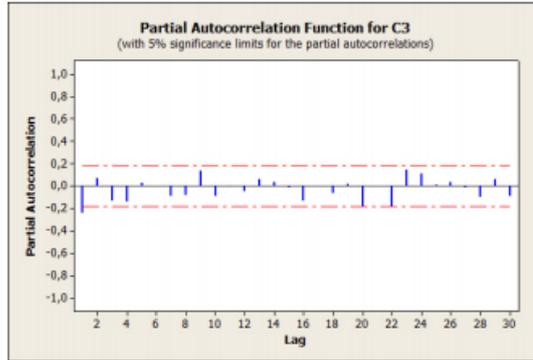


Gambar 4. Grafik *differencing* pertama dan Lag 12

Setelah dilakukan *differencing* dan musiman *lag* 12, berikutnya adalah pendugaan parameter model dengan metode *trial* dan *error* pada beberapa nilai yang berbeda. Pendugaan parameter yang dilakukan berdasarkan grafik ACF dan PACF data setelah dilakukan *differencing* pertama dan musiman *lag* 12. Gambar 5 dan Gambar 6 berikut merupakan grafik dari ACF dan PACF setelah dilakukan *differencing* pertama dan musiman *lag* 12.



Gambar 5. Grafik ACF *differencing* pertama dan Lag 12



Gambar 6. Grafik PACF differencing pertama dan Lag 12

Dengan adanya bar yang melebihi garis putus-putus. Pada grafik ACF terlihat bahwa pada bar pertama garis vertikal melewati garis putus-putus begitu juga dengan grafik PACF pada bar pertama. Maka, diperoleh beberapa kandidat model SARIMA data penumpang yang diperlihatkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Calon Model SARIMA Data Penumpang dengan Metode Seasonal ARIMA

Model	MSE	Keterangan
ARIMA (1,1,1)(0,1,0) ¹²	101.5	AR(1) & MA(1) signifikan
ARIMA (1,1,0)(0,1,0) ¹²	101.4	AR(1) signifikan
ARIMA (0,1,1)(0,1,0) ¹²	101.0	MA(1) signifikan

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa model SARIMA yang terbaik untuk data penumpang adalah ARIMA (1,1,1)(0,1,0)¹² karena memiliki nilai MSE terkecil yaitu 101.5. Berdasarkan Gambar 7 AR (1) signifikan karena mempunyai nilai $p < 0.05$. Hal ini menunjukkan bahwa model dapat digunakan untuk peramalan. Sehingga model Seasonal ARIMA untuk data penumpang di Bandar Udara Raja Haji Fisabilillah: $[1 - (-0.2347B)(1-B)(1-B)^{12}]X_t = e_t$ dengan model peramalannya adalah:

$$\begin{aligned}
 e_t &= (1 - (-0.2347B))(1-B)(1-B)^{12} X_t \\
 &= (1 + 0.2347B)(1 - B^{12} - B + B^{13}) X_t \\
 &= (1 - B^{12} - B + 0.2347B + 0.2347B^{13} - 0.2347B^2 + 0.2347B^{14}) X_t \\
 &= (1 - 0.7653B - 0.2347B^2 - B^{12} + 0.7653B^{13} + 0.2473B^{14}) X_t
 \end{aligned}$$

```

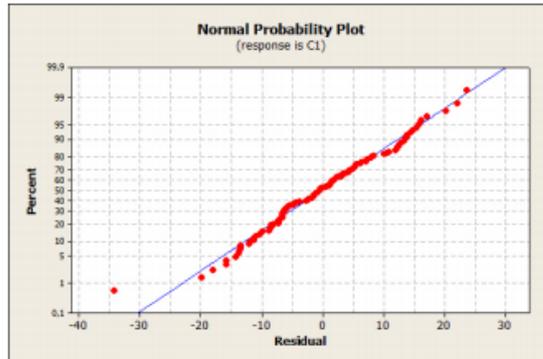
Final Estimates of Parameters
Type      Coef      SE Coef    T          P
AR 1      -0.2347   0.0904     -2.74     0.007
Constant   0.7653   0.9628      0.66     0.508
Differencing: 1 regular, 1 seasonal of order 12
Number of observations: 132, after differencing 119
Residuals:
SS = 12906.4 (backforecasts excluded)
MS = 110.3   DF = 117

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic
Lag       12      24      36      48
Chi-Square  9.3    27.3   34.9   50.7
DF        10     22     34     46
P-Value   0.502  0.200  0.423  0.295
    
```

Gambar 7. Hasil analisis data PACF Penumpang dengan Metode Seasonal ARIMA

Jadi :

$$X_t = 0.7653X_{t-1} + 0.2347X_{t-2} + X_{t-12} - 0.7653X_{t-13} - 0.2347X_{t-14} + e_t \quad (6)$$



Gambar 8. Grafik *Normal Probability* residu dari PACF

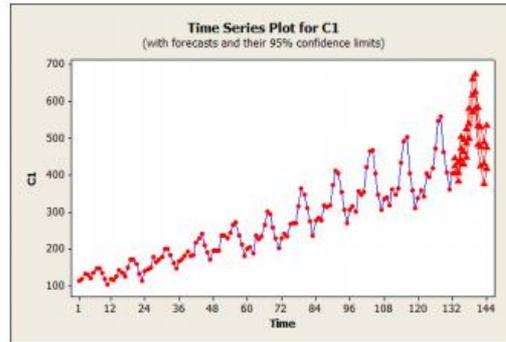
Gambar 8 memperlihatkan residu mengikuti garis diagonal, yang berarti berdistribusi normal. Maka residu memenuhi asumsi *white noise*. Dari persamaan (2) didapatkan hasil peramalan data penumpang untuk tahun 2020 yang diberikan pada Tabel 2.

Berikut ini adalah tabel hasil peramalan data penumpang di Bandar Udara Raja Haji Fisabilillah dengan metode SARIMA.

Tabel 2. Hasil Peramalan Penumpang Model SARIMA tahun 2020

Bulan	Ramalan
Januari	427.41
Februari	417.90
Maret	410.27
April	424.40
Mei	456.20
Juni	472.15
Juli	630.12
Agustus	608.82
September	516.08
Oktober	425.91
November	431.76
Desember	431.90

Gambar 9 berikut memperlihatkan grafik perbandingan data hasil peramalan dan data asli dan plot dari hasil peramalan untuk tahun 2020 dengan data sebelumnya. Jika data hasil peramalan digabungkan dengan data sebelumnya terlihat bahwa plot data hasil peramalan mengikuti pola dari data sebelumnya.



Gambar 9. Grafik Hasil Peramalan Penumpang dari PACF

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisa dapat diambil kesimpulan bahwa Metode SARIMA yang digunakan dalam memprediksi jumlah penumpang di Bandara Raja Haji Fisabilillah dengan data yang bersifat musiman dapat memberikan hasil peramalan yang tidak jauh berbeda dengan pola data tahun sebelumnya.

6. Daftar Pustaka

- [1] Wahyudi, J, Arifin Zainul M dan Wicaksono D A. 2016. Kajian Kinerja Pelayanan Terminal Penumpang Domestik Bandar Udara Kelas 1 Utama Juwata Tarakan, *Rekayasa Sipil* Vol. 10 No. 2 ISSN: 1978-5658.
- [2] Marista Putri D dan Ahyudanari E. 2017. Evaluasi Desain Terminal Penumpang Bandara New Yogyakarta International Airport, *Jurnal Teknik ITS* Vol. 6 No. 2 ISSN: 2337-3520 (2301-928X Print).
- [3] Akbar, SE. 2018. Evaluasi Kapasitas dan Tingkat Pelayanan Terminal Penumpang Bandar Udara Ahmad Yani, Surakarta: Universitas Muhammadiyah Surakarta.
- [4] Destriyani, R D. 2019. Evaluasi Terminal Penumpang Bandar Udara Raja Haji Fisabilillah Tanjung Pinang dengan Metode ARIMA dan SNI 03-7046-2004, Batam: Universitas Internasional Batam.